



Evolución de las tendencias de pensamiento probabilístico de los estudiantes para profesor de secundaria: el caso de matemática

Amable **Moreno**

Universidad Tecnológica Nacional de Mendoza

Argentina

amable.moreno@frm.utn.edu.ar

José María **Cardenoso**

Universidad de Cádiz

España

josemaria.cardenoso@uca.es

Resumen

En este trabajo se analiza la evolución de las tendencias de pensamiento probabilístico de 583 estudiantes para profesor de matemáticas de la provincia de Mendoza, Argentina. Se aplicó el análisis de clusters, análisis discriminante, test de Pearson, y el gráfico de líneas. El marco de referencia es el sistema de categorías para la determinación de las tendencias de pensamiento probabilístico propuesto por Cardenoso (2001). La caracterización de las mismas está asociada a la capacidad para reconocer la aleatoriedad, los argumentos para justificarla: causalidad, multiplicidad e incertidumbre; los argumentos para justificar la estimación de la probabilidad: contingencia, laplaciana, frecuencial, y equiprobabilidad. Pero no se ha encontrado asociación estadísticamente significativa entre las tendencias de pensamiento probabilístico con la edad, el instituto docente y el nivel propedeútico. Se encontró mayor presencia de las tendencias *incertidumbre* y *determinista* en los dos primeros años; y de las *contingencia* y *personalista* en los dos últimos años.

Palabras clave: educación probabilística, formación del profesorado de matemática, evolución de las tendencias de pensamiento.

Introducción

En este trabajo se analizan las características asociadas a las tendencias de pensamiento probabilístico de los estudiantes para profesor de matemáticas de la provincia de Mendoza, Argentina. Las tendencias encontradas son: Determinista, Incertidumbre, Personalista y Contingente (Moreno y Cardeñoso, 2014b). La caracterización de las mismas está asociada a ciertos factores, como es la capacidad para reconocer sucesos aleatorios, los argumentos que utilizan para justificarlos: causalidad, multiplicidad e incertidumbre; los argumentos que emplean para justificar la estimación de la probabilidad: contingencia, laplaciana, frecuencial, y equiprobabilidad. Sin embargo, no se ha encontrado asociación entre las tendencias de pensamiento probabilístico con la edad, el instituto docente y el nivel propedeúutico de los estudiantes. Lo que nos hace reflexionar acerca de la necesidad de una profunda revisión del currículo del profesorado de Matemática, con miras a lograr una formación que les permita concretar la enseñanza de la probabilidad en el nivel de secundaria.

Marco de Referencia

Hemos utilizado como marco de referencia el sistema de categorías para la determinación de las tendencias de pensamiento probabilístico propuesto por Cardeñoso (2001); el que detallamos a continuación, y además compartimos con el autor su perspectiva epistemológica socio constructivista, según la cual entendemos el conocimiento como sistemas de ideas con diferentes formas de concreción y articulación, que está sometido a evolución, reestructuración y reorganización continua, producto de la interacción con el medio.

Causalidad : Argumentaciones que tienen como criterio de reconocimiento de la aleatoriedad explicaciones en función de los diversos factores causales o en la ausencia de posibilidad de su control.

Multiplicidad ; Argumentaciones que tienen como criterio de reconocimiento de la aleatoriedad la existencia de múltiples posibilidades en el desarrollo del fenómeno.

Incertidumbre ; Argumentaciones en las que se utiliza como criterio de reconocimiento de la aleatoriedad la propia imprevisibilidad del suceso, sin profundizar en su explicación o análisis.

Subjetiva : Argumentaciones en las que utiliza como criterio de reconocimiento de la aleatoriedad consideraciones referidas a la propia vivencia o creencia subjetiva.

Contingencia: Argumentaciones estimativas de cuantificación de la probabilidad basadas en la comparación entre los casos favorables y desfavorables de un suceso.

Laplaciana: Argumentaciones estimativas de cuantificación de la probabilidad basadas en la proporción entre los casos favorables y desfavorables del fenómeno.

