



Introducción de conceptos básicos de Matemáticas desde la primaria: el caso del currículo en Costa Rica

Ricardo **Poveda** Vásquez
Universidad Nacional de Costa Rica
Comisión “Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica”
Costa Rica
ricardo.poveda.vasquez@una.cr

Resumen

Algunos conceptos básicos de matemáticas como: variable, probabilidad, geometría analítica, entre otros, tradicionalmente se enseñen sin la construcción previa de conocimientos necesarios desde la primaria. Esto ocasiona vacíos cognitivos en los estudiantes y por ende un aprendizaje superficial de estos (y otros) conceptos elementales.

Este minicurso busca trabajar conceptos fundamentales de las áreas de Relaciones y Álgebra, Geometría y Probabilidad y Estadística siempre desde la perspectiva de la Resolución de Problemas como estrategia pedagógica para la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas, tal y como se plantea en el nuevo currículo de Costa Rica.

Palabras claves: currículo, resolución de problemas, conceptos básicos en primaria. Geometría. Estadística y Probabilidad. Relaciones y álgebra.

Introducción: El currículo de Matemáticas de Costa Rica

En el 2012 el Ministerio de Educación Pública de Costa Rica aprobó un nuevo currículo en Matemáticas e implementarlo a partir del año 2013. Estos programas plantean la Resolución de Problemas con énfasis en contextos reales, como estrategia pedagógica y enfoque principal.

En este programa se proponen habilidades vinculadas en su totalidad a las cinco áreas matemáticas: estadística y probabilidad, números, geometría, medidas, relaciones y álgebra. Por otro lado, también se plantea procesos matemáticos que favorecen la construcción de capacidades cognitivas superiores. *“Estas dimensiones están íntimamente asociadas: los procesos matemáticos adoptados se introducen a partir de tareas para el aprendizaje en las que*

se persigue el desarrollo de habilidades específicas”. (MEP, 2012; p. 26).

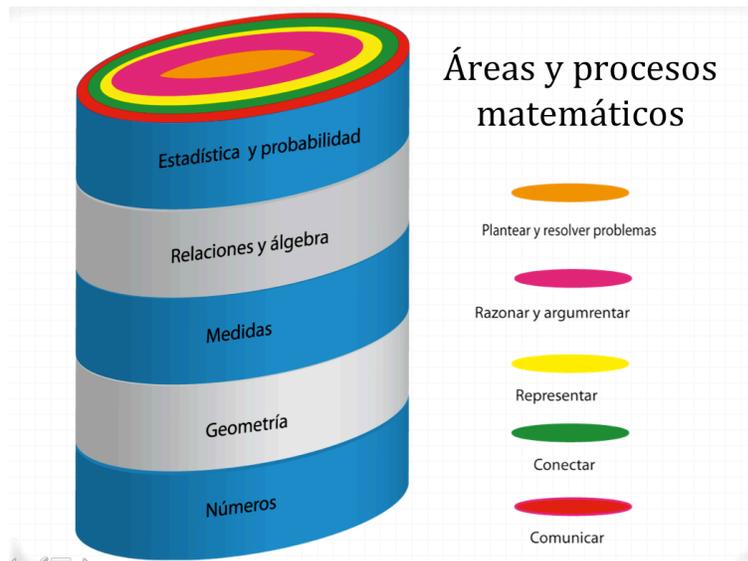


Figura 1. Áreas y procesos en el currículo de Matemáticas de Costa Rica.

Fuente: Ruiz (2012)

En los programas se aclara que *los conocimientos matemáticos o las habilidades específicas no generan por sí mismos capacidades cognitivas más amplias que nutran la competencia matemática.* (MEP, 2012; p. 26). Para llevar a cabo esta tarea fundamental es necesario una mediación pedagógica del docente que estimule el análisis, la reflexión y la discusión académica en los estudiantes.

Para esto se propone una acción de aula en donde se promueva el aprendizaje significativo en los estudiantes a través de dos etapas: Aprendizaje de los conocimientos y Movilización y aplicación de los conocimientos. En la primera etapa es necesario desarrollarla en cuatro momentos: Propuesta del problema, trabajo estudiantil independiente, discusión y contrastación de respuestas y la clausura.

