



Conocimiento matemático para la enseñanza en la resolución de problemas geométricos con futuros maestros de educación infantil

Marjorie **Samuel** Sánchez

Universidad Católica del Maule

Chile

msamuel@ucm.cl

Yuly **Vanegas** Muñoz

Universidad Autónoma de Barcelona

España

yulymarsela.vanegas@uab.cat

Joaquim **Giménez** Rodríguez

Universidad de Barcelona

España

quimgimenez@ub.edu

Resumen

En esta investigación se describen algunos aspectos del conocimiento matemático para la enseñanza que ponen en juego futuros profesores de educación infantil, cuando se enfrentan al análisis de tareas geométricas, relacionadas con la noción de simetría, desarrolladas con niños de 5-6 años. Hemos empleado como marco analítico el modelo del conocimiento matemático para la enseñanza (Ball, 2008), considerando cuatro de sus subdominios. Los resultados demuestran que los futuros maestros de infantil, si bien desarrollan algunas ideas matemáticas en relación a aspectos de la simetría, se hace necesario que puedan desarrollar su conocimiento y justificar sus propias estrategias, así como dar sentido a las demás estrategias y justificaciones, con la finalidad de profundizar y ampliar su comprensión de las matemáticas.

Palabras clave: formación de profesores, conocimiento matemático, tareas profesionales, simetría.

Introducción

La discusión de la naturaleza compleja del conocimiento profesional es una preocupación constante de los investigadores en Educación Matemática. Diversos estudios argumentan que los

profesores de matemáticas necesitan dos tipos de conocimiento: *el conocimiento de las matemáticas*, saber cómo resolver un determinado problema y *el conocimiento especializado de las matemáticas*, saber por qué el método funciona y si se es generalizable a otros problemas (Ball, 1990; Lubienski y Mewborn, 2001 y Hill, Sleep, Lewis y Ball, 2007).

Shulman (1987), señala que un docente puede transformar la comprensión, las habilidades de desempeño y valores o actitudes deseadas, en acciones y representaciones pedagógicas. Por tanto, la docencia se inicia cuando el docente reflexiona en qué es lo que debe ser aprendido y cómo será aprehendido por los estudiantes.

Autores como Llinares (2013), caracterizan las competencias profesionales de los futuros maestros, fundamentalmente la reconocida como *mirada profesional de la práctica matemática*. Esta competencia involucra el desarrollo de habilidades cognitivas por parte de los futuros maestros para, identificar e interpretar el pensamiento matemático de los estudiantes y posibilita unatoma de decisiones fundamentada.

Diferentes resultados de investigación (Fernández et al, 2011; Sánchez-Matamoros y otros, 2012) indican que aunque algunos futuros profesores pueden tener antecedentes adecuados de preparación en matemáticas, a otros les resulta difícil describir las soluciones de los estudiantes utilizando elementos matemáticos pertinentes e identificar las características de la comprensión matemática de los estudiantes. Esta situación se evidencia de manera más notoria en los futuros maestros de educación infantil, al pensar en la formación del profesorado, uno de los grandes problemas, es la falta de conocimientos matemáticos de los estudiantes (Gómez Chacón, 2006; Torra, 2009)

Ser capaz de analizar el pensamiento matemático de los estudiantes permite al futuro profesor construir su conocimiento matemático para la enseñanza (MKT). Por lo tanto, el conocimiento matemático que necesitan los futuros profesores para enseñar, está vinculado con el conocimiento de las matemáticas que necesitan, para entender el pensamiento matemático de los niños (Llinares, 2013).

En este sentido, este estudio busca describir y caracterizar aspectos del conocimiento matemático para la enseñanza de futuros maestros de educación infantil relacionados con problemas geométricos de simetría.

