



A iniciação na modelagem matemática como uma possível proposta formativa

Ernandes Rocha de **Oliveira**

Departamento de Matemática, Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista
Brasil

ernandes@mat.feis.unesp.br

Zulind Luzmarina **Freitas**

Departamento de Matemática, Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista
Brasil

zulind@mat.feis.unesp.br

Resumo

Neste trabalho analisamos o processo de formação inicial ocorrido com um estudante no desenvolvimento de sua investigação de um problema em Modelagem Matemática em interação com os outros colegas e dois docentes que pesquisam em ensino de Ciências e Matemática. O objetivo é investigar características da aprendizagem do aluno quando utilizamos a modelagem matemática como abordagem de ensino e aprendizagem no contexto da formação inicial de professores. Foram realizadas ao longo de dois semestres reuniões semanais com o grupo de alunos em que esses relatavam o desenvolvimento de seus trabalhos, as reuniões foram gravadas e depois analisadas. Os nossos dados foram obtidos a partir da análise dessas reuniões e de relatório confeccionado por um destes alunos. Foi possível elencar algumas categorias e construir uma tipologia para um olhar do processo formativo tendo como pano de fundo a modelagem matemática.

Palavras chave: educação, matemática, formação inicial, modelagem, formação crítica.

Introdução

Durante o ano de 2014 desenvolveu-se um projeto de investigação com quatro alunos do Curso de Licenciatura em Matemática visando lidar com situações de ensino-aprendizagem que

os permitissem elaborar, numa fase posterior, sequências didáticas para alunos de uma Escola Estadual de Ensino Médio. Neste trabalho analisamos esse processo de formação ocorrido com um dos estudantes, do segundo ano de licenciatura em Matemática, desenvolvendo a sua investigação pessoal, de um problema relativo a Modelagem Matemática, em interação com os outros colegas e dois docentes que pesquisam em ensino de Ciências e Matemática. O grupo reunia-se, semanalmente, para discutir sobre as atividades desenvolvidas. Esses alunos recebiam bolsas da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e estavam vinculados a um projeto maior com foco na Escola. A interação ocorrida entre os participantes baseia-se na visão de que a aprendizagem é um processo de engajamento, do estudante, em conversação e atividades de ensino, que refletem as concepções aceitas pela comunidade científica (Driver et al., 1999). Nesta concepção, é, principalmente, através do diálogo sobre ciências, que o aprendiz de ciências pode passar, lentamente, a dominar a maneira científica de pensar e agir. A nossa hipótese é que a abordagem de problemas utilizando-se a modelagem matemática, dentro de um grupo que privilegia a investigação sobre a prática como modelo formativo, pode favorecer o surgimento de certos aspectos de aprendizagem que não seriam possíveis em outras circunstâncias. Como acreditamos que essa aprendizagem necessita de um processo de construção a nossa investigação é dirigida de maneira a entender quais aprendizagens podem ser evidenciadas quando o futuro professor se envolve em um problema que contemple a modelagem, enquanto estratégia de ensino.

Educação Matemática, Modelagem e Formação inicial de professores

A ideia de formação docente assumida pelos autores está baseada em Chauí (2003); nessa visão, a formação docente envolve tempo, assim, não pode prescindir de conhecimentos instituídos e nem pode ser reduzida à mera transmissão de conteúdos e ao mero treinamento de futuros pesquisadores. Para Chauí (2013), a leitura de uma obra nos anuncia algo de novo que nos mobiliza para elevar as nossas questões do plano do vivido como “passional”, “natural”, ou “choro”, para um plano que nos questiona, remete-nos ao passado, não em um plano contemplativo, mas que nos interroga e ajuda-nos a re-colocar as questões do presente.

Quanto a concepção de Educação Matemática adotamos uma postura que se aproxima da Educação Matemática Crítica no sentido proposto por Ole Skovsmose (Jacobini; Wodewotzki, 2006). Segundo Jacobini e Wodewotzki (2006) uma abordagem sócio-crítica da Educação Matemática, em consonância com a Pedagogia Crítica freiriana, volta-se para a formação crítica, amadurecimento acadêmico do educando e construção da autonomia. As características que ressaltam são a da participação ativa do educando, reflexões sobre problemas de seu entorno e envolvimento e participação na comunidade.