Frecuencial: Argumentaciones estimativas de cuantificación de la probabilidad basadas en la lectura frecuencial del fenómeno o de la información aportada.

Equiprobabilidad: Argumentaciones estimativas de cuantificación de la probabilidad basadas en justificaciones desde la equiprobabilidad entre los resultados del fenómeno.

Experiencial: Argumentaciones estimativas de cuantificación de la probabilidad basadas en criterios fruto de la experiencia personal.

Metodología

Se aplicó un cuestionario con cuarenta y ocho ítems; veinticuatro relativos a las características sociodemográficas de los estudiantes; doce al reconocimiento de la aleatoriedad

con sus respectivas argumentaciones y otros veinticuatro ítems relativos a la estimación de la probabilidad. Las respuestas de los estudiantes se analizaron a la luz de técnicas estadísticas: Transformación de las respuestas en variables cuantitativas; análisis de clusters, análisis discriminante, Test de Pearson y Gráfico de líneas.

Resultados

Los estudiantes que participaron del estudio se distribuyen en distintos institutos de formación docente de la provincia de Mendoza, Argentina.

En el Instituto de Formación Docente 9-002 de la Capital de Mendoza, respondieron al cuestionario 215 estudiantes (36,88%); del instituto 9-013 de Capital respondieron 38 estudiantes (6,5 %); del instituto de gestión privada TP-13 contestaron 32 estudiantes (5,5 %); del instituto 9-009 ubicado en el departamento de Tupungato y en Luján de Cuyo contestaron 95 estudiantes (29,2%); del instituto 9-011 del departamento de San Rafael contestaron 53 estudiantes (9,1%); del instituto 9-006 del departamento de Rivadavia contestaron 52 estudiantes (8,9%); del instituto 9-026 del departamento de San Martín, contestaron 37 estudiantes (6,4%); del instituto 9-024 de Lavalle contestaron 34 estudiantes (5,8%) y del instituto 9-023 del departamento de Maipú contestaron 27 estudiantes (4,6%).

En primer lugar se determinaron las tendencias de pensamiento probabilístico de los estudiantes mediante el análisis de clusters y el discriminante (Moreno & Cardeñoso, 2014); donde se determinaron cuatro tendencias de pensamiento: Determinista, Incertidumbre, Personalista y Contingencia.

La tendencia al *Determinismo*, es la que logra el menor reconocimiento de la aleatoriedad, hecho que motivó la denominación del grupo. Cuando niegan la aleatoriedad lo hacen desde la incertidumbre y desde la multiplicidad (Moreno, Cardeñoso & González-García, 2014a, 2014c). Cuando estiman la probabilidad lo hacen desde la contingencia y la equiprobabilidad, con valores que superan al valor medio de esta categoría (Moreno, Cardeñoso & González-García, 2012a, 2014e).

La tendencia hacia la *Incertidumbre*, es la que logra el mayor reconocimiento de la aleatoriedad. Fundamentan este reconocimiento desde la imprevisibilidad del suceso; es decir desde la categoría que hemos denominado incertidumbre, lo que motivó la denominación de grupo. En segundo lugar argumentan desde la multiplicidad, es decir que consideran los posibles resultados en la ocurrencia del suceso; no por esto descartan los argumentos causales, ya que los mismos tienen cierta relevancia, dado que alcanzan un valor superior a la media de la categoría. En cuanto a la estimación de la probabilidad, la equiprobabilidad alcanza el valor máximo en este grupo, mientras que las categorías contingencia, laplaciana y frecuencial alcanzan el valor mínimo.

La tendencia hacia el *Personalismo* es el tercer grupo en el reconocimiento de la aleatoriedad, y es el grupo que más emplea la subjetividad para argumentar el reconocimiento de la aleatoriedad, si bien es superado por el argumento incertidumbre. Cuando niegan la aleatoriedad, también argumentan desde la subjetividad; y en cuanto a la estimación de la probabilidad se destaca el uso de la categoría experiencial, en relación con los otros tres grupos.