Referentes teóricos

Ball y Bass (2000), señalan que el conocimiento del contenido pedagógico es una forma especial de conocimiento que une conocimiento matemático con conocimiento de estudiantes, aprendizaje y pedagogía. Esta unión ofrece un recurso crucial para enseñar matemáticas, ya que puede ayudar al profesor a anticipar en qué podrían tener dificultades los estudiantes, tener listos modelos alternativos o explicaciones que medien esas dificultades. El modelo *Mathematical knowledge for Teaching* (MKT), (Ball et al, 2008), es un modelo en el que se hace un refinamiento a los dominios del conocimiento del contenido (SMK) y didáctico del contenido (PCK) propuesto por Shulman (1986) adaptado a las matemáticas, incluye el conocimiento curricular (KCC), conocimiento pedagógico del contenido (PCK). Siguiendo esta misma línea Climent y Carrillo (2002) aportan que en el conocimiento del profesor se consideran diferentes

componentes: Conocimiento del contenido matemático *de y sobre* las matemáticas y el conocimiento de la materia para su enseñanza.

El cambio en la visión de los procesos de enseñanza y aprendizaje de los contenidos de las matemáticas escolares, promovidos por la construcción social y cultural como elemento facilitador en la adquisición de estos contenidos, conlleva un cambio en el rol del profesor, esto subyace a la imagen de que un maestro de educación infantil, debe ser capaz de tomar decisiones tomando como referente un cuerpo de conocimientos teóricos y especializados. Llinares (2003), señala que ser competente como maestro en estas situaciones implica poseer un conocimiento específico de cómo gestionar las situaciones comunicativas en la clase de matemáticas, con el fin de potenciar el desarrollo de la competencia matemática en los alumnos, centrando la atención en cómo se comunican los procesos matemáticos usados y en qué medida las representaciones usadas ayudan a transmitir lo que se pretende.

Wilhelmi (2007), argumenta que la formación en didáctica de las matemáticas es compleja, y esto se hace aún más difícil en la especialidad de educación infantil, en la que la formación en esta línea no es suficiente por diversas razones. Lo cual, hace que los futuros profesores no tengan herramientas adecuadas para la toma de decisiones cuando se enfrentan a diversos problemas profesionales. Así mismo, Alsina (2009) plantea que el conocimiento profesional del futuro profesor de matemáticas en las primeras edades, debiera contemplar el conocimiento del marco curricular, conocimiento de la materia, conocimiento de la naturaleza de la enseñanza y del aprendizaje de las matemáticas y conocimiento de la complejidad de la enseñanza.

Desde el punto de vista de las investigaciones la mayoría de los estudios sobre el conocimiento matemático de los maestros o futuros maestros en infantil se centran en aspectos relacionados con número y operaciones, y poco se ha indagado sobre la enseñanza de la geometría. Al respecto Espinoza, (2007), señala que los profesores tienden a postergar la enseñanza de la geometría dada sus escasa formación matemática y didáctica.

Bressan (2000), aporta que la enseñanza sistemática de la geometría desarrolla en el sujeto habilidades: visuales, verbales (o de comunicación), de dibujo y construcción, lógicas (o de pensamiento), de aplicación o transferencia. Particularmente, Knuchel, (2004), señala que la simetría es una parte fundamental de la geometría, la naturaleza y las formas. Crea patrones que nos ayudan a organizar nuestro mundo conceptual. Así mismo, plantea que es importante que los estudiantes manejen los conceptos de la geometría y la simetría, mientras están en el nivel primario como un medio para que ellos expongan las cosas que ven día a día, que no están obviamente relacionados con las matemáticas, pero que tienen una fuerte base en ella.

Pacheco y García (2008), señalan que para que los niños puedan apropiarse de los contenidos enseñados, es necesario que el docente proponga un trabajo intencional en el que actividades que impliquen la observación, construcción, anticipación, representación, descripción, interpretación, etc., se proyecten en la resolución de situaciones problemáticas de tal forma que favorezcan el pasaje a un plano de conceptualización.