Existem muitas concepções acerca de Modelagem Matemática e de sua relação com a Educação Matemática (Malheiros, 2012). Barbosa (2001) resgata a perspectiva da modelagem na Educação Matemática, a partir de sua origem na Matemática Aplicada. Na Matemática Aplicada entende-se que muitos problemas que aparecem no cotidiano são passíveis de serem compreendidos a partir de um ponto de vista quantitativo e/ou envolvendo alguma representação de formas e que, para a resolução desses problemas, é desejável, ou ainda, necessário empregar as ferramentas simbólicas que historicamente foram organizadas no campo da Matemática. Entendemos que nessa etapa, enquanto proveniente da Matemática Aplicada, a primeira característica importante que se pode dizer sobre o uso de matemática em problemas do “mundo real” é que ela funciona como uma linguagem tentando traduzir, da linguagem natural, de modo conciso e com algum grau de precisão e mínima ambiguidade, os princípios básicos organizados

em outras ciências. Esse processo de tradução de conceitos formulados em uma linguagem natural para a linguagem simbólica matemática é o início do que se chama modelamento, ou modelagem, matemática (Bassanezi, 2002; Barbosa, 2009; Araújo, 2012). Como linguagem, a matemática possui uma sintaxe peculiar e, muitas vezes, difícil para quem se inicia, por isso, em todos os níveis de ensino sugere-se a vinculação dos conteúdos próprios da matemática com problemas do contexto do estudante, quando não com o próprio contexto em que o conteúdo matemático (agora como modelo simbólico) foi concebido. A segunda característica, que essa ciência apresenta, é funcionar como “ferramenta” para obter respostas a partir de modelos matemáticos já conhecidos ou ainda como instrumentos para a construção de novos modelos (Barbosa, 2001).

A formação básica de qualquer profissional no ensino superior que venha a usar a matemática, não pode deixar de lado um cuidado especial com os conteúdos, com a relação desses conteúdos matemáticos com as outras ciências, com os diversos ramos da própria matemática e com o desenvolvimento histórico dos temas da matemática e sua relação com os problemas do mundo real. Entende-se também, que o estudo de modelos matemáticos simples, porém significativos do ponto de vista do desenvolvimento dessa ciência e sua relação com as demais ciências, permite ao iniciante compreender melhor o poder e o limite dos métodos matemáticos utilizados. Além disso, esses modelos podem servir como um primeiro passo na busca de uma formação matemática que possa desenvolver no estudante uma confiança na formulação e exploração de novos modelos.

Da mesma forma, a literatura aponta para várias perspectivas sobre a relação entre modelagem e Educação Matemática. Araújo (2009) argumenta em favor de uma abordagem da modelagem matemática segundo a educação matemática crítica. Referenciamos nosso trabalho em uma perspectiva crítica para a formação de professores e, nesse sentido, procuramos organizar nosso trabalho com os estudantes de modo a construir um ambiente de aprendizagem que valorize o grupo, que permita que cada um explore suas questões e publicamente as apresente, que permita o questionamento das suposições e condições e que compreenda a sua prática como condição problematizável.

As propostas curriculares de formação básica contemplam a perspectiva da Modelagem Matemática no ensino-aprendizagem (BRASIL, 2006). Embora a estrutura curricular dos cursos de Formação de Professores de Matemática preveja várias disciplinas específicas de matemática, existe espaço e necessidades para a exploração de tratamentos e uso de metodologias alternativas às que são tradicionais nessas disciplinas e é necessário buscar-se um tratamento mais integrado entre as diversas disciplinas. Malheiros (2012) aponta que pesquisas que investigam a modelagem na formação inicial e continuada de professores destacam a importância de a Modelagem ser incorporada aos cursos de formação e observa que, nessas formações, pelo menos duas ações devem estar presentes: a vivência com modelagem e as ações didático-pedagógicas que permitiriam aos estudantes refletirem sobre as possibilidades de utilização da modelagem como estratégia de ensino. Vários autores que investigam a Modelagem na Formação de professores, reconhecem que esses, nesse processo, possuem a oportunidade de experimentar e aprofundar seus conhecimentos em investigações e só têm a ganhar em suas habilidades de uso da matemática na formulação e resolução de futuros problemas e na concepção de alternativas metodológicas de ensino de matemática possibilitando a transferência do processo vivenciado para sua atuação na educação básica (Biembengut, Biembengut, 2009; Leite, 2008; Barbosa, 2001).

A investida dos professores da universidade foi voltada para uma preocupação tanto com a resolução de problemas quanto com uma atenção e cuidado com o rigor da expressão de raciocínios matemáticos, na construção de modelos próprios e na compreensão de sua relação com os problemas reais, na reflexão sobre esse processo e na busca de traduzir as investigações em propostas de ensino para o ensino básico, compreendendo os aspectos culturais e sociais envolvidos nessa tarefa. Na nossa perspectiva, a Modelagem Matemática é compreendida como uma alternativa pedagógica que permite um trabalho formativo que vise a possibilidade de construção de autonomia por parte dos estudantes. Barbosa (2001) apresenta seis pilares que se constituem na argumentação do movimento de Modelagem na educação: o argumento formativo, o argumento da competência crítica, o argumento da utilidade, o argumento intrínseco, o argumento da aprendizagem e o argumento da alternativa epistemológica (a matemática como cultura). Compreendemos que nosso trabalho, na formação inicial de professores, busca, na utilização da modelagem, defender esses mesmos pilares.