La tendencia hacia la *Contingencia*, es el segundo grupo en el reconocimiento de la aleatoriedad, se destaca el uso de argumentos basados en la multiplicidad y en la causalidad; sin embargo la categoría más usada es la incertidumbre. Cuando estiman la probabilidad lo hacen

fundamentalmente desde las categorías contingencia y laplaciana con valores máximos, si bien también argumentan desde la categoría frecuencial con un valor superior al valor medio de la misma.

Luego, se aplicó el test de Pearson para analizar la asociación entre las tendencias de pensamiento probabilístico y las variables, como se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1

Características asociadas a las tendencias de pensamiento probabilístico.

Variable	Chi cuadrado de Pearson	Valor p	conclusión
Nivel Propedeúutico	$\chi^2_{(9)} = 13,736$	0,132	Independencia
Edad de los estudiantes	$\chi^2_{(12)} = 13,736$	0,319	Independencia
Instituto Educativo	$\chi^2_{(24)} = 30,556$	0,167	Independencia
Reconocimiento de la aleatoriedad	$\chi^2_{(33)} = 419,26$	0,000	Dependencia
Reconocimiento de la aleatoriedad desde la causalidad	$\chi^2_{(21)} = 81,2$	0,000	Dependencia
Reconocimiento de la aleatoriedad desde la multiplicidad	$\chi^2_{(18)} = 127,351$	0,000	Dependencia
Reconocimiento de la aleatoriedad desde la incertidumbre	$\chi^2_{(33)} = 362,86$	0,000	Dependencia
Reconocimiento de la aleatoriedad desde la Subjetividad	$\chi^2_{(12)} = 18,216$	0,109	Independencia
Estimación de la probabilidad desde la Contingencia	$\chi^2_{(27)} = 46,687$	0,011	Dependencia
Estimación de la probabilidad desde la Laplaciana	$\chi^2_{(27)} = 166,61$	0,000	Dependencia
Estimación de la probabilidad desde la Frecuencial	$\chi^2_{(27)} = 60,713$	0,000	Dependencia
Estimación de la probabilidad desde la Equiprobabilidad	$\chi^2_{(33)} = 363,758$	0,000	Dependencia
Estimación de la probabilidad desde la Experiencial	$\chi^2_{(12)} = 18,216$	0,109	Independencia

Estos resultados nos pueden ayudar a dilucidar la complejidad del pensamiento probabilístico. A pesar de la falta de asociación entre las tendencias de pensamiento probabilístico y los niveles propedeúticos de los estudiantes, hemos realizado un análisis pormenorizado de la presencia de cada una de ellas por nivel.

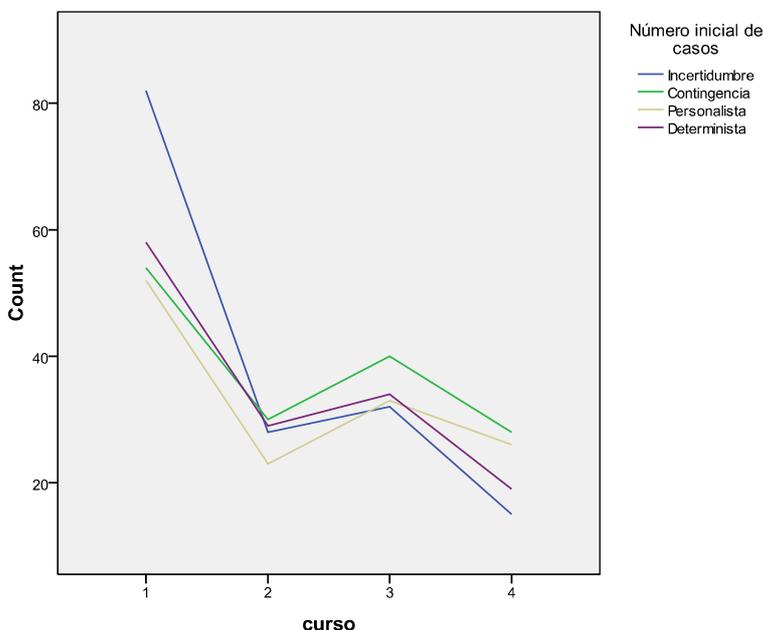


Figura. Gráfico de líneas de las tendencias de pensamiento probabilístico en función del nivel propedeútico.