Así, a partir de nuestra preocupación por mejorar los procesos de formación de los futuros maestros de educación infantil y considerando los planteamientos expuestos en párrafos anteriores, uno de los cuestionamientos que orienta esta investigación, es: ¿Qué conocimientos

matemáticos reconocen los estudiantes para maestros cuando analizan tareas que involucran aspectos relacionados con la simetría?

Proceso Metodológico

Enfoque y diseño

De acuerdo con nuestra pregunta de investigación, los objetivos que nos proponemos, son: (a) identificar el conocimiento matemático para la enseñanza que poseen futuros maestros de educación infantil, a partir de las interpretaciones que hacen de las producciones matemáticas de niños y niñas con uso de material concreto para desarrollar aspectos de la simetría, y (b) caracterizar las interpretaciones que hacen futuros maestros de educación infantil de las producciones matemáticas de niños y niñas cuando realizan actividades que involucran aspectos relacionados con la simetría.

Para dar respuesta a los objetivos de investigación optamos por un enfoque cualitativo a través de un diseño de estudio de casos. La investigación cualitativa es una actividad sistemática orientada a la comprensión en profundidad de fenómenos educativos y sociales, a la transformación de prácticas y escenarios socioeducativos, a la toma de decisiones y también hacia el descubrimiento y desarrollo de un cuerpo organizado de conocimiento (Albert, 2007). Específicamente, el estudio de caso, permite el descubrimiento de nuevas relaciones y conceptos por su carácter inductivo (Bisquerra, 2009). Es de esta manera que el investigador puede alcanzar una mayor comprensión de un caso particular, conseguir una mayor claridad sobre un tema (Stake, 1994).

Contexto y participantes

Esta investigación se ha desarrollado con estudiantes para maestros de educación infantil de tercer año en la Universidad de Barcelona. El curso está integrado por 33 estudiantes de entre 21 y 26 años que cursan la asignatura de Didáctica de las Matemáticas. La unidad de análisis se focalizó en las producciones de 3 estudiantes. Los cuales fueron elegidos por la variedad de sus respuestas a las preguntas planteadas en la tarea profesional, el reconocimiento de diferentes aspectos de los subdominios del MKT y la estructuración de sus argumentaciones que nos permite reconocer diversos niveles de profundización.

Recogida y análisis de los datos

Para esta investigación se ha propuesto el diseño de una *tarea profesional* cuya intencionalidad es reconocer posicionamientos iniciales de los futuros maestros de infantil, en relación al conocimiento matemático, específicamente los conocimientos necesarios para la enseñanza de la noción de simetría, así como la valoración inicial que realizan de las producciones matemáticas de niños y niñas.

La tarea profesional (Fig.1), toma como referencia una actividad propuesta por un grupo¹ de profesores de educación infantil para niños de 5-6 años y las respuestas de algunos de ellos. La actividad se centra en la construcción y reproducción de figuras usando el tangram. Junto a la descripción de la actividad y las respuestas, se propone a los futuros maestros una serie de preguntas para poder identificar y caracterizar sus conocimientos matemáticos.

¹CEIP "San Marcos". Jaén. España

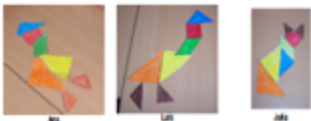
ACTIVIDAD	PREGUNTAS PARA LOS FUTUROS MAESTROS
En un primer momento a cada niño se le entrega un folio con un "tangram" fotocopiado. Dadas las piezas, forman un cuadrado, se les pide que lo coloreen y que luego recorten las siete piezas. El maestro coloca en la pizarra modelos de dibujos realizados combinando de distintas formas las siete piezas. Los alumnos tendrán que intentar realizar con su "tangram" dibujos iguales a los modelos. En la siguiente foto podrán ver a los niños realizando la actividad  A continuación se presentan algunas de las producciones hechas por los niños 	1. Describe lo que está haciendo cada uno de los niños para construir el modelo elegido. 2. ¿En qué te fijas para poder asegurar que Jorge está construyendo el modelo de manera adecuada? 3. Uno de los profesores que propuso la actividad dice que con ella se está trabajando la simetría. ¿Por qué crees que lo dice? 4. En qué cambiaría la actividad si en vez de pedir a los niños que coloreen y recorten las piezas del tangram, se les diera un tangram ya elaborado. 5. ¿Por qué podemos decir que es "bueno" que el modelo se presente en el plano vertical (pizarra) y se pida a los niños que se desarrolle la reproducción en el plano horizontal (Mesa)?

