



Os pentaminós à luz da metodologia Sequência Fedathi: uma proposta didática para o ensino da Matemática

Ana Paula Rodrigues Alves **Santos**
Universidade Federal do Ceará – FACED/UFC
Brasil
anapaularasantos@gmail.com

Daniel **Brandão** Menezes
Universidade Federal do Ceará – FACED/UFC
Brasil
danielbrandao@multimeios.ufc.br

Fernanda Cíntia Costa **Matos**
Universidade Federal do Ceará – FACED/UFC
Brasil
cintia@multimeios.ufc.br

Resumo

O presente artigo tem como objetivo contribuir para um ensino da matemática mais motivador e dinâmico, desafiando os alunos a buscarem o conhecimento matemático e ao mesmo tempo relacioná-lo com o seu cotidiano. Apresentamos uma sequência didática, utilizando a metodologia de ensino Sequência Fedathi que promove uma mudança de postura do professor, obtendo como resultado um aluno mais reflexivo, investigativo, crítico e participativo durante o processo de construção do conhecimento. Os pentaminós foram utilizados como ferramenta didática durante os processos de ensino e de aprendizagem. Essa proposta didática foi trabalhada com uma turma constituída por vinte e um alunos do Ensino Fundamental, cursando o nono ano de escolaridade de uma instituição privada. Concluímos que a Sequência Fedathi fomentou o raciocínio matemático, possibilitando aos alunos a construção significativa de conceitos, tais como: área, superfície, perímetro e semelhança de figuras.

Palavras chave: Sequência Fedathi, pentaminós, ensino de Matemática, construção de conceitos.

Introdução

Observamos um certo desinteresse por parte dos alunos resultando em um rendimento insatisfatório em relação a aprendizagem da Matemática. Reproduzindo mecanicamente o conhecimento transmitido pelo professor, os alunos não participam do processo de construção do conhecimento, caracterizando o ensino Tradicional (Souza, 2013 p.36). Ou seja, os alunos não tem oportunidade de fazer conexões nem com os seus conhecimentos prévios e nem com o seu cotidiano, desinteressando-se assim, em aprender alguns conceitos matemáticos. Diante desse cenário, propomos uma sequência didática a alunos do ensino básico que cursavam o nono ano de escolaridade, de uma escola privada, do estado do Ceará-Brasil. Utilizamos uma metodologia que se contrapõe ao ensino tradicional, a Sequência Fedathi (SF). A SF foi apresentada formalmente em 1996, na Tese de Pós-Doutorado do Prof. Hermínio Borges Neto, UFC, na Universidade de Paris VI. A partir daí, a referida metodologia vem sendo experimentada com base nos estudos de Borges Neto, juntamente com pós-graduandos da Faculdade de Educação-FACED/UFC. A SF busca diferenciar-se positivamente em relação ao ensino tradicional, valorizando igualmente as ações professor e aluno durante o ensino (Souza, 2013 p.38), permitindo o aluno participar ativamente na construção do conhecimento. Isto é, possibilitando aos professores a apropriação de uma metodologia de ensino em que docente e discente se achem motivados e empenhados nas situações de aprendizagem, atingindo um resultado satisfatório para ambos. Tomando como referência as etapas do trabalho científico do matemático, a Sequência Fedathi é composta por quatro etapas sequenciais e interdependentes (Souza, 2013 p.18): **Tomada de Posição, Maturação, Solução e Prova**. Para Borges Neto, o aluno é capaz de reproduzir ativamente o caminho que a humanidade percorreu para compreender os ensinamentos matemáticos, sem que, para isso, sejam necessários os mesmos milênios que a história consumiu para chegar ao momento atual. Portanto, os alunos realizaram as atividades vivenciando cada etapa da Sequência Fedathi, as quais descreveremos a seguir.

A Sequência Fedathi e os Pentaminós

Apresentação do Problema

Antes de apresentar o **problema** (Souza, 2013 p.20) o professor verificou os conhecimentos prévios dos alunos, fazendo um diagnóstico acerca dos conhecimentos prévios que os alunos necessitam ter referente ao saber que pretendia ensinar. Assumindo uma postura de investigador, o professor realizou o **diagnóstico** em dois momentos, o primeiro em que definiu quais os conhecimentos prévios os alunos deveriam ter para a compreensão do novo conhecimento, e o segundo, a realização da investigação junto aos alunos a fim de ratificar se já eram detentores destes conceitos.