En el Gráfico de líneas y la Tabla 2, se muestra que en el primer curso de la carrera, la tendencia hacia la incertidumbre es la que tiene mayor frecuencia; en donde se destaca la presencia de los estudiantes más jóvenes. Esta tendencia se caracteriza por alcanzar el mayor reconocimiento de la aleatoriedad y estimar la probabilidad desde la equiprobabilidad (Lecoutre, 1985, 1992; Lecoutre & Durand, 1992; Lecoutre y Cordier, 1990; Lecoutre, M.P.; Rovira, K.; Lecoutre, B. & Poitevineau, J. ;2006), como sesgo; es decir, que no representa un argumento apropiado. En segundo lugar, se presenta en menor medida, la categoría *Determinista*, cuya característica fundamental es el no reconocimiento de la aleatoriedad desde la multiplicidad y la incertidumbre; situación que podría revelar el desconocimiento del significado del término *aleatorio* (Moreno, Cardeñoso y González-García, 2014b); mientras que la estimación de la probabilidad es argumentada desde la equiprobabilidad, denotando la falta de ideas formales acerca de la probabilidad (Moreno, Cardeñoso y González-García, 2012, 2014e).

En el segundo curso, en cambio, aparece la presencia de las tendencias *Contingencia*, *Determinista* e *Incertidumbre*, las que se presentan en igual medida. La tendencia *Contingencia*, se caracteriza por el reconocimiento de la aleatoriedad desde la multiplicidad y la causalidad, y la estimación de la probabilidad es argumentada desde las categorías *contingencia* y *laplaciana*.

En el tercer curso, se destaca la tendencia *Contingencia*, mientras que las otras tres son alcanzadas de manera similar las otras tres.

Finalmente, en el cuarto curso, aparece en primer lugar la tendencia *Contingencia* y luego la tendencia *Personalista*.

Tabla 2

Tabla de contingencia del “nivel propedeúico” y “tendencia de pensamiento”

Nivel Propedeúico	Incertidumbre	Contingencia	Personalista	Determinista
1° curso	33,33 %	21,95 %	21,14 %	23,58 %
2° curso	25,45 %	27,27 %	20,91 %	26,37 %
3° curso	23,02 %	28,78 %	23,74 %	24,46 %
4° curso	17,05 %	31,82 %	29,55 %	21,59 %

Conclusiones y Discusión

Desde nuestra visión ontológica y holística del pensamiento probabilístico, podemos concluir que en los dos primeros niveles; donde predomina la presencia de los estudiantes más jóvenes; las tendencias se polarizan hacia la Incertidumbre y en forma diametralmente opuesta hacia el Determinismo; mientras que los dos últimos niveles es notable la presencia de la tendencia hacia la Contingencia,; hecho que queda justificado por una mayor instrucción de los estudiantes; y en segundo término hacia el personalismo.

Las concepciones que tienen los estudiantes del PMF; influenciadas por su formación matemática (Meletiou-Mavrotheris, 2007), conllevan una visión simplificadora de la realidad; debido a que sus intereses se centralizan *en conceptualizaciones abstractas y deductivas*; y no han logrado el nivel de desarrollo necesario, que les permita interpretar los fenómenos de la vida cotidiana y del mundo físico-natural desde concepciones cercanas a las formales. Sin embargo, podemos señalar, como lo hemos mencionado, que en los dos últimos años de la carrera se detectan concepciones más evolucionadas que en los dos primeros años. Por lo tanto, queda planteada la necesidad de la revisión del currículo del profesorado de Matemática de la provincia de Mendoza, Argentina.