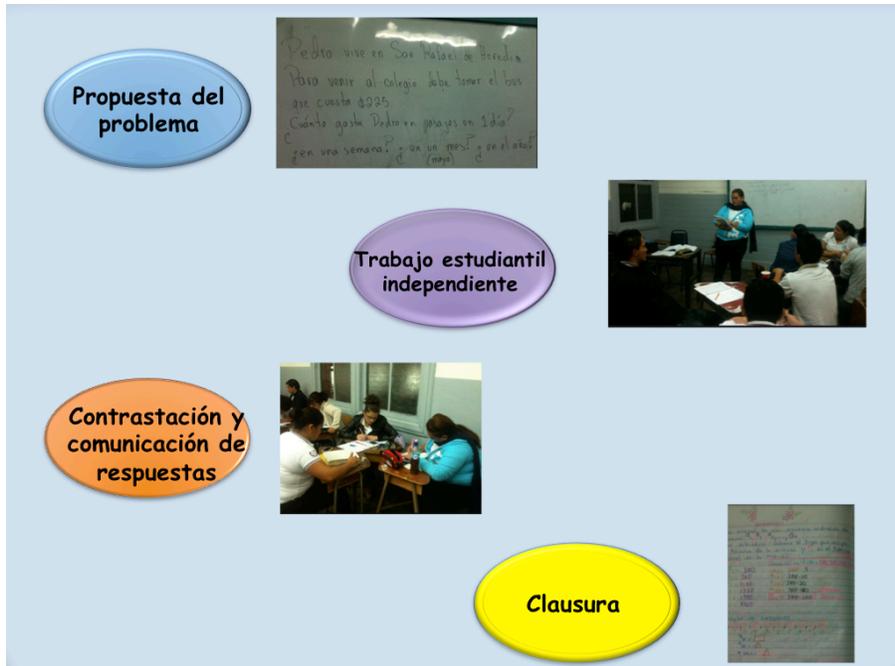


Figura 2. I Etapa: Aprendizaje de los conocimientos

En la segunda etapa se proponen ejercicios y problemas de diferentes niveles de complejidad donde los conocimientos adquiridos se llevan a la práctica en distintos contextos.

Por otro lado, el Programa de estudios está organizado de acuerdo a las áreas matemáticas: relaciones y álgebra, estadística y probabilidad, números, medidas, y geometría. Cada una de ellas están presentes en el currículo de primaria y secundaria en diferentes intensidades según el año lectivo, así como se puede observar en el siguiente gráfico:

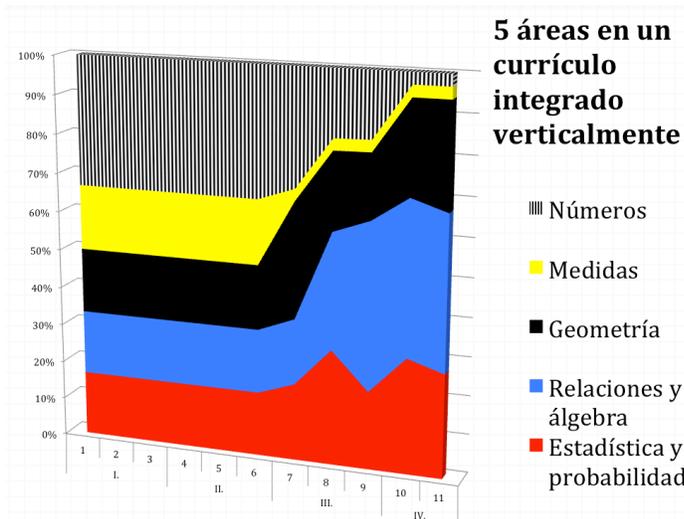


Figura 3. Distribución de áreas en los años lectivos en el currículo de Matemáticas de Costa Rica.

Fuente: Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2012).

La verticalidad de las áreas de este currículo permite trabajar conceptos básicos desde la primaria. Precisamente esto es lo que se detallará en este Minicurso particularmente en las áreas

de Probabilidad y estadística, Relaciones y álgebra y Geometría.