O professor iniciou com algumas perguntas: se sabiam determinar o perímetro de uma figura plana, ou determinar a área, se havia diferença entre área e superfície. Alguns alunos confundiam esse conceito. O professor esclareceu a diferença e lembrou junto dos alunos o

cálculo da área de algumas figuras planas. Depois de verificar o *plateau*¹ dos alunos, sabia quais os conceitos que deveria reforçar. Os alunos determinaram a área e o perímetro de algumas figuras.

Com a participação e interação de todos, mais algumas indagações foram feitas: se conheciam o dominó e como é constituído. Os alunos lembraram que o dominó é constituído por dois quadrados. Então, continuaram a analisar e enfatizaram que os quadrados eram iguais. O professor esclareceu que quadrados iguais, são aqueles que possuem a mesma medida do lado, portando chamados quadrados congruentes. E continuou: se o dominó é constituído por dois quadrados congruentes, então o monominó é constituído por quantos quadrados? Alguns alunos disseram que era constituído por um quadrado. Assim o professor deu continuidade, triminó (três quadrados), tetraminó (quatro quadrados), pentaminós (cinco quadrados), hexaminó (seis quadrados) ... O professor prosseguia sempre motivando a participação dos alunos, esclareceu que todas essas figuras planas são chamadas de poliminós e que construiriam um novo conhecimento com o auxílio dos pentaminós. Um aluno perguntou: o que seriam esses pentaminós? Observou-se que ao falar em pentaminós, fomentou uma curiosidade por parte dos alunos, fazendo-os se interessarem e a se empenharem mais durante a aula.

Descreveremos a seguir a primeira atividade proposta pelo professor.

Atividade 1 - Descobrindo os pentaminós.

Material utilizado: Folha quadriculada A4, lápis e borracha. A turma foi dividida em grupos de quatro alunos (ver figura 1).



Figura 1. Descobrindo os pentaminós.

O professor enfatizou que trabalhariam com os pentaminós, que são formados por cinco quadrados, então pediu aos alunos que descobrissem todas as combinações possíveis utilizando cinco quadrados, sendo adjacentes em pelo menos um lado. É importante não dizer que são doze combinações, permitindo o aluno usar a criatividade e a refletir, interagindo com o professor e com os colegas, na busca da descoberta pelos pentaminós. Nesse momento, o professor estabeleceu regras para mediar o trabalho dos alunos, as quais devem delimitar as interações desejadas entre alunos e professor, estabelecendo o **acordo didático**, promovendo o

¹ De acordo com a Sequência Fedathi, o “plateau” faz parte do processo de diagnóstico realizado para compreender o nível cognitivo dos alunos (Souza, 2013 p.20).

desenvolvimento do trabalho interativo, integrando-se ao grupo, com o objetivo de estabelecer uma interação multilateral, ou seja, aquela em que o professor insere-se no grupo com as funções de refletir, ouvir, questionar e levantar hipóteses, fomentando a discussão entre os alunos (Souza, 2013 p. 21).

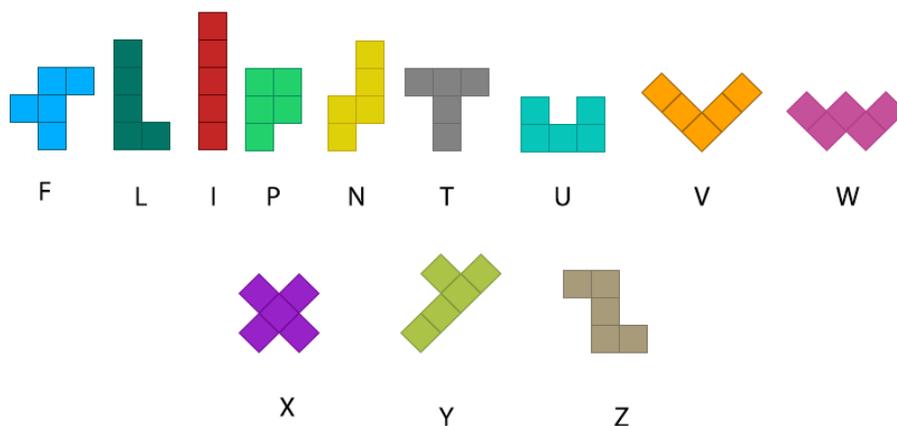


Figura 2. Nomenclatura dos pentaminós.

