



Aspectos do pensamento geométrico demonstrados por estudantes do Ensino Médio em um problema envolvendo o conceito de quadriláteros

André Pereira da Costa

Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco

Brasil

andre.pcosta@outlook.com

Marcelo Câmara dos Santos

Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco

Brasil

marcelocamaraufpe@yahoo.com.br

Resumo

Esta pesquisa tem por objetivo identificar e analisar os níveis de raciocínio geométrico dos estudantes do Ensino Médio de escolas públicas do Estado de Pernambuco, tendo como fundamentação teórica o modelo do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van-Hiele. O estudo contou com a participação de 300 alunos do Ensino Médio, e o instrumento de coleta de dados adotado foi um teste de sondagem, constituído por cinco questões, contendo problemas referentes ao conceito de quadriláteros. Todavia, devido à amplitude dos resultados obtidos com a aplicação do questionário, aqui iremos apenas discutir os resultados obtidos com o primeiro item do teste. Os resultados obtidos mostram que a maioria dos alunos pesquisados se encontra no primeiro nível do modelo de Van-Hiele, a fase de visualização, na qual os estudantes consideram as figuras geométricas apenas considerando sua aparência. Portanto, esses alunos não reconhecem os quadriláteros como figuras portadoras de propriedades.

Palavras-chave: raciocínio geométrico, visualização, Van-Hiele, quadriláteros.

Introdução

A presente pesquisa teve por objetivo identificar e analisar os níveis de raciocínio geométrico dos estudantes do Ensino Médio de escolas públicas do Estado de Pernambuco, tendo como fundamentação teórica o modelo do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van-Hiele.

É notório que, nos últimos anos, ocorreram avanços significativos em pesquisas na área de Educação Matemática, sobretudo no Ensino de Geometria, especialmente após o reconhecimento da importância da Geometria para o desenvolvimento humano, pelos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (Brasil, 1998), que gerou mudanças nas abordagens dos conteúdos desse ramo da Matemática nos livros didáticos e, também, nos cursos de formação de professores de Matemática.

Para Câmara dos Santos (2009), há um distanciamento progressivo entre os resultados obtidos com as pesquisas educacionais no âmbito da Geometria e o cotidiano complexo e específico da sala de aula. Tal distanciamento tem provocado o surgimento de dificuldades em reaplicar as experiências vivenciadas pelos estudos científicos no ambiente de sala de aula.

Além disso, avaliações de larga escala, como os dados do Sistema de Avaliação Educacional do Estado de Pernambuco – SAEPE¹ (Pernambuco, 2010), têm evidenciado que os estudantes do Ensino Médio apresentam dificuldades de compreensão dos conceitos geométricos, sobretudo os quadriláteros, quando tais conceitos são abordados em situações-problema. Dessa forma, os baixos desempenhos apresentados pelos discentes nessas avaliações constituem um forte indício de que a Geometria continua sendo negligenciada nas aulas de Matemática. É justamente este contexto que sustenta o nosso interesse em realizar tal estudo.

Segundo os PCN (Brasil, 1998), o conceito matemático quadriláteros deve ser abordado na Educação Básica já nos anos iniciais do Ensino Fundamental, porém, no sexto ano, deve ser realizada a sistematização desse conceito pelos alunos. Assim, discentes do Ensino Médio já deveriam ter consolidado os objetos matemáticos quadriláteros.

Conceição e Oliveira (2014) desenvolveram uma pesquisa, que tinha por finalidade analisar o nível de conhecimento geométrico dos professores de Matemática das escolas estaduais do município de São Vicente Ferrer (Pernambuco). Esses pesquisadores observaram que os docentes apresentam várias lacunas conceituais no que diz respeito aos quadriláteros, que é um dado muito preocupante, pois são esses professores que ensinam Geometria aos nossos discentes. Os autores argumentam que essas lacunas apresentadas pelos docentes influenciam os resultados apresentados pelo SAEPE.

Neste contexto, nos interessa investigar os níveis de pensamento geométrico dos alunos do Ensino Médio, considerando como sustentação teórica a teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico, desenvolvida pelo casal Van-Hiele (1957).