Conceptos básicos de Matemáticas desde la primaria

En el currículo de Matemáticas de Costa Rica plantea una distribución de las habilidades en cada año lectivo según las áreas, el nivel de dificultad y profundidad. Además, cada área se divide en sub áreas para una mejor comprensión y orden.

A continuación se detalla en cada área, las diferentes sub áreas y como se esbozan las habilidades en los Programas de Matemáticas de Costa Rica. Se propondrá un problema de ejemplo donde se visualice alguna o algunas de las habilidades que se desean lograr.

Relaciones y Álgebra

La incorporación de esta área en el currículo de Matemáticas de Costa Rica es una novedad ya que en los programas anteriores se trabajaba el Álgebra hasta la secundaria y de una forma abstracta. Como lo indica De Faria (2013, p. 12), el currículo nuevo de Costa Rica *“promueve el desarrollo del pensamiento algebraico funcional desde los primeros años de la educación primaria, en forma gradual, integrada, articulada, tomando los cuidados para evitar todo tipo de cortes didácticos o rupturas cognitivas que podrían ser producidas durante su puesta en praxis.”*

Sucesiones

En toda la primaria se trabaja esta sub área. La idea es en los primeros años trabajar con patrones no solo numéricos si no con representaciones geométricas, figuras e incluso sonidos. Se plantean habilidades sobre la construcción de sucesiones y la identificación así como la resolución de problemas utilizando patrones y sucesiones.

Un ejemplo donde se utilizan las sucesiones para la resolución de problemas es: Una colonia de bacterias cuenta inicialmente con 8 bacterias. Si la cantidad de bacterias es duplicada cada 24 horas, ¿qué cantidad de bacterias tendrá la colonia al final de 1 semana? (MEP, 2012, p. 240)

Relaciones

El tema de relaciones se introduce a mediados de la primaria iniciando con la representación tabular de relaciones entre números y operaciones y el cálculo de valores faltantes en una tabla o en una expresión matemática.

El concepto de variable se introduce en los dos últimos años de la primaria iniciando con la distinción entre cantidades variables y constantes para luego crear en los estudiantes la necesidad del uso de símbolos para la generalización y su uso en las relaciones. Después se trabaja los conceptos de dependencia e independencia entre cantidades principalmente con expresiones conocidas por los estudiantes como por ejemplo las fórmulas de perímetros y áreas de figuras geométricas.

La proporcionalidad directa, los porcentajes y la regla de tres son conceptos que se adquieren en el último año de la primaria.

Un ejemplo para introducir el concepto de cantidades constantes y variables es: El costo de $\frac{1}{2}$ kg de queso es de \$2, el de 1 kg \$4, el de 1,5 kg es \$6. ¿Qué relación existe entre los kilogramos de queso y su costo? (MEP, 2012, p. 234)

Representaciones:

Esta sub área se trabaja en los últimos 3 años de la primaria pues antes es fundamental el dominio básico de operaciones con números naturales.

Se plantean habilidades donde se utilicen las diferentes representaciones de una expresión matemática (verbal, números y letras). También se trata la representación de relaciones a través de tablas y en el último año de primaria, mediante un plano cartesiano. Con esto se puede visualizar una correlación y conexión entre las sub áreas (el concepto de relación) y áreas de la Matemática (el uso de plano cartesiano).

Un ejemplo donde se trabajan varias habilidades de esta sub área es:

Complete la siguiente tabla utilizando la conversión de grados entre temperatura (Fahrenheit, Celsius a través de la relación $C = \frac{(F-32) \times 5}{9}$).

Grados Celsius	Grados Fahrenheit
50	
55	
60	
65	
70	
75	

En un plano cartesiano represente los pares ordenados que se obtienen de la tabla anterior. (MEP, 2012, p. 235)

Ecuaciones e inecuaciones

Esta sub área se introduce en el último año de la primaria ya que es necesario primero un manejo conceptual básico de los contenidos anteriores.

Para su introducción es importante primero identificar si un número es solución de una ecuación e inecuación dada para luego resolverlas. La resolución se da en los números naturales.

Un ejemplo para introducir el concepto de inecuación es:

En Costa Rica la relación costo (en colones) y cantidad de litros de gasolina se puede modelar con la fórmula $C = 570 \times l$. ¿cuántos litros de gasolina se pueden comprar a lo sumo con 10 000 colones?