O ensinar e aprender na perspectiva formativa

Segundo Freire & Shor (2003), a tarefa do professor nas escolas e instituições de ensino superior, ao discutir o próprio processo da educação, passa por incentivar a curiosidade e o rigor dos alunos, não garantindo, mas permitindo que estes percebam as contradições existentes na sociedade, possibilitando com isso que alguns poucos continuem de maneira mais comprometida nesse processo de transformação. Nessa prática, o diálogo é a confirmação conjunta do professor e dos alunos no ato comum de conhecer e reconhecer o objeto. Então, em vez de transferir o conhecimento estático, como se fosse uma posse do professor, o diálogo requer uma aproximação dinâmica na direção do objeto. Nas palavras de Freire & Shor (2003, p. 205), “Na perspectiva libertadora, não temos nada para dar, realmente. Damos alguma coisa aos alunos apenas quando intercambiamos alguma coisa com eles”. Nessas condições, podemos dizer que o professor, “desarmado”, contextualiza o programa a ser desenvolvido em um momento em que ocorre simultaneamente a sua aprendizagem e a do aluno. A relação “quem ensina aprende” é parte de como o professor compreende a sua participação e o seu compromisso na construção do conhecimento. Para Shor e Freire não significa, no entanto, não compartilhar de algumas “certezas”, mas vinculá-las à historicidade da ciência, ou seja, entender que as perguntas surgem e adquirem sentido de acordo com a sociedade e o momento que vivemos; assim um conhecimento novo surge e é substituído quando não dá conta de responder às questões que estão sendo feitas naquele tempo e lugar (Freire e Shor, 2003). Nem por isso, na perspectiva de Freire e Shor (2003), o professor e o aluno têm o mesmo status na relação ensino-aprendizagem, o que significa que ele mantém uma posição diretiva, ou seja, ele diferencia-se da posição do aluno na medida em que “traz” para essa relação o conhecimento do conteúdo e processos de análise. Dessa maneira, ele dispõe de “rigor” e “autoridade”, o que, para os autores, implica que esta está continuamente em reconstrução no processo do conhecimento, juntamente com o aluno. Conhecimento no sentido de dar “vida” ao objeto estudado, o que exige do professor e aluno manter sempre uma posição cética com relação ao objeto estudado. A autoridade, e não o autoritarismo, no próprio processo de exercitar a autoridade, que se refaz, abre espaço para o aluno trazer sua expressão na relação com o objeto, juntamente com o professor. A autoridade do professor, a liberdade por parte dos alunos, a busca da intimidade do objeto na sua historicidade e relações, juntas são o motor para o pensamento crítico. Segundo Shor e Freire, o fato de o professor ter mais intimidade com o objeto, não significa que ele já esgotou todas as dimensões,

todas as relações, relativas ao processo de conhecimento do objeto (Freire & Shor, 2003).

Metodologia

O nosso trabalho é de natureza qualitativa e tem como base projetos de investigação realizados com alunos do Curso de Licenciatura em Matemática visando lidar com situações de ensino-aprendizagem que os permitissem elaborar, numa fase posterior, sequências didáticas para alunos de uma Escola Estadual de Ensino Médio. Os registros foram obtidos a partir da transcrição de áudio de reuniões do grupo de pesquisa, realizadas semanalmente durante o período de março a junho de 2014, e de relatório apresentado por um dos alunos. O grupo de investigação é composto por quatro estudantes de Iniciação Científica cada um desenvolvendo a sua investigação pessoal acerca de um problema relativo a Modelagem Matemática e dois professores da universidade. A proposição do problema foi construída passo a passo por um dos alunos através do compartilhamento de informações, em reuniões realizadas semanalmente com o grupo, partindo do interesse do aluno.

A análise de dados foi realizada através da construção de categorias, utilizando-se a análise de conteúdo segundo Bardin (1988), a partir da qual procuramos destacar os diferentes tipos de aprendizagem ocorridos no processo de formação do professor na condução de trabalhos de investigação.

Na constituição dos dados destacamos situações que trazem reflexões para a importância do aluno viver esse processo durante a sua formação inicial.

Análise

As categorias de ensino-aprendizagem construídas a partir de uma leitura da perspectiva freiriana nos permitem inferir sobre o seu papel na formação inicial.