Referencial Teórico

A teoria vanhieliana do progresso do pensamento geométrico

Inspirados pela teoria da epistemologia genética de Jean Piaget, os pesquisadores

¹ Tem como objetivos monitorar o padrão de qualidade do ensino e apoiar as iniciativas de promoção da igualdade de oportunidades educacionais (Fonte: <http://www.saepe.caedufjf.net>).

holandeses Pierre Marie Van-Hiele e Dina Van-Hiele Geodolf desenvolveram a teoria do desenvolvimento do raciocínio geométrico, como o produto da tese de Doutorado em Matemática e Ciências Naturais pela Universidade Real de Utrecht, na Holanda. Esses professores observaram que seus alunos do Ensino Básico apresentavam várias dificuldades no que se refere à aprendizagem da Geometria, desse modo, se enveredaram a estudar as causas desse fato (Salvador *et al.*, 1989), e o resultado foi a “*A teoria vanhieliana do progresso do pensamento geométrico*”.

A teoria de Van-Hiele consiste em um modelo preconizando que os estudantes evoluem na aprendizagem em geometria a partir de fases hierárquicas de conhecimento; assim, um estudante não consegue alcançar um estágio mais avançado sem antes ter passado por estágios anteriores inferiores. Para tanto, esse modelo pode contribuir com a prática pedagógica do professor de Matemática, no sentido que favorece a análise das dificuldades apresentadas pelos alunos, além de possibilitar um olhar mais detalhado acerca das suas competências (Usiskin, 1994).

A teoria está organizada em cinco níveis de desenvolvimento (visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor), de modo que, ao mesmo instante em que os estudantes estudam Geometria, eles evoluem a partir de uma sequência dessas fases de aprendizagem de conceitos, em que cada fase possui sua especificidade, marcada por um elo entre a linguagem e os objetos de estudo (Van de Walle, 2009).

Para Van-Hiele (1957), no primeiro estágio, denominado nível de visualização, os alunos reconhecem as figuras geométricas pelas suas aparências e não por suas propriedades ou características próprias. O aluno consegue, por exemplo, identificar um quadrado ou um retângulo e, inclusive, os construir sem falhas, mas um retângulo não é considerado como um quadrado, tendo em vista que divergem em suas aparências. Desse modo, as atividades propostas em sala de aula pelo professor devem promover a evolução para o segundo estágio, no qual os estudantes reconhecem as figuras pelas suas propriedades. Nesse nível, o aluno irá distinguir um losango pelas suas propriedades (lados iguais, diagonais perpendiculares que se interceptam em um único ponto) e não por sua aparência. Van-Hiele (1957) discute ainda que na transição do primeiro estágio para o segundo a manipulação de figuras leva o estudante à elaboração de uma estrutura mental que desenvolve o seu raciocínio, promovendo a passagem entre os dois estágios.

No segundo estágio, chamado nível de análise, o aluno não reconhece mais as figuras pelas suas aparências mas, sim, por suas características específicas. Dessa forma, elas são consideradas como portadoras de propriedades. Assim, se o estudante desenha, mesmo com falhas, um quadrilátero em seu caderno e que essa figura apresenta todos os ângulos retos, então ele é capaz de considerar o quadrilátero como um retângulo. Todavia, nessa fase, o aluno ainda não consegue ordenar as propriedades das figuras o que faz com que, por exemplo, um losango não seja reconhecido como um quadrado (e vice-versa). Novamente, Van-Hiele (1957) recomenda que se o professor possibilitar a manipulação de figuras geométricas pelo o aluno, tal fato promoverá o estudante para o próximo estágio de raciocínio geométrico, que é definido pela ordenação das propriedades das figuras, isto é, pelo estabelecimento de ligações entre as características das figuras geométricas.

Várias pesquisas realizadas com testes que consideram os estágios vanhielianos, mostram que a maioria dos alunos da Educação Básica encontra-se até essas duas primeiras fases do modelo de Van-Hiele, apresentando várias dificuldades de aprendizagem da Geometria (Câmara dos Santos, 2009; Oliveira e Gazire, 2012).

Oliveira e Almeida (2012) observaram que menos de 15% dos alunos que cursavam o quinto ano do Ensino Fundamental em 2011, eram capazes de estabelecer associações entre objetos do cotidiano e as figuras geométricas. Barbosa (2011) observou que estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental apresentam diversas dificuldades na aprendizagem da Geometria, em especial quando os conceitos se referiam ao estudo dos quadriláteros.