O professor prosseguiu propondo mais uma atividade.

Semelhança de Figuras

A turma formou grupos de quatro alunos, cada grupo recebeu um jogo de pentaminós, confeccionados de cartolina e papel adesivo, sendo cada jogo, constituído por doze pentaminós (ver figura 3).



Figura 3. Pentaminós confeccionados com cartolina

O professor usou o retroprojektor multimídia para expor o problema a seguir.

Atividade 2: Construa uma figura semelhante a seguir (ver figura 4), utilizando os pentaminós L, U, X, Z, Y, F, V e S.

O professor pediu que determinassem o perímetro e a área das figuras, analisando se podiam estabelecer alguma relação.

Material Utilizado: Doze pentaminós de cartolina e retroprojektor multimídia.

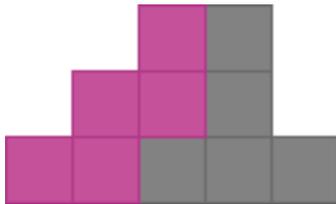


Figura 4. Atividade 2.

Caracterizamos assim, a **Tomada de Posição**, a primeira etapa da Sequência Fedathi. Dos grupos formados, apenas dois conseguiram construir os doze pentaminós. Partilhamos os doze pentaminós e fizemos uma relação com as letras do alfabeto (ver figura 2). Ao vivenciarmos essa etapa, verificamos que todos os alunos estão com o mesmo nível de conhecimento, facilitando a aquisição do novo saber matemático: Figuras Semelhantes. Os alunos estão prontos para vivenciar a **Maturação** e a **Solução**, duas etapas muito importantes durante o processo de ensino na metodologia Sequência Fedathi. Essas etapas caracterizam a diferença entre a Sequência Fedathi e o Ensino Tradicional que se centraliza apenas em duas etapas, a Tomada de Posição e a Prova (Souza, 2013 p.36). No Ensino Tradicional o professor, apresenta o problema e valida a sua solução, sendo o aluno um mero receptor do conhecimento. Enquanto que ao utilizarmos a Sequência Fedathi durante o processo de construção de conceitos o aluno torna-se o protagonista, participando ativamente na busca do novo saber (Souza, 2013 p. 37).

Com a resolução desse problema os alunos vivenciaram a segunda etapa da Sequência Fedathi, a **Maturação** (Souza, 2013 p. 23). Esta etapa é destinada à discussão entre o professor e os alunos, para que possam compreender o problema, destacando as variáveis envolvidas e formulando possíveis soluções. Constitui um dos momentos de grande importância na formulação do raciocínio matemático, através dos questionamentos impostos pelo professor, instigando e fomentando em cada aluno a busca pela construção do conhecimento. Agindo assim, o professor possui o *feedback* necessário para ratificar que os alunos estão focados no desenvolvimento do conhecimento em questão. Portanto, surgiram alguns questionamentos feitos pelos alunos:

“Professor, eu posso girar as peças ou utilizá-las no seu sentido oposto?”

“Professor, nunca fizemos nada parecido com esse problema. O senhor devia fazer um problema para entendermos como fazer.”

“Estamos sentindo dificuldades em construir a figura. Como fazemos? Dá uma dica?”

“Vamos começar por construir a figura inicial.”

“Como vamos saber o perímetro? É uma figura tão diferente...”

Indagações desse tipo são muito comuns quando os alunos começam a buscar estratégias para resolver o problema em questão.

Para respondê-las, é necessário que o professor adote respostas por meio da postura, denominada por Borges Neto, de mão no bolso, ou seja, o professor conduz o aluno a pensar, refletir e questionar-se sobre as respostas, sem apresentar-lhes uma resposta direta. Então, foram feitos alguns questionamentos pelo professor:

“Observem a figura que está projetada.”

“O que é mais fácil pegar as doze peças ou separar aquelas que vamos usar?”

“Interajam entre si e busquem adotar uma estratégia, contem com a participação de todos do grupo.”

“Busquem valorizar a ideia do colega, pois daí podem começar a formular uma estratégia.”