Ensinar e aprender exigem arriscar-se ao novo: esta aprendizagem é definida a partir do desenvolvimento da disposição do sujeito abrir-se para áreas não explicitamente relacionadas. Barbosa (2001) considera “a modelagem como um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar”, nesse sentido o novo, ou novidade, pode vir a partir de uma situação a qual o estudante ainda não fora exposto, ou seja, a partir de uma situação em que seus conhecimentos prévios, experiências, vivências, deverão ser mobilizados para enfrentar um problema que, para ele, é novo, surpreendente ou ainda, a novidade pode advir de uma situação em que o estudante reconhece uma certa insuficiência de seus conhecimentos prévios para responder adequadamente à sua questão (Burak, 2010).

No relato isso é alcançado quando o aluno ao adentrar nos estudos de modelagem elege um dos exemplos apresentados por Bassanezi (2002) como tema de estudo. O tema escolhido foi o da Maçã. Este momento lhe surge como uma surpresa, um espanto, que diante da pergunta “como calcular o volume de uma maçã” se vê perante um problema que até então não fazia parte do universo temático de seus estudos de matemática. O que uma maçã teria a ver com matemática?

“... este tema me chamou a atenção pela curiosidade em saber como eu poderia transformá-lo em um problema matemático, achava que se fosse possível não teria muitas maneiras de como fazer isso. Em minhas pesquisas sobre o tema, descobri como modelos: Análise da correlação entre temperatura de “dormência” e a produção, Processo de resfriamento da maçã e etc. Dentre as opções citadas e muitas outras, eu escolhi trabalhar com o volume da maçã, isto é, como calcular o volume de uma maçã.”

Este é um momento que permite ao aluno mover-se do estrito universo dos conteúdos

propriamente matemáticos em direção a aspectos que, na forma tradicional, estão fora da matemática escolar. Aqui cabe observar que, o que torna esse momento possível, é a busca do diálogo entre professores e alunos e uma busca pela horizontalidade na construção do conhecimento, caracterizamos esse momento como parte do rigor metódico, característico do processo investigativo, apresentado em Freire (1996). Essa horizontalidade de posicionamentos é parte da concepção de formação docente assumida pelos autores no sentido de que o aluno, em conjunto com o professor re-colocam a leitura da obra, no caso o tema eleito, enquanto “entendimento do que significa compreender um tema” e recolocá-lo numa perspectiva de introduzir outros elementos. Também Keim (2012) destaca a importância da horizontalidade num processo de formação que privilegia e valoriza as diferenças no que tange ao encaminhamento de uma educação crítica:

"Num processo educacional, diferente do que ocorre na Educação Bancária, predomina a horizontalidade na medida em que as relações são de parceria e de colaboração e reciprocidade. A horizontalidade predomina em circunstância na qual somente ensina quem se dispõe a aprender. No sistema horizontal, igualdade não é uniformidade, mas respeito e valorização das diferenças. Na horizontalidade o processo educativo reúne pessoas diferentes, com diferentes graus de conhecimentos e diferentes tipos de conhecimentos, que não se submetem, por esses atributos, a hierarquia pré-estabelecida".

Nesse sentido podemos falar que o arriscar-se para o novo surge numa procura de satisfação e sustentação do sujeito e do coletivo, na busca pela compreensão mais ampla do assunto abordado. Nesse contexto, o processo de formação adotado caminha para uma concepção voltada para humanização onde prevalece a reciprocidade e a colaboração. Esse processo é implícito e vai sendo explicitado na medida que os ganhos de tal abordagem se tornam visíveis. Desta maneira faz-se necessário um exercício investigativo do grupo e dos integrantes do grupo para a compreensão da extensão da estratégia adotada. A interligação de muitas áreas, quando não se torna explícita, distancia o sujeito da complexidade e teia de relações que seu objeto e prática estão inseridos. Compreender e explicitar concepções que embasam práticas sociais potencializam que o inter-relacionamento de outras áreas do saber como questões políticas, econômicas, de cidadania, dentre outras, adquiram mais consistências, tanto no que tange à projetos individuais como coletivos (Freire,1996).

Ensinar e aprender exigem libertar-se de pré-concepções: o contexto é estabelecido de maneira que a investida do aluno caminhe para cada vez mais buscar conhecimento enriquecendo a qualidade da crítica. Jacobini e Wodewotzki (2006) assinalam que a investigação na modelagem matemática permite ao estudante uma

imersão no objeto de estudo com a intenção de ampliar o seu conhecimento sobre o mesmo e sua percepção tanto da relação entre o material investigado e a matemática quanto dos componentes externos a esta última.

Desse modo o aluno estaria tendo uma oportunidade de alargar sua questão e, a partir do estudo do tema, contribuir para outras áreas de conhecimento que não a matemática, o aluno nesse sentido extrapola o conhecimento de matemática.