Referencias y bibliografía

- Azcárate, P. (1996). *Estudio de las concepciones disciplinares de futuros profesores de primaria en torno a las nociones de aleatoriedad y probabilidad*. Granada: Editorial Comares.
- Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. En R. Farfán y cols. (Eds.), *Relime*, 8(3), 247-263.
- Cardeñoso, J. M. (2001). *Las creencias y conocimientos de los profesores de primaria andaluces sobre la matemática escolar. Modelización de concepciones sobre la aleatoriedad y probabilidad* (Tesis Doctoral). Universidad de Cádiz, Cádiz.
- Lecoutre, M. P. (1985). Effect d’informations de nature combinatoire et de nature fréquentielle sur le judgments probabilistes. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 6, 193-213.
- Lecoutre, M. P. (1992). Cognitive models and problem spaces in “purely random” situations. *Educational Studies in Mathematics*, 23, 557-568.
- Lecoutre, M. P., & Cordier, J. (1990). Effect du mode de présentation d’un problème aleatoire sur les modèles développés par les élèves. *Bulletin de l’APMEP*, 372, 9-22.

- Lecoutre, M. P., & Durand, J. L. (1988). Judgements probabilistes et modèles cognitifs: étude d'une situation aleatoire. *Educational Studies in Mathematics*, 19, 357-368.
- Lecoutre, M.P., Rovira, K., Lecoutre, B., & Poitevineau, J. (2006). People's Intuitions about randomness and probability: an empirical study. *Statistics Education Research Journal*, 5(1), 20-35. Alexandria.
- Meletiou-Mavrotheris, M. (2007). The Formalist Mathematical Tradition as an Obstacle to Stochastic Reasoning. En K. Francois & J-P. Van Bendegen (Eds.), *Philosophical Dimensions in Mathematics Education*. N.York: Springer.
- Moreno, A., Cardeñoso, J. M., & González-García, F. (2012a). Las dificultades detectadas en un grupo de estudiantes del profesorado de educación primaria cuando afrontan la asignación de probabilidades. En M. Marín-Rodríguez, & N. Climent (Eds.), *Actas Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los Grupos de Investigación de la SEIEM XV, Simposio de la SEIEM*, (pp. 153-178). Ciudad Real: SEIEM. Recuperado el 15 noviembre de 2013 <http://www.seiem.es/publicaciones/archivospublicaciones/comunicacionesgrupos/GruposXVSimpso.pdf>.
- Moreno, A., Cardeñoso, J. M., & González-García, F. (2013). La aleatoriedad desde la perspectiva de los estudiantes del Profesorado de Matemática. En J.M. Contreras, G.R. Cañadas, M.M. Gea, & P. Arteaga (Eds.) *Actas de las I Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria*. Granada: Departamento Didáctica Matemática de la Universidad de Granada, (pp. 367-372). Recuperado 14 noviembre de 2013 desde <http://www.jvdiesproyco.es/documentos/ACTAS/Actas%20jornadas.pdf>
- Moreno, A., Cardeñoso, J.M. & González-García, F. (2014a). La Aleatoriedad en los Profesores de Biología y de Matemática en Formación: Análisis y Contraste de Significados. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 11(2), 198-215.
- Moreno, A., & Cardeñoso, J.M. (2014b). Overview of prospective mathematics teachers' probabilistic thinking. *ICOTS 9. 9th. International Conference on Teaching Statistics*. Flagstaff, Arizona, USA, 13-18 July 2014. "Sustainability in statistics education".
- Moreno, A., Cardeñoso, J. M., & González-García, F. (2014 c). Los significados de la aleatoriedad de los profesores de matemática y de biología en formación. *ALME 27. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (Vol. 27, pp. 1963-1972). Comité Mexicano de Matemática Educativa. A.C.
- Moreno, A., Cardeñoso, J. M., & González-García, F. (2014e). Los significados de la probabilidad de los profesores de matemática en formación: Un análisis desde la teoría de los modelos mentales. *RELME 28. XXVIII Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*. Universidad del Atlántico. Barranquilla. Colombia.