Figura 1. Tarea Profesional.

Las respuestas de los futuros maestros a la tarea profesional se recogieron a través de la plataforma online (mooodle). En una primera revisión y sistematización, se codificaron las respuestas de todos los estudiantes a cada uno de los ítems. Se clasificaron sus respuestas en relación a los subdominios planteados por el MKT y posteriormente, haciendo una revisión con el equipo de investigación se seleccionan los estudiantes que se asumieron para el estudio de caso.

Resultados y discusión

En las tablas siguientes, encontramos respuestas de los futuros maestros a cada una de las preguntas en algunos de los subdominios del MKT, así como la descripción de algunos aspectos del conocimiento matemático que identifican en las producciones de los niños. Y un breve análisis comparativo.

Tabla 1

Respuestas y análisis del conocimiento común del contenido.

Pregunta1: Describe lo que esta haciendo cada uno de los niños para construir el modelo elegido.			
Subdominio	Estudiante N°1	Estudiante N°2	Estudiante N°3
Conocimiento Común del contenido	<i>En esta imagen se observa que Ana ha empezado colocando las piezas de mayor tamaño. Además, ha colocado las piezas triangulares (amarilla y naranja) de forma simétrica (formando un cubo), aunque la figura de muestra no es así.</i>	<i>Ana une las piezas, tanto las de mayor tamaño como las de menor, todas correspondiéndose en cuanto a medida, formando así cuadrados más grandes o más pequeños, posiblemente teniendo en mente la forma inicial del Tangram que el maestro había presentado.</i>	<i>En primer lugar, creo que para describir lo que cada alumno está realizando en las fotografías, es importante hablar sobre el procedimiento previo, del que también se hablara más adelante. En primer lugar, cada niño ha relacionado cada figura con un color diferente y las identifica con cada uno de ellos.</i>
Descripción			
	Describe las acciones, nombrando las piezas, aludiendo a características matemáticas (piezas triangulares). Al relacionar los conceptos con las formas. Deduce las relaciones con los objetos.	Identifica las relaciones de las figuras, forma y tamaño.	Alude a procedimientos asociados a las acciones observables.
En la interpretación se observa que dos de los tres estudiantes señalan que el trabajo de los niños está enfocado a la composición de figuras, específicamente en la obtención de un cuadrado a partir de la unión de dos triángulos. Uno de los estudiantes menciona cubo en vez de cuadrado, pero no podemos afirmar si este error se debe a una confusión léxica o conceptual. No hay enunciados explícitos relacionados con la congruencia y semejanza, sin embargo los estudiantes aluden al tamaño y la forma en la composición. No hacen alusión de cómo llegan a formar este cuadrado, es decir a través de transformaciones geométricas, no utilizan conceptos matemáticos que den cuenta de sus conocimientos.			