No relatório percebemos que essa investida teve início na forma como o aluno abordou o problema. O aluno inicialmente considera que a matemática deve ser aplicável, ou aplicada, e

deve dar conta de resolver um problema prático, isto é, o modo como a matemática se relaciona com problemas do cotidiano é visto como instrumental.

“Não sei ao certo como isso poderia ajudar no cultivo de macieiras, mas como aluno de graduação em matemática pude perceber como é vasto o assunto volume e o que vemos no ensino médio, até mesmo na graduação, é apenas a “ponta do iceberg”. As noções de volume que tenho agora só foram possíveis com a problematização do tema maçã.”

Aos poucos a forma de perceber a matemática e sua relação com o mundo é modificada ao ponto de se permitir reconstruir o conhecimento abstrato, teórico, a partir da interação com o problema, ou seja, a problematização do tema e a investida em sua compreensão, permitiu que ele modificasse seu conhecimento sobre o assunto. Segundo Freire (1996) é parte da responsabilidade do professor incentivar a curiosidade e rigor dos alunos, não garantindo mas permitindo que alguns continuem de forma mais compromissada, no caso, esse compromisso e rigor, relaciona-se à surpresa do aluno quanto a dinamicidade do conhecimento matemático com relação aos conteúdos trabalhados no ensino médio o que não era percebido até então como um processo em permanente construção, não se limitando a estudar e tratar resultados e fórmulas. A qualidade da reflexão e a pertinência de tratar um problema real o leva a perceber a insuficiência do tratamento do assunto pela simples apresentação de resultados. Nesse sentido o comprometimento do aluno e o seu envolvimento na situação de diálogo favorecem a sua construção de autonomia para o enfrentamento de situações novas se contrapondo às situações que fortalecem relações de heteronomia.

Ensinar e aprender exigem perguntar-se: faz-se necessário a construção de um contexto que incite o aluno a permanentemente questionar os seus procedimentos e reconstruir o que significa em termos teóricos os resultados, não tomando o conhecimento (provisório) enquanto verdade absoluta. Burak (2010) apresenta cinco etapas, adaptáveis, para o desenvolvimento de investigações em modelagem. Em cada uma delas o papel das questões a serem formuladas é destacado e, na análise crítica das soluções e resultados é um momento que permite “o aprofundamento de aspectos matemáticos como dos aspectos não matemáticos envolvidos no tema”. Dessa forma, o trabalho com modelagem permite estabelecer as distinções entre o campo teórico e o problema do “mundo” e questionar as certezas provenientes de ambos. No relato apresentado percebe-se isto em várias perguntas formuladas pelo aluno: qual o sentido das medidas feitas? Como considerar os instrumentos que foram utilizados na produção das medidas? Como o conhecimento teórico matemático se relaciona com esses provenientes das experimentações?

Ensinar e aprender exigem a superação da condição ingênua: faz-se necessário a construção de um ambiente para que estimule o aluno a sair da condição de neutralidade do ensino, isto significando que o indivíduo participa de um processo no qual ele se apropria de interpretações sociais que o permitem compreender as relações que condicionam a sua ação no mundo e, deste modo, tomar posições. O aluno, nesse momento, não está incorporando a figura do professor, o que significa que esta categoria não está relacionada a prática profissional. É necessário a construção de um contexto no qual a condição de não saber ou de um saber não crítico transite para um saber crítico, isto é, um saber que o recoloca no mundo que o coloca como um sujeito que pode restabelecer relações sociais através do conhecimento.

Segundo Freire (1996) a libertação envolve também a relação do sujeito com os conteúdos disciplinares e é responsabilidade do professor cuidar para que o aluno “entre” na relação com

esses saberes. No relato isso se apresenta quando a noção de volume apresentada pelo aluno é, em primeiro momento, confundida com as fórmulas utilizadas para o cálculo e isso não é suficiente para que ele se pergunte a cerca do significado de volume. O que é que estou fazendo quando digo que vou calcular o volume? O que isso significa?

“O problema em calcular o volume de uma maçã é que não existe uma formula específica para tal tarefa. Se concentrarmos na parte visual da fruta notaremos sua semelhança com uma esfera e o interessante é que sabemos calcular o volume de uma esfera, agora a parte inicial do meu problema está quase resolvida, vamos para a parte prática. Primeiramente pegue uma maçã e a envolva com um pedaço de barbante obtendo uma circunferência cujo comprimento de 26,2cm. Sabendo que a formula do comprimento de uma circunferência é dada por $2\pi R$ temos que $R = 4.1698\text{cm}$. Aplicando a fórmula do volume de uma esfera obtemos um valor "aproximado" superior ao volume da maçã. Cortando-se a maçã ao meio (no sentido longitudinal), mede-se o raio r do círculo inscrito na face plana da maçã e calculando-se a média, entre o volume máximo e este mínimo, segue que: $vol_{maçã} \approx \frac{303.6934 + 107.5364}{2}$
 $= 205.6149 \text{ cm}^3$.”