Geometría

En el currículo de Matemáticas de Costa Rica en primaria se propone el trabajo de la Geometría sintética, simetría, transformaciones, conceptos básicos de Geometría analítica y del espacio. Para efectos de este Minicurso se indicarán las habilidades que se desean lograr en los estudiantes de primaria de las cuatro últimas sub áreas nombradas anteriormente.

Cuerpos sólidos

En el nuevo currículo de Matemáticas de Costa Rica se le ha dado una importancia significativa a esta sub área ya que se asume un estudio de la Geometría con los entornos espaciales donde se desarrolla el estudiante y su relación con la visualización espacial. En todos los niveles escolares, el estudio de los cuerpos sólidos pretende una familiarización con ellos

como forma general tridimensional, con sus nombres y con los elementos que los definen. Esto implica trabajar con material concreto que permita explorar e identificar las características de cada cuerpo. (MEP, 2012, p. 204)

En los primeros años se trabaja con la identificación de objetos que tengan forma de caja o forma esférica. Se analiza las partes de cada una de estos cuerpos sólidos y que se reconozca las diferencias y similitudes entre las cajas y los cubos.

En la mitad de la primaria se propone la identificación de los conceptos de paralelismo y perpendicularidad en el espacio, siempre asociados a cuerpos sólidos, particularmente de los prismas rectangulares.

Al final de la primaria se trabaja con los elementos y propiedades de prismas y cilindros; y el cálculo de volúmenes. En esto último se hace un especial énfasis en la deducción de las fórmulas.

Un ejemplo para introducir el concepto de volumen es:

En un “kinder” se tienen 64 cubos de madera de diferente color y de un decímetro de arista. Si se desea guardarlos en una caja de madera, entonces ¿cuáles podrían ser las dimensiones de la caja? (MEP, 2012, p. 212)

Simetría y Transformaciones

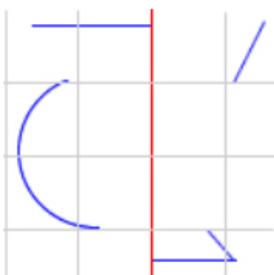
Esta sub área se trabaja solo en los últimos tres años de primaria ya que es necesario que el estudiante adquiera primero los conceptos básicos de la geometría sintética.

Se quiere que el estudiante adquiera habilidades de identificación, reproducción y trazo de figuras simétricas y la ubicación de puntos homólogos

La única transformación que se trabaja es la traslación, a través del reconocimiento de figuras que se obtienen mediante una traslación de otras.

Un ejemplo de (MEP, 2012, p. 214) muestra como se pueden trabajar algunas de las habilidades de simetría:

En la siguiente figura la línea roja es el eje de simetría. Complete la figura



Geometría analítica

Esta sub área se trabaja poco en primaria solo en el quinto nivel (estudiantes de 11 años) pero es fundamental que desde estos años escolares se trabaje por la conexión que existe con el área de relaciones y álgebra, como más adelante se puede visualizar en un problema de esta área.

En primaria se trabaja solo con números naturales por lo que para las habilidades de esta sub área se utiliza solo el I cuadrante del plano cartesiano.

Las habilidades que se exploran son la de representar primariamente puntos en un sistema de coordenadas y luego hacerlo con figuras.

Para lograr estas habilidades se puede realizar una actividad donde el cuadriculado del piso del aula represente un sistema de coordenadas; un vértice de uno de los cuadros es el punto de referencia, de modo que a la derecha de él está el Este. Luego se solicita a varias personas caminar una determinada distancia al Este y otra al Norte y que se posicione ahí. Por ejemplo: una persona A que camine 3 cuadros al Este y 2 al Norte, otra persona B que camine 4 cuadros al Este y 6 al Norte. Una persona C que camine 7 cuadros al Este y 1 al Norte y una persona D que camine 8 cuadros al Este y 5 al Norte. Posteriormente, se solicita a las demás determinar el tipo de figura que ellas formaron. (MEP, 2012, p. 207)