Tabla 2

Respuestas y análisis del conocimiento del contenido y los estudiantes

Pregunta 2: ¿En que te fijas para ver que Jorge esta construyendo el modelo de manera adecuada.			
Subdominio	Estudiante N°1	Estudiante N°2	Estudiante N°3
Conocimiento del contenido y los estudiantes	<i>Jorge es un niño tranquilo y pensativo, ya que mira con cierta distancia las piezas y parece hacer movimientos lentos para poder observar la transformación que sufre la figura con sus actos y, así poder llegar a conseguir su objetivo (reproducir la figura modelo).</i>	<i>Jorge está llevando a cabo la construcción del dibujo de manera adecuada ya que se observa que las formas que componen el Tangram están en su lado correspondiente para crear la obra final, aunque no queden unidas porque las separa un pequeño espacio. Jorge establece continuamente y espontáneamente, equivalencias entre las distintas combinaciones de piezas para resolver las diferentes situaciones problemáticas que le surgen</i>	<i>En lo que cada niño está haciendo para elaborar la figura, parece que Jorge está identificando las partes de cada una de las piezas y la relación que existe entre ellas.</i>
Descripción			
	Analiza las formas en que se representan las ideas, comprende las transformaciones geométricas en su aspecto conceptual	Reconoce características, regularidades. Desarrolla esquemas deductivos informales en relación a equivalencia, composición y descomposición de figuras.	Analiza que el niño al tomar conciencia de las formas, puede interpretar modelos geométricos
En la interpretación de las respuestas de los estudiantes, se puede señalar que los estudiantes 1, 2 y 3 reconocen las transformaciones geométricas en aspectos conceptuales, como nociones de cambio, van tomando conciencia de las nuevas formas a partir de los objetos. Sin embargo no explican cómo esto es desarrollado por los niños, cuáles son las acciones que les permiten iniciarse en estos aspectos, ni como están elaborando sus esquemas mentales o como están visualizando la figura para poder hacer su propia construcción, además no expresan como al experimentar con la composición y descomposición de las figuras establecen relaciones de comparación entre estas.			

Tabla 3

Respuestas y análisis del conocimiento especializado del contenido

Pregunta 3: Uno de los profesores que propuso la actividad dice que con ella se esta trabajando la simetría ¿ por que crees que lo dice?			
Subdominio	Estudiante N°1	Estudiante N°2	Estudiante N°3
Conocimiento especializado del contenido	Además, con esta actividad también se trabaja la simetría porque los niños pueden observar figuras, o partes de figuras, que son simétricas y otras que no lo son, como por ejemplo las orejas del “gato”.		Con los triángulos que se usan en el Tangram pasa lo mismo, si se corta un triángulo desde el vértice de los catetos hasta la mitad de la hipotenusa, conseguimos dos triángulos más pequeños que son iguales.
	Descripción		
	Desarrolla argumentos matemáticos sobre las propiedades de la simetría, no obstante pareciera que no está claro este concepto, pues las orejas del gato están dispuestas como simetría de reflejo		Identifica a partir del razonamiento de los niños y las estrategias utilizadas como él logra construir el modelo. Percibe las figuras y las relaciones que se establecen con el modelo. Identifica figuras semejantes.
Las interpretaciones que hacen los estudiantes N° 1 y 3, nos señalan que con estas tareas de enseñanza se permite trabajar la simetría, y dada las estrategias que utilizan los niños para construir el modelo, se visualiza como establecen relaciones entre los objetos matemáticos. Sin embargo los futuros maestros no son claros en sus planteamientos y no es posible señalar si tienen o no conocimiento especializado del contenido en cuestión, dado que no proporcionan ideas de simetría como transformación geométrica que permita construir otras representaciones.			

Tabla 4

Respuestas y análisis del conocimiento del contenido y la enseñanza

Pregunta 4: En que cambiaría la actividad si en vez de pedir a los niños que coloreen y recorten las piezas del tangram, se les diera un tangram ya elaborado.			
Subdominio	Estudiante N°1	Estudiante N°2	Estudiante N°3
Conocimiento del contenido y la enseñanza			<i>Manipulando de estas piezas, se da la oportunidad también a los niños, de reconocer las partes de cada figura, en el caso del romboide, por ejemplo, está formado por dos lados iguales largos y dos lados iguales cortos, el cuadrado en cambio tiene los cuatro lados iguales y cada triángulo tiene dos lados iguales y uno más largo.</i>
Descripción			
El estudiante señala que la manipulación de las piezas permite al niño establecer relaciones entre estas, y dar cuenta de sus características			
El estudiante argumenta respecto de las posibilidades que puede dar la manipulación de objetos para establecer relaciones entre estos, comenta en relación de aspectos de propiedades de las formas. Se le hace complejo argumentar como a partir de los razonamientos que logra realizar el niño, él como maestro puede visualizar las ventajas y desventajas con respecto a la utilización de este tipo de representaciones para desarrollar contenidos o para enseñar una idea específica en este caso de aspectos simétricos, identificando cuáles son los métodos y los diferentes procedimientos más pertinentes para construir ideas geométricas.			