Todos se envolveram com o problema em questão (ver figura 5), a todo instante o professor esteve atento aos alunos, observando e acompanhando seus comportamentos, interesses, medos, atitudes, raciocínios, opiniões e estratégias aplicadas na análise e na busca da solução do problema, bem como suas interpretações e modos de pensar, com o objetivo de perceber quando e como mediar o trabalho que os alunos estão desenvolvendo. Quando um grupo percebeu que o outro havia construindo a figura, sentia-se motivado a encontrar a solução, houve uma troca de ideias mútuas. O trabalho dos alunos na fase da **Maturação** é indispensável para o desenvolvimento do seu raciocínio e da aprendizagem final. Pois sem essa participação os alunos apenas adquirem informações passageiras, tendo como resultado uma aprendizagem superficial.

A maturação do problema exige um tempo significativo da aula para que o aluno possa desenvolver suas ideias. O professor procurou ajustar a duração desse tempo de acordo com o objetivo a ser atingido, ao rendimento dos alunos em relação a exploração do problema e ao que pretendia realizar no tempo total da aula.

Na **Maturação**, em relação a postura do professor, destacamos que a competência didático-matemática² do docente é fundamental para a interpretação, elaboração e discussões das representações dos alunos, para levá-los à construção do novo saber matemático. É indispensável que o professor seja detentor de uma base sólida acerca dos conceitos matemáticos a ele interligados. O professor precisa dominar o conteúdo matemático e aplicar em suas aulas elementos da Didática Geral e da Didática da Matemática, desde o processo de ensino (Souza, 2013 p. 32). Esses domínios são essenciais para a atenção, a compreensão e a participação ativa dos alunos durante o processo de elaboração das soluções.

² Souza, M.J.A. (2013). Sequência Fedathi: uma proposta pedagógica para o ensino de Ciências e Matemática. Fortaleza, CE: Edições UFC.



Figura 5. Alunos vivenciando a busca de uma estratégia.

Após construírem a figura (solução do problema-ver Figura 6), estavam prontos para observar e relacionar o perímetro e a área das figuras. Os alunos organizaram e apresentaram modelos que pudessem conduzi-los a encontrar o que estava sendo solicitado: pegaram caneta, lápis e papel. Determinaram o perímetro e a área das figuras. Alguns alunos usaram uma tabela para organizar os dados obtidos e analisá-los. Estavam a dar início a mais uma etapa da Sequência Fedathi, a **Solução**. Nessa etapa, aconteceu as trocas de ideias, opiniões e discussões dos pontos de vista e modelos propostos pelos alunos. O professor estimulou e solicitou que os estudantes explicassem seus modelos e justificassem as conclusões atingidas.

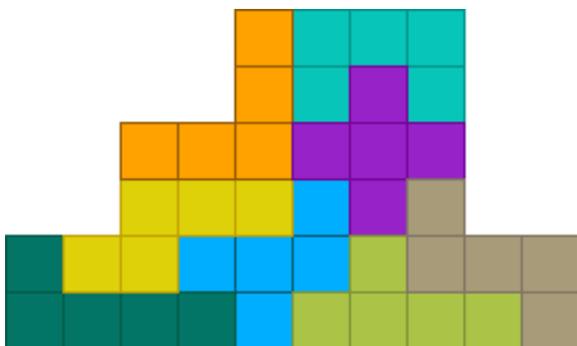


Figura 6. Solução da Atividade 2

Alguns grupos organizaram os dados, percebendo uma relação de proporcionalidade entre a área e o perímetro. O professor pretendia que os alunos construíssem o conceito de Figuras Semelhanças, determinando a Razão de Semelhança, através da proporcionalidade entre as figuras. Nesse momento foi necessário dar um tempo aos alunos para que pensassem e refletissem acerca das realizações, avaliassem as conclusões, por meio de erros e tentativas, para junto ao professor, pudessem validar os modelos criados.

Este é um excelente momento para os alunos exercitarem a autonomia e perceberem a importância da participação de cada um durante o processo de aprendizagem. O professor analisou as diferentes formas de representação apresentadas pelos alunos, apoiando-se nelas para

buscar a constituição do novo saber matemático implicado. O professor destacou uma das soluções em que um dos grupos de alunos, representou os dados em uma tabela (ver Figura 7). O professor ao observar os dados, continuou agindo como mediador, instigando os alunos a tirarem mais conclusões, discutindo junto do grupo as resoluções encontradas, a fim de juntos concluir qual delas é mais adequada para representar o problema proposto.