Estadística y Probabilidad

En el nuevo currículo, esta área también se le da un énfasis importante en comparación con los programas anteriores que se centraban en el cálculo de medidas y la creación de algunas gráficas estadísticas. Como la afirma Ruiz (2013, p. 34): *“se ha dado un lugar relevante a la Estadística y Probabilidad en todos los años escolares, precisamente porque es un área que aporta grandes posibilidades de realizarel enfoque principal: resolución de problemas con énfasis en contextos reales. También porque permite amplias conexiones con otras áreas matemáticas”*

Además como lo establece el MEP (2012, p. 55) *en el siglo XXI se requiere de personas capaces de comprender, interpretar y usar la información para entender la realidad, resolver distintos problemas y tomar decisiones inteligentes.*

Los tópicos de esta área se introducen de forma paulatina, intuitiva y práctica en toda la educación Primaria.

En el caso de Estadística se incluyen las subáreas de: datos, población y muestra, porcentajes, variabilidad de los datos, recolección y presentación de información y medidas. En este minicurso se hará énfasis a las dos últimas sub áreas.

En el caso de Probabilidad las sub áreas que se trabajan son: situaciones o experimentos, eventos y probabilidades y sus propiedades. En este minicurso se trabajará en la sub área de eventos.

Recolección y presentación de la información

En esta sub área se trabaja la recolección de datos a través de la observación y la interrogación en los primeros años y después a través de la medición y el cuestionario. También se agrupan los datos por medio de la frecuencia de repeticiones.

Para la representación de la información una vez resumida se utilizan los cuadros, gráficos de barras, diagramas de puntos y diagramas lineales para las series de tiempo.

Todo lo anterior se realiza para el análisis de la información, o sea, la habilidad final no es la construcción de un cuadro o gráfico sino que a través del mismo obtengan conclusiones válidas.

Un ejemplo que propone MEP (2012, p. 254) es: *Se busca determinar las preferencias alimenticias del estudiantado con respecto a cuatro alimentos particulares: frutas, ensaladas (de hortalizas), hamburguesas y papas fritas. Se debe realizar un análisis estadístico que*

permita clasificar estos productos de acuerdo con la preferencia de las y los estudiantes del grupo. Se recomienda medir la preferencia por el consumo de cada producto por medio de los términos Mucho, Regular y Poco, además incluir el sexo de cada estudiante que responde las preguntas. Diseñe una estrategia que permita recolectar la información necesaria, impleméntela, resuma la información y lleve a cabo el análisis correspondiente.

Medidas estadísticas

Con respecto a las medidas, en primera instancia se trabaja la moda, el máximo y el mínimo. Posterior se utiliza el promedio. El recorrido es la única medida de variabilidad que se trabaja en primaria.

Todas las medidas se utilizan para realizar los análisis estadísticos en la resolución de problemas y la toma de decisiones.

Eventos

En los primeros niveles de primaria se busca identificar eventos (se inicia con la palabra resultado por ser más natural para los estudiantes de estos niveles) probables, imposibles, más probables o menos probables según el experimento que se plantee.

Luego se va construyendo el concepto de evento simple para luego identificar los resultados a favor de un evento y luego se trabaja de nuevo con la determinación de eventos más probables, igualmente probables y menos probables, según con la frecuencia de sus resultados simples y ya no de forma intuitiva como en los primeros niveles.

Todo esto se da como preámbulo necesario para la construcción de la definición clásica de probabilidad y utilizarlo para la toma de decisiones.

Un problema que integra varias habilidades de esta área, según MEP (2012, p. 265) es: *Una caja contiene cuatro bolas azules, dos bolas rojas y una bola blanca. Si se concibe el experimento de extraer una bola sin ver su color (aleatoriamente): a. Determine el número de resultados simples que se pueden obtener. b. De todos estos resultados, ¿cuántos son favorables para el resultado de obtener una bola azul? c. ¿Qué otros resultados posibles pueden presentarse? d. ¿Qué es más probable, obtener una bola blanca u obtener una bola roja? ¿Por qué?*

Algunos retos

A pesar de que esta reforma curricular en Costa Rica lleva poco tiempo, ya se han vislumbrado algunos retos que el Ministerio de Educación Pública debe enfrentar al incorporar estos conceptos que para un gran número de docentes de primaria son casi nuevos. La formación inicial de estos docentes no incluye una base matemática sólida, pues al impartir todas las asignaturas, su formación debe incluir un conocimiento básico en cada una de ellas, así como un conocimiento en pedagogía y didáctica general.