Para Conceição e Oliveira (2014), essa defasagem ocorre, principalmente, pelo fato de, nas aulas de Matemática do Ensino Básico, ser dada pouca ênfase à Geometria, sendo que, em geral, os professores confundem o seu ensino com o ensino de medidas. Tal fato tem contribuindo para que os alunos apresentem dificuldades com relação à compreensão dos conceitos geométricos.

No terceiro estágio de Van-Hiele, denominado dedução informal, o aluno consegue ordenar as propriedades das figuras, percebendo que elas se deduzem entre si. Então, nesse nível, o sujeito é capaz, por exemplo, de estabelecer uma relação entre a propriedade da soma dos ângulos internos de um triângulo (que diz que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°) com outra propriedade, que é a soma dos ângulos internos de um quadrilátero (na qual a soma das medidas desses ângulos é igual a 360°). Além disso, o estudante reconhece um quadrado como um losango, pois apresentam as mesmas propriedades. Todavia, ele ainda não compreende o significado próprio da demonstração (Câmara dos Santos, 2001).

Na quarta fase, chamada de dedução formal, o aluno é capaz de compreender a dedução e o significado intrínseco da demonstração. Desse modo, consegue construir vários tipos de demonstrações por diversos caminhos, além de estabelecer a distinção entre uma proposição e sua recíproca, motivo pelo qual as definições e os axiomas são essenciais, sendo possível distinguir quando uma condição é imprescindível e também quando é necessária. Tais aspectos são características do processo dedutivo. Ainda nesse estágio, o estudante é capaz de reconhecer um paralelogramo que tem dois lados adjacentes congruentes como um losango (Ontario, 2006).

No quinto nível, o denominado rigor, que é definido por processos basicamente matemáticos, o discente consegue compreender diferentes sistemas axiomáticos, bem como construir a divergência entre os objetos e sua essência. Além disso, ele é capaz de trabalhar com geometrias não euclidianas. Assim, o sujeito desenvolve um olhar abstrato do campo geométrico.

Para Van-Hiele (1957), o progresso do raciocínio geométrico não está relacionado apenas à maturidade ou à idade do sujeito, mas sim às atividades educativas e às situações didáticas organizadas pelo professor.

Metodologia

Esta pesquisa contou com a participação de 300 alunos do Ensino Médio, sendo que, para cada ano escolar, o instrumento de coleta de dados foi aplicado com 100 sujeitos. Tais sujeitos são estudantes de cinco escolas da rede pública de três municípios do Estado de Pernambuco: Recife (três escolas), Cabo de Santo Agostinho (uma escola) e Limoeiro (uma escola). Para preservar a identidade dos sujeitos, não faremos referência aos nomes dos estabelecimentos de ensino pesquisados.

O instrumento de coleta de dados adotado nessa pesquisa foi um teste de sondagem, constituído por cinco questões, contendo problemas referentes ao conceito de quadriláteros. O objetivo do teste foi identificar em que níveis de raciocínio geométrico se encontram os alunos do Ensino Médio. É importante lembrarmos que, segundo Van-Hiele (1957), os alunos ao concluírem esse nível escolar deveriam estar no nível de dedução informal, no qual o sujeito é

capaz de construir definições e demonstrações de teoremas, axiomas e postulados. Além disso, devido à amplitude dos resultados obtidos com as questões, aqui iremos apenas discutir os resultados obtidos com o primeiro item do teste.

A questão a ser analisada constou de duas etapas. Na primeira etapa, os estudantes foram orientados a construir um retângulo e, depois, uma figura que não fosse um retângulo. Na segunda etapa, foi pedido que eles explicitassem suas produções. A busca de produzir uma figura que não fosse um retângulo fundamenta-se na concepção de que, ao construir uma figura que não tenha determinadas características, uma “figura divergente” do retângulo, o discente é conduzido à justificativa de suas construções.

A seguir, são apresentados os resultados obtidos na questão analisada.

Análise dos resultados

Na questão foi solicitado aos alunos que desenhassem um retângulo e uma figura de quatro lados que não fosse um retângulo. Em seguida, os discentes deveriam explicitar suas construções. Esse item tinha por finalidade analisar se, na construção do não retângulo, o estudante considerava as características da figura ou não. Dessa forma, a explicação da sua resposta mostrará suas concepções referentes à figura que não fosse um retângulo. No Gráfico 01 são apresentados os quadriláteros escolhidos pelos alunos como não retângulos.