Tabla 5

Respuestas y análisis del conocimiento común del contenido

Pregunta 5: ¿Por qué podemos decir que es “bueno” que el modelo se presente en el plano vertical (pizarra) y se pida a los niños que se desarrolle la producción en el plano horizontal (mesa)			
Subdominio	Estudiante N°1	Estudiante N°2	Estudiante N°3
Conocimiento Común del contenido	<i>Es mejor que la figura modelo este en un plano vertical y diferente al que se les pide a los niños y niñas, porque de esta manera evitamos que copie la figura modelo, utilizándola como plantilla.</i>	<i>En este sentido, va modificando sus esquemas de conocimiento espacial y aplicando las nociones básicas de espacio y ubicación.</i>	<i>No se trata solo de comprender la figura en el plano vertical, sino que después el niño/a debe trasladarla al plano horizontal y esto puede suponer un ejercicio mental importante a llevar a cabo sobre los planos.</i>
Descripción			
	El estudiante señala que este tipo de representaciones son más apropiadas para enseñar una idea específica, puesto que el estudiante al trabajar en planos distintos tiene desafíos cognitivos que son favorecedores para la construcción de ideas o conceptos matemáticos.	Señala como el niño para poder copiar el patrón, realiza cambios de posición de los objetos, para construir y componer nuevas figura, esto a partir de la modificación de sus esquemas mentales.	Analiza los procesos que realiza el niño para poder representar la figura en un plano distinto. Especifica que se desarrollan relaciones espaciales de posición.
En este apartado los estudiantes N°1, 2 y 3, señalan que estas representaciones presentan desafíos cognitivos a los niños, permitiendo la reproducción de modelos, desarrollando figuras semejantes. Esta capacidad está vinculada con ciertas habilidades necesarias para interpretar las imágenes y establecer uniones operativas y relaciones entre las imágenes y lo representado. Por otra parte dan cuenta de las conexiones que establecen los niños entre las distintas formas que están representados los objetos matemáticos. Utilizan puntos alternativos de razonamiento para explicar las posibles estrategias de solución desarrolladas por los niños. Si bien comentan como este tipo de representaciones permite desarrollar en los niños las relaciones de posiciones entre los objetos o configuraciones, no argumentan desde una reflexión teórica aspectos relacionados con la simetría, con las transformaciones geométricas, y como se pueden aplicar al estudio de distintas figuras.			

Reflexiones finales

Las tareas profesionales planteadas a los futuros maestros de infantil, han permitido describir y caracterizar aspectos del conocimiento matemático para la enseñanza de problemas relacionados con la simetría. Este tipo de tareas exigen a los futuros maestros realizar análisis respecto de los contenidos tratados. Al ser preguntas abiertas se estimula la creatividad en la búsqueda de respuestas, aparecen las debilidades y fortalezas de los estudiantes respecto del dominio de los contenidos y de la comprensión de las propias situaciones planteadas.

Respecto al diseño de las tareas matemáticas para la enseñanza, podemos concluir que los futuros maestros no expresan explícitamente qué conocimientos matemáticos se requieren para desarrollar aspectos de la simetría, como se deben secuenciar estos contenidos, tener claridad en

relación a con qué ejemplos comenzar, y qué ejemplos utilizar para llevar a los estudiantes a profundizar en el contenido. No profundizan en relación a la propuesta de la tarea como una situación de aprendizaje, la cual, les permite a los niños desarrollar conocimiento.