Parte do rigor metódico (Freire, 1996) pode ser traduzido como a necessidade do processo de problematização que permita ao aluno questionar-se mais adequadamente a respeito de seus próprios conhecimentos sobre o tema. A conversa no grupo e o diálogo com os professores devem permitir que o aluno se aproxime de seu objeto de conhecimento de modo a ressignificá-lo a aprofundar sua curiosidade sobre o objeto. Essa caminhada foi fruto do processo de sustentação engatilhado pelo professor e da liberdade atribuída ao aluno de busca pela intimidade do objeto na sua historicidade e relações, que juntas foram o motor para o pensamento crítico (Freire & Shor, 2003). Nas palavras de Freire

ensinar e aprender tem que ver com o esforço metodicamente crítico do professor de desvelar a compreensão de algo e com o empenho igualmente crítico do aluno de ir entrando como sujeito em aprendizagem, no processo de desvelamento que o professor ou professora deve deflagrar. Isso não tem nada que ver com a transferência de conteúdo e fala da dificuldade, mas, aomesmo tempo, da boniteza a docência e da discência.

Percebemos que essa passagem é realizada uma vez que já existe um “despertar” para o problema teórico, começa a fazer sentido para o aluno buscar resposta para a questão: o que é o volume e como determiná-lo matematicamente? Outra forma do rigor metódico se apresentar requer a entrada no processo de pensar certo sobre o objeto a ser conhecido e essa não é feita de um modo linear, são necessárias várias idas e vindas, lançar-se sobre o grupo para que este o ajude a problematizar e novamente debruçar-se sobre seu próprio entendimento pondo-o à prova. O sentido para si é construído no e pelo diálogo-problematizado no grupo (Freire, 1996).

“A leitura desse livro começou com uma noção intuitiva de volume. Segundo Elon “o volume de um sólido é a quantidade de espaço por ele ocupado. Costuma-se tomar como unidade de volume um cubo cuja aresta mede uma unidade de comprimento, o qual será denominado cubo unitário e por definição seu volume será igual a 1. Assim o volume de um sólido S será o numero de

vezes que esse sólido contém o cubo unitário.” A partir da definição de cubo unitário foi o ponto de partida para demonstrar a fórmula do volume da esfera. Antes tínhamos que encontrar o volume de um bloco retangular e como o cubo é um caso particular de bloco retangular, então devemos encontrar o volume de um cubo de aresta medindo um número inteiro, racional e irracional. Nessa parte da pesquisa encontrei algumas dificuldades para entender, pois para a demonstração de algumas passagens precisa ter certos conhecimentos em análise, mas era algo bem simples de entender, nada que um aluno de ensino médio não pode entender. Olha só que interessante, minha busca de encontrar outro método para demonstrar a fórmula do volume da esfera me fez encontrar outro meio, mais teórico, de determinar volume de uma maçã.”

A passagem de uma posição ingênua de lidar com o conhecimento para uma posição mais crítica (Freire & Shor, 2003), e o fato de ter vivido uma tal experiência são elementos necessários para uma consciência do processo de transformação social, no entanto o aluno começa a se preocupar com outros elementos também importantes na efetivação desse processo. No caso tratado o aluno, futuro professor, vai se dirigir à problemática de como estabelecer um contexto em que os alunos da escola de ensino médio possam também fazer reflexões sobre a matemática como um instrumento gerador de problema através do diálogo. A sua busca é por um modelo que possibilite ao aluno do ensino médio transitar para a condição de um sujeito mais autônomo utilizando da investigação e comunicação. A transformação social, dessa maneira, não é um processo individual e sim social: "trabalho apenas começa pela busca do pensamento crítico", a luta está por fazer-se, através da ação política de grupos com um ideal de luta. Nesse sentido, a busca da liberdade pelo pensamento crítico é um ideal que não se esgota. Essa investida deve se estender, conscientes da complexidade em que se insere esse processo, para ajudar outros a se libertarem (Freire & Shor, 2003). Uma posição contrária a esta, caminha em direção a uma postura individualista de ascensão ao poder, corroborando e se favorecendo dos instrumentos legitimados por essa estrutura. Então há de se ficar atento para que a posse, o poder, a confiança e a autonomia, adquiridos na vivência de uma experiência crítica, não reduzam a complexidade em que qualquer processo de transformação está inserido.