	Perímetros	Áreas	Razão entre os Perímetros	Razão de Semelhança
F ₁	16	30	$\frac{16}{32} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
F ₂	32	40	$\frac{16}{40} = \frac{1}{4}$	

Figura 7. Dados organizados.

Destacamos nessa etapa a importância da discussão das soluções, assim os alunos perceberam as diferentes compreensões e representações do grupo em relação ao problema matemático proposto. O professor identificou, interpretou e discutiu junto a cada grupo as suas soluções e erros apresentados, foi um momento determinante no estabelecimento da aprendizagem matemática, por possibilitar aos alunos a visualização e reflexão das várias soluções apresentadas e a validação de cada uma delas. A análise das soluções permitiu aos alunos compreenderem a construção do novo conhecimento, pois conheceram as diferentes formas de interpretação das conclusões adquiridas, tornando-os consciente do novo saber matemático (Souza, 2013 p.31).

Após a análise e discussões das soluções feitas pelo professor junto a cada grupo de alunos, chegou o momento em que cada um dos grupos apresentou o novo conhecimento. Iniciou-se a quarta etapa da Sequência Fedathi, a **Prova**. Então, cada um dos grupos escolheu um representante que expôs todo o processo de aprendizagem até a conclusão final. Comentaram como construíram a figura, organizaram os dados (perímetro e área), determinaram a razão de proporcionalidade (razão de semelhança), compreendendo assim, como identificar figuras semelhantes, estendendo o conhecimento para os polígonos semelhantes. O professor fez uma intervenção e perguntou como poderiam definir figuras semelhantes. Responderam: “Duas figuras são semelhantes quando têm formas iguais e tamanhos diferentes”. Então, o professor pediu que construíssem mais algumas figuras, a fim de obter outros exemplos de figuras semelhantes.

Construa uma figura semelhantes (ver figura 8) com os pentaminós X,W,F,V,L,T,I e S.
Construa uma figura semelhante (ver figura 9) com os pentaminós T,X,I,F,U,W,P e Y.

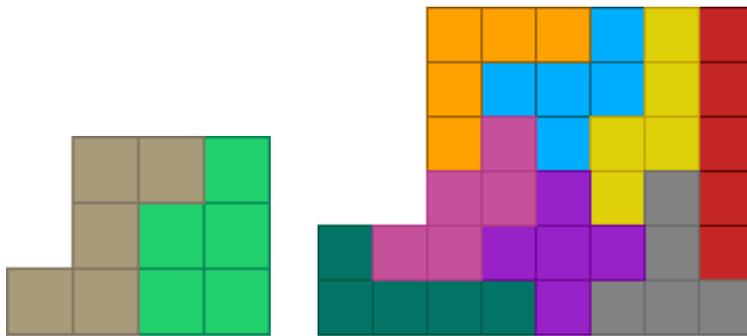


Figura 8. Exemplo de figuras semelhantes usando os pentaminós.

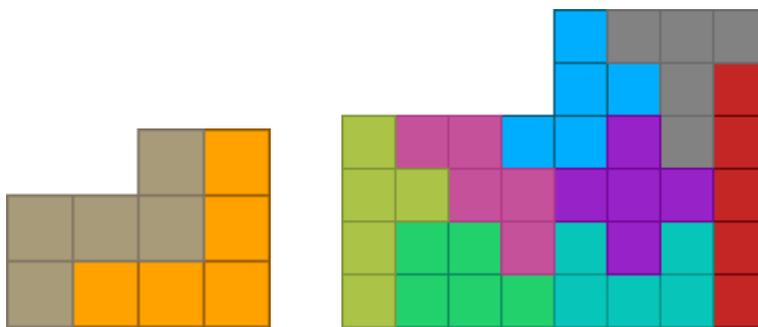


Figura 9. Exemplo de figuras semelhantes usando os pentaminós.

A seguir o professor fez um desenho no quadro (ver figura 10). O objetivo desse momento é formalizar a definição de figuras semelhantes. Então, o professor prosseguiu enfatizando o conhecimento que planejou ensinar, desenhando no quadro dois polígonos ABCD e EFGH.