Llinares (2011), aporta que las tareas por una parte, deben permitir que los estudiantes para maestro re-examinen su comprensión de las ideas matemáticas para que puedan llegar a cuestionarse su propio conocimiento de las matemáticas escolares, y por otro lado, las tareas matemáticas deben permitir que los estudiantes para maestros amplíen su comprensión de algunos contenidos matemáticos.

Por otra parte y en relación al conocimiento matemático, los estudiantes en la generalidad perciben las figuras y las relaciones sugeridas por los objetos con la idea de elaborar modelos nuevos a partir de las mismas construcciones, de manera de poder realizar nuevas observaciones lo que llevaría a descubrir propiedades geométricas, sin embargo se les hace complejo el argumentar como esto le permitiría ver el pensamiento que están desarrollando los niños, los posibles errores, y conocer las concepciones erróneas, de manera de poder utilizar puntos de vista alternativos para aprovechar la potencialidad de la experiencia y los recursos con el fin de desarrollar aspectos de la simetría.

Mason (2002), plantea que el profesor debe ser consciente de lo que él interpreta de las situaciones de enseñanza y aprendizaje, mediante la adopción de una visión estructurada de lo que es relevante para los objetivos de aprendizaje de sus alumnos

Los estudiantes no reflexionan respecto de cómo estas tareas y el diseñar secuencias didácticas, conformadas por varias actividades que impliquen o no niveles de complejidad creciente, les permite desarrollar procesos, representar ideas, proporcionar explicaciones matemáticas más precisas y adecuadas, aplicar modelos y visualizar métodos en la resolución de problemas matemáticos, en este caso relacionados con la simetría.

Por otra parte, debemos señalar que si bien el modelo MKT, nos permitió estructurar la tarea profesional y hacer unas caracterizaciones iniciales, respecto de los conocimientos de los futuros maestros en relación a la simetría y su enseñanza, también consideramos pertinente señalar, que la identificación de las respuestas y su relación con cada uno de los subdominios (propuestos desde el modelo), es un proceso complejo, ya que en una misma respuesta podemos reconocer diversos aspectos que involucran un entramado de conocimientos, por ejemplo, relacionados con el conocimiento del contenido, de los estudiantes, de la enseñanza, entre otros. En consecuencia debemos seguir avanzando en el estudio de dichos análisis y considerar nuevas categorías.

Consideramos que el presente trabajo de carácter exploratorio, aporta información relevante para describir y comprender mejor el conocimiento matemático que desarrollan los estudiantes para maestros de infantil cuando se enfrenta a problemas que abordan aspectos de la simetría. Por otra parte creemos también que es información que puede contribuir en el diseño de instrumentos técnicos de tal manera que nos permitan reconocer mejores aspectos del conocimiento profesional del maestro de infantil que favorezcan los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

En consecuencia, el maestro de Educación Infantil debe tener un nivel de conocimiento matemático, debe conocer y ser capaz de aplicar prácticas matemáticas operativas y discursivas, necesarias para resolver los problemas aplicables en este nivel. Y por otra parte debe ser capaz de analizar la actividad matemática cuando se enfrenta a la resolución de problemas de simetría. Esto incluye saber construir a partir del razonamiento de los estudiantes y las estrategias utilizadas por ellos, procesos para tratar y corregir sus errores y concepciones erróneas. Se hace necesario que los futuros maestros de infantil puedan desarrollar su conocimiento y justificar sus propias estrategias, así como dar sentido a las demás estrategias y justificaciones, con la finalidad de profundizar y ampliar su comprensión de las matemáticas a fin de incluir el desarrollo de este conocimiento especializado.

Agradecimientos

Este trabajo se ha realizado en el marco del programa: Becas Chile. Doctorado en el extranjero. CONICYT 2013. Resolución 87.