Ensinar e aprender exigem reflexão sobre a prática: essa aprendizagem se refere a uma transição do estudante para o futuro professor, diz respeito a traçar caminhos para levar o assunto para os alunos.

A modelagem matemática como perspectiva para formação de professores em um ambiente crítico pode favorecer com que o estudante possa considerar problemas que são coletivos. Não somente ele busca questionar, compreender um problema, mobilizar seus conhecimentos para produzir novas compreensões para si, como também, como consequência de seu processo de libertação e de construção de uma condição de autonomia, religar esses conhecimentos aos processos de libertação de outros.

O que significa quando o aluno opta por não usar uma ferramenta que não o permitiria estabelecer relações com outras pessoas (alunos do ensino médio)? Nessa condição resolver o problema é buscar modelos que oportunizem outros a emitir opiniões. O trabalho com modelagem, em um grupo problematizador, pode contribuir para que o estudante, ao envolver-se não somente com o problema matemático mas também com questões relacionadas as suas atuais e futuras funções sociais, tenha oportunidades de ascender para uma condição de contribuir para o processo de transformação social .

“Depois desse experimento parecia que estava faltando algo, foi quando eu resolvi trazer a demonstração do volume da esfera, mas a maneira que eu conhecia usava integral. O primeiro passo foi buscar um referencial teórico que atendesse meu objetivo, foi recomendado pelo meu orientador o livro *Medida e forma em geometria comprimento, área, volume e semelhança* do autor Elon Lages Lima.”

Percebe-se nessa investida, a preocupação em encontrar uma forma de exposição do conteúdo que seja compreendida, essa não se refere somente ao aluno, mas também aos estudantes de ensino médio que passam a ser considerados pelo próprio aluno como seu objeto de preocupação.

“Como essa matemática era vista só em faculdade eu tentei encontrar outra saída para demonstrar a fórmula sem usar integral, ou seja, usar a matemática aprendida no ensino médio, assim um maior número de pessoas poderia entender. No decorrer da leitura do livro do Elon eu encontrei um teorema chamado Princípio de Cavalieri que dizia o seguinte: São dados dois sólidos A e B. Se qualquer plano horizontal secciona A e B segundo figuras planas SA e SB de mesma área, então os sólidos A e B têm o mesmo volume. O princípio de Cavalieri é um teorema, ou seja, ele pode ser demonstrado e como envolve conceito avançados de cálculo não iremos demonstrar então vamos adotá-lo como verdadeiro.”

Ele estava em um caminho voltado para si e começa a colocar possibilidades de levar o tema para a sala de aula. Parte da caracterização do rigor metódico pode ser entendida no momento em que o aluno, ao incorporar em seu modo de ver algo além daquilo que lhe era imediato, passa a refletir a partir de termos mais abstratos e, relacionando essa forma mais abstrata ao seu problema real, estabelece um novo nível de necessidade de rigor matemático.

A condição de aprendiz e de incompletude características desse processo potencializam o transitar da curiosidade ingênua para a curiosidade epistemológica e filosófica, bem como, à superação da dicotomia teoria e prática, condição que permite ao sujeito avançar na qualidade da crítica e assumir a sua responsabilidade enquanto sujeito ativo na sua relação com o mundo. (Freire, 1998).

Outra forma que o rigor metódico é apresentado consistiu na responsabilidade assumida pelo aluno por organizar seus argumentos e fundamentá-los, de modo a poder estabelecer uma conversa verdadeira com os outros, o aluno inicia seu processo de buscar um rigor em sua construção conjunta do conhecimento.

Conclusão

As categorias elencadas a partir do referencial freiriano permitiram construir uma tipologia para um olhar do processo formativo tendo como foco a modelagem matemática. A reflexão crítica que ocorreu no grupo refletidas na construção das categorias, permite entender a dinâmica da construção de processos que propiciam aprendizagens de maneira a valorizar tanto o papel da abordagem com foco na modelagem matemática, que se pretende de vertente crítica, que apresenta potencial para que determinados recursos possam ser mobilizados, como o papel da abordagem de formação numa perspectiva freiriana, onde outros recursos puderam ser mobilizados, tendo em vista a formação do professor. Essas abordagens são dialeticamente relacionadas de modo a uma complementar a outra. Assim a categoria “ensinar e aprender