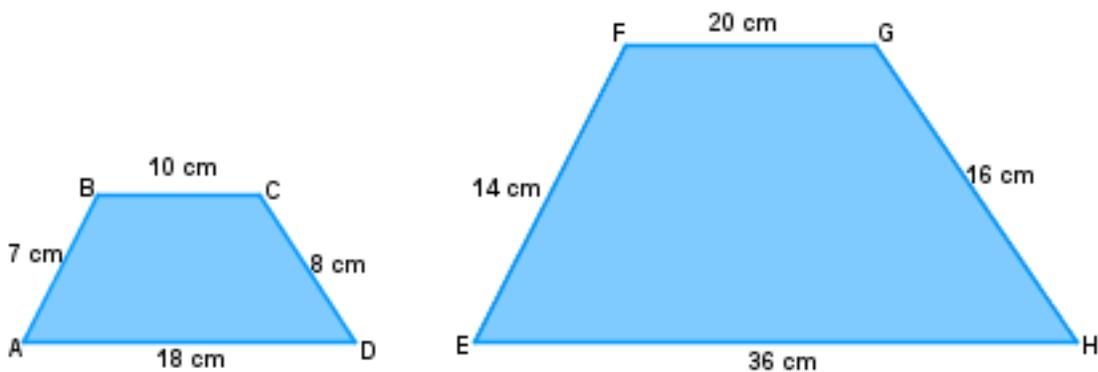


Figura 10. Polígonos desenhados no quadro pelo professor

O professor pediu aos alunos que observassem os seguintes pormenores:

Os ângulos correspondentes são congruentes: $\widehat{A} \cong \widehat{E}$; $\widehat{B} \cong \widehat{F}$; $\widehat{C} \cong \widehat{G}$; $\widehat{D} \cong \widehat{H}$;

Os lados correspondentes (ou homólogos) são proporcionais:

$$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{CD}{GH} = \frac{DA}{HE} \quad \text{ou} \quad \frac{7}{14} = \frac{10}{20} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

O professor prosseguiu, comentando que de acordo com o que aprenderam os polígonos **ABCD** e **EFGH** são semelhantes.

Os alunos concluíram que para garantirmos que dois polígonos são semelhantes, é preciso verificar as duas condições: os ângulos correspondentes são congruentes e os lados correspondentes são proporcionais. Apenas uma das condições não é suficiente para indicar a semelhança entre polígonos.

Após apresentado e validado o novo conhecimento, prosseguimos fazendo uma **avaliação oral** (Souza, 2013 p. 35), através de um exercício (ver Tabela 1). O professor desenhou três quadrados no quadro (ver figura 11).



Figura 11. Quadrados desenhados pelo professor.

Indagando aos alunos prosseguiu: Considerando que o lado do quadrado A mede 1 unidade, o lado do quadrado B mede 2 unidades e o lado do quadrado C mede 3 unidades. O professor escolheu alguns alunos para que completassem a seguinte tabela.

Tabela 1

Dados preenchidos com a participação dos alunos

Comparação entre os quadrados	Razão de semelhança	Razão entre os perímetros	Razão entre as áreas
B e A	$\frac{l_B}{l_A} = \frac{2}{1} = 2$	$\frac{P_B}{P_A} = \frac{8}{4} = 2$	$\frac{A_B}{A_A} = \frac{4}{1} = 4$
C e A	$\frac{l_C}{l_A} = \frac{3}{1} = 3$	$\frac{P_C}{P_A} = \frac{12}{4} = 3$	$\frac{A_C}{A_A} = \frac{9}{1} = 9$
C e B	$\frac{l_C}{l_B} = \frac{3}{2}$	$\frac{P_C}{P_B} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$	$\frac{A_C}{A_B} = \frac{9}{4}$

Fonte: pesquisa direta. 2014

Ao realizar esse exercício com a participação ativa dos alunos, o professor acrescentou,

reforçando o novo saber adquirido: podemos perceber uma relação válida entre a razão de semelhança e a razão entre os perímetros, assim como, percebemos uma relação entre a razão de semelhança e a razão entre as áreas. A razão entre as suas áreas é igual ao quadrado da razão de semelhança entre eles. Concluíram, então, que essas relações são válidas para dois polígonos semelhantes quaisquer.