Referencias

- Albert, M.J. (2007). *La investigación Educativa*. Madrid: McGraw Hill.
- Alsina, Á. (2009). Un análisis optimista de la educación matemática en la formación de maestros de educación infantil. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 13(51), 30-43.
- Ball, D.L., Lubienski, S., and Mewborn, D. (2001). *Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers mathematical knowledge*.
- Ball, D., Thames, M. H., y Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.
- Ball, D. L., & Bass, H. (2000). Interweaving content and pedagogy in teaching and learning to teach: Knowing and using mathematics. *Multiple perspectives on the teaching and learning of mathematics*, 83-104.
- Bisquerra, R. (Coord.) (2009). *Metodología de la investigación educativa*. Madrid: La Muralla
- Bressan, A. M. (2006). *Razones para enseñar geometría en la educación Básica*. Buenos aires: Ediciones Novedades educativas.
- Climent, N. (2002). *El desarrollo profesional del maestro de Primaria respecto de la enseñanza de la matemática. Un estudio de caso*. Tesis doctoral. (Publicada en 2005, Michigan: Proquest Michigan University. www.Proquest.co.uk)
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C., & Muñoz-Catalán, M. C. (2007). Un modelo cognitivo para interpretar el desarrollo profesional de los profesores de matemáticas. Ejemplificación en un entorno colaborativo. *Enseñanza de las Ciencias*, 25(1), 33-44.
- Climent, N.; Romero, J.M., Carrillo, J., Muñoz, M.C. y Contreras, L.C. (2013). ¿Qué conocimientos y concepciones movilizan futuros maestros analizando un video de aula? *RELIME. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 16(1), 5-12.
- Espinoza, L., Barbé, J., Mitrovich, D., & Rojas, D. (2007). El problema de la enseñanza de la geometría en la educación general básica chilena y una propuesta para su enseñanza en el aula. In *II Congreso Internacional sobre la Teoría Antropológica de lo Didáctico*.

Fernández, C., Llinares, S., & Valls, J. (2011). «Mirando con sentido» el pensamiento matemático de los estudiantes sobre la razón y proporción. *Acta Scientiae*, 13(1), 9-30.

Gómez-Chacón, I. M. (2006). Matemáticas: El informe PISA en la práctica. Una acción formativa del profesorado. *Uno. Revista de Didáctica de la Matemática*, 41, 40-51.

Hill, H. C., Sleep, L., Lewis, J. M., & Ball, D. L. (2007). Assessing teachers' mathematical knowledge: What knowledge matters and what evidence counts. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, 1, 111-156.

Knuchel, C. (2004). Teaching symmetry in the elementary curriculum. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 1(1), 3-8.

Llinares, S. (2003). Matemáticas escolares y competencia matemática. En C. Chamorro (Ed.), *Didáctica de las matemáticas* (pp. 3-30). Madrid: Pearson-Prentice Hall.

Llinares, S. (2013). Formación de profesores de matemáticas. Caracterización y desarrollo de competencias docentes. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación matemática*, 10.

Llinares, S. (2013). Professional Noticing: A Component of the Mathematics Teacher's Professional Practice. *Sisyphus-Journal of Education*, 1(3), 76-93.

Mason, J. (2002). *Researching your own practice: The discipline of noticing*. London: Routledge Falmer.

Pacheco, S. M., & Asorey, M. I. G. La geometría en el Jardín de Infantes: En búsqueda de su sentido. *Artículos: Centros Infantiles en zonas de vulnerabilidad social. Un proyecto en marcha*, 33.

Torra, M. (2009). Reflexiones desde el aula sobre la formación del profesorado. *UNO: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 51, 71-80.

Sánchez-Matamoros, G., Fernández, C., Valls, J., García, M., & Llinares, S. (2012). Cómo estudiantes para profesor interpretan el pensamiento matemático de los estudiantes de Bachillerato: La derivada de una función en un punto. In A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. Salvador Llinares; García & L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 497-508). Jaén: SEIEM.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57, 1-22.

Wilhelmi, M. R., & Lacasta, E. (2007). *Un modelo docente para la formación en geometría de maestros en educación infantil*.