exigem arriscar-se ao novo” permitiu entender, a partir do enfoque da modelagem, as condições nas quais o aluno tem oportunidades de se atentar para áreas que inicialmente não se encontram explicitamente relacionadas, permitindo que aspectos como a surpresa (ou o espanto), vivências, dentre outros, fossem mobilizados. A categoria “ensinar e aprender exigem libertar-se de pré-concepções” permitiu entender a partir do contexto estabelecido as condições de oportunidade ao aluno de alargar sua questão contribuindo assim para a produção de conhecimento em outras áreas que não a matemática, o aluno nesse sentido teve a oportunidade de extrapolar o conhecimento como simples aplicação de fórmulas permitindo que a investida dele caminhasse para cada vez mais em direção a buscar conhecimento enriquecendo a qualidade da crítica. Nos dados, essa categoria é expressa pelo aluno a partir da problematização do tema e da investida em sua compreensão que permitiu que ele modificasse seu conhecimento sobre o assunto. A categoria “ensinar e aprender exigem perguntar-se” permitiu entender que se faz necessário um contexto, no caso proporcionado pela abordagem modelagem, em que as questões relativas ao campo teórico e prático sejam levantadas, o que permite ao aluno um contínuo questionar-se não tomando o conhecimento com verdade absoluta. A categoria “ensinar e aprender exigem a superação da condição ingênua” permitiu entender que a modelagem, em um grupo problematizador, pode contribuir para que o estudante envolva-se não somente com o problema matemático mas também com questões relacionadas as suas atuais e futuras condições sociais, construção essa que permite o aluno transitar de um contexto no qual o conhecimento é aprendido de modo não contextualizado, não relacionado aos problemas de seu meio, para um em que o conhecimento pode ser reconstruído e reinterpretado de modo a contribuir para que as relações com outros dê-se a partir de posicionamentos cada vez mais conscientes.

A categoria “ensinar e aprender exigem reflexão sobre a prática” nos permite compreender como a junção da modelagem matemática e o referencial freiriano podem contribuir para que o futuro professor considere como aprendizagem de conteúdos as formas que viabilizam a comunicação do problema com aqueles a quem escolhe se dirigir – essa aprendizagem se refere a uma transição do estudante para o futuro professor, diz respeito a traçar caminhos para levar o assunto para os alunos.

Referências e bibliografia

- Araújo, J. L. (2009). Uma abordagem sócio-crítica da modelagem matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. *ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciências e Tecnologia*, 2(2),55-68.
- Araújo, J. L. (2012). Ser Crítico em Projetos de Modelagem em uma Perspectiva Crítica de Educação Matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 26(43), 839-859. Rio Claro,
- Bardin, L. (1988). *Análise de Conteúdo*. Lisboa, Portugal: Edições 70.
- Barbosa, J. C. (2001). Modelagem Matemática e os professores: a questão da formação. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 1-18. Rio Claro,
- Barbosa, J. C. (2009). Modelagem e Modelos Matemáticos na Educação Científica. *ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2(2), 69-85.
- Bassanezi, R. C. (2002). *Modelagem Matemática: ensino aprendizagem com modelagem matemática*. São Paulo: Contexto.
- Biembengut, M. S., & Hein, N. (2013). *Modelagem Matemática no Ensino* (5a ed.). São Paulo: Contexto.
- Biembengut, M. S., & Biembengut, T. M. (2009). Modelagem matemática na formação de professores: possibilidades e limitações. *IX Congresso Nacional de Educação. Anais* (pp. 10095-10108).

- Burak, D. (2010). Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. *Revista de Modelagem na Educação Matemática*, 1(1), 10-27.
- Driver, R., Asoko, H., Leach, J., Mortimer, E., & Scott, P. (1999). Construindo conhecimento científico na sala de aula. *Química Nova na Escola*, 9, 31-40.
- Freire, P., & Shor, I. (2003). *Medo e ousadia: o cotidiano do professor* (10a ed.). São Paulo, Brasil: Paz e Terra.
- Freire, P. (1998). *Pedagogia da Esperança*. São Paulo: Paz e Terra.
- Freire, P. (1996). *Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra. (Coleção Leitura)
- Giordano, F. R., Fox, W. P., Horton, S. B., & Weir, M. D. (2009). *A First Course in Mathematical Modeling*. Belmont: Brooks/Cole.
- Jacobini, O. R. (2004). *A Modelagem Matemática como instrumento de ação política na sala de aula*. São Paulo: UNESP.
- Jacobini, O., & Wodewotzki, M. (2006). Uma reflexão sobre a modelagem matemática no contexto da educação matemática crítica. *Bolema*, 19(25), 1-16.
- Keim, E. J. (2012). Princípios essenciais na obra freiriana e a educação inter-étnica da emancipação e humanização. Seminário de Pesquisa de Educadores da Região Sul, IX ANPED SUL.
- Leite, M. (2008). Reflexões sobre a disciplina de modelagem matemática na formação de professores. *Educação Matemática Pesquisa*, 10(1), 115-135.
- Malheiros, A.P.S. (2012). Pesquisas em Modelagem Matemática e diferentes tendências em Educação e em Educação Matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 26(43), 861-882. Rio Claro.