Finalizamos a quarta etapa da Sequência Fedathi, a **Prova**. É nessa etapa final que o novo saber foi compreendido e assimilado pelos alunos, levando-os a perceber que será possível deduzir outros modelos simples e específicos. Portanto, é muito importante que os alunos percebam a importância de se trabalhar com modelos gerais, pois estes irão auxiliá-los a resolver outros problemas e situações, contribuindo também para o desenvolvimento de seu raciocínio lógico-dedutivo, o tipo de pensamento desejado e necessário para resolver, de maneira eficaz e lógica, problemas matemáticos do cotidiano, além de ser o tipo de raciocínio relevante para o desenvolvimento científico (Souza, 2013 p. 33).

Na Sequência Fedathi, a **Prova** constitui a última etapa do processo, levando o aluno a elaborar o modelo geral do novo saber, especificamente na situação descrita os alunos elaboraram o conceito final de Figuras Semelhantes. Portanto, para atingir esse objetivo o aluno percorreu o seguinte caminho:

- O professor apresentou um problema generalizável;
- Os alunos se debruçaram sobre o problema na busca de uma solução;
- Professor e alunos discutem sobre as soluções apresentadas;
- Após, as discussões, o professor com a participação dos alunos mostrou a formalização do novo conhecimento, enfatizando o novo saber que planeou ensinar.

Considerações Finais

Diante da dificuldade dos alunos assimilarem o conceito de figuras semelhantes e a sua aplicação, planejamos e realizamos essa sequência didática, utilizando como metodologia de ensino a Sequência Fedathi a qual promoveu uma aprendizagem mais significativa, envolvendo e surpreendendo os alunos na elaboração do novo saber, tornando-os parte integrante na construção do conhecimento. As atividades foram desenvolvidas com a participação ativa dos alunos estimulando o raciocínio matemático e a interação entre professor e os alunos, e os alunos entre si, valorizando a participação de todos, aprendendo com os erros e com as tentativas. A metodologia Sequência Fedathi fomentou uma mudança de postura do professor, o qual exerceu a função de mediador durante todo o trabalho realizado pelos alunos.

A maioria dos alunos não apresentaram dificuldades no momento de aplicar o novo conhecimento em exercícios propostos em aulas posteriores, o que comprovou a eficácia da metodologia empregada, observamos que o aluno sentia-se motivado, recuperando a sua autoestima, tornando-se mais autônomo durante a realização de tarefas.

Sabemos da dificuldade do professor em inserir novas metodologias na sua *Práxis* em sala de aula, pois há muito conteúdo para se cumprir em pouco tempo. Entretanto, com a realização dessas atividades o ganho foi imenso tanto para o professor como para os alunos, pois

tivemos como resultado um aluno mais preparado para enfrentar novos desafios na aplicação desse novo saber e motivado a buscar pela aprendizagem em Matemática. O trabalho colaborativo, interativo e autônomo dos alunos encorajou-os a desmistificar a aprendizagem em Matemática.

Portanto, constatamos que o ensino da Matemática pode torna-se mais significativo, tanto para os alunos, como para o professor, desde que o professor explore várias formas de ensinar o conteúdo em foco, adotando a postura proposta pela Sequência Fedathi.

Referências

- Almeida, D. C. C., & Costacurta, M. S. (2010). *Atividades Lúdicas para o Ensino e Aprendizagem da geometria nos anos finais do ensino fundamental*. Universidade Comunitária da região do Chapecó.
- Almeida, V. L. M. C., Guimarães, D. M., & Besserra, V. S. (2005). *Pentaminós como uma Ferramenta Didática* (UNESP).
- Brasil, (1998). Ministério da Educação e Cultura. *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental*. 5ª a 8ª, série, Brasília.
- Golomb, S. W. (1996). *Polyominoes*. Princeton: Princeton University Press.
- Gorgeni, A. C., Silva, E. B., Santos, M. B. & Portanova, R. (2009). *Pentaminós, Uma Experiência Enriquecedora*. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.
- Santos, A. P. R. A. (2014). *Análise de Uma Formação de professores à Luz da Sequência Fedathi: O Uso do Software Geogebra no Ensino da Matemática* (UFC).
- Silva, A. F., Matiko, H., & Kodama, Y. (2009). *Atividades com Jogos para Explorar a matemática na Educação Infantil* (UNESP).
- Souza, M.J.A. (2013). *Sequência Fedathi: uma proposta pedagógica para o ensino de Ciências e Matemática*. Fortaleza, CE: Edições UFC.