Aunado con lo anterior se encuentra el problema de la calidad de la formación recibida, como lo establece Alfaro, A. y otros (2013) en Costa Rica *existen muchos entes formadores de docentes...; sin embargo, los mecanismos para supervisar la calidad y pertinencia de las mismas son muy pocos.*

Para contrarrestar lo anterior, el Ministerio de Educación Pública a través del *Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica* (www.reformamatematica.net), han puesto

en práctica diferentes estrategias como cursos virtuales, cursos bimodales y creación de materiales de apoyo curricular, todos estos con el enfoque de Resolución de Problemas que establecen los programas oficiales de estudio para Matemáticas del país. Además se ha creado una comunidad virtual y se ha dado apoyo a través de redes sociales.

Conclusiones

Varias investigaciones recomiendan introducir el álgebra, la estadística y probabilidad y la geometría analítica, desde los primeros años de la educación elemental (NCTM, (1989), NCTM (2000), Carraher y Schliemann (2007), De Faria (2013)). Lo anterior insta a que conceptos como sucesiones, relaciones, cuerpos sólidos, simetría, transformaciones, recolección y representación de información, medidas estadísticas y eventos sean incorporados en los currículos de matemáticas en el mundo.

En Costa Rica, los nuevos programas de Matemática han incorporado estos y otros conceptos desde la primaria a través de la Resolución de Problemas como estrategia pedagógica.

La introducción de algunos conceptos básicos de estas áreas desde la primaria permiten que los estudiantes se enfrenten a conceptos más complejos y abstractos con una menor dificultad. También promueven mayor análisis y reflexión.

La introducción de la Geometría con visualización espacial, movimiento de objetos, coordenadas y su relación con el Álgebra estimula el razonamiento, la argumentación, la comprensión y manipulación dinámica de los objetos geométricos.

La introducción temprana y gradual de Relaciones y Álgebra, permite la construcción con fundamento pedagógico para el aprendizaje de las funciones, una visión integradora de lo funcional y simbólico, y el uso de modelos algebraicos simples.

El fortalecimiento de la Estadística y Probabilidad en todos los años lectivos, áreas orientadas a la organización de la información en diferentes espacios y situaciones, para una preparación para la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre en la vida cotidiana.

Referencias y bibliografía

- Alfaro, A. y otros (2013). La formación inicial y continua de docentes de Matemáticas en Costa Rica. En *Cuadernos de Investigación y formación en Educación Matemática*. Recuperado el 01 de febrero de 2015 de <http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/12225/11496>.
- Carraher, D. W., Schliemann, A. D. (2007). *Early Algebra and Algebraic Reasoning*. In F. Lester (Ed.), *Handbook of Research in Mathematics Education* (pp. 669-705). Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- De Faria, E. (2013). *El pensamiento algebraico en los programas de estudio de matemáticas: Una visión general*. Recuperado el 28 de enero de 2015 de http://www.centroedumatematica.com/memorias-icemacyc/Conferencia_paralela_De_Faria.pdf
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. NCTM. Reston, VA
- National Council of Teachers of Mathematics (2003). *Principles and standards for school mathematics*. USA.
- Ministerio de Educación Pública. (2012). *Programas de estudio en Matemáticas para la Educación general Básica y el Ciclo Diversificado*. San José, Costa Rica: autor. Recuperado el 27 de octubre de 2014 de <http://www.reformamatematica.net/proyecto/docs/programas.pdf>.

Morales, L. y Díaz, J. (2003). *Concepto de variable: dificultades de su uso a nivel universitario*.

Recuperado el 28 de enero de 2015 de <http://semana.mat.uson.mx/MemoriasXVII/XIII/lina.pdf>.

Ruiz, A. (2012). *Programas de estudio en Matemática* [diapositivas de PowerPoint].

Ruiz, A (2013). La reforma de la Educación Matemática en Costa Rica. Perspectivas de la praxis. En: *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*. Recuperado el 15 de febrero de <http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/issue/view/1186/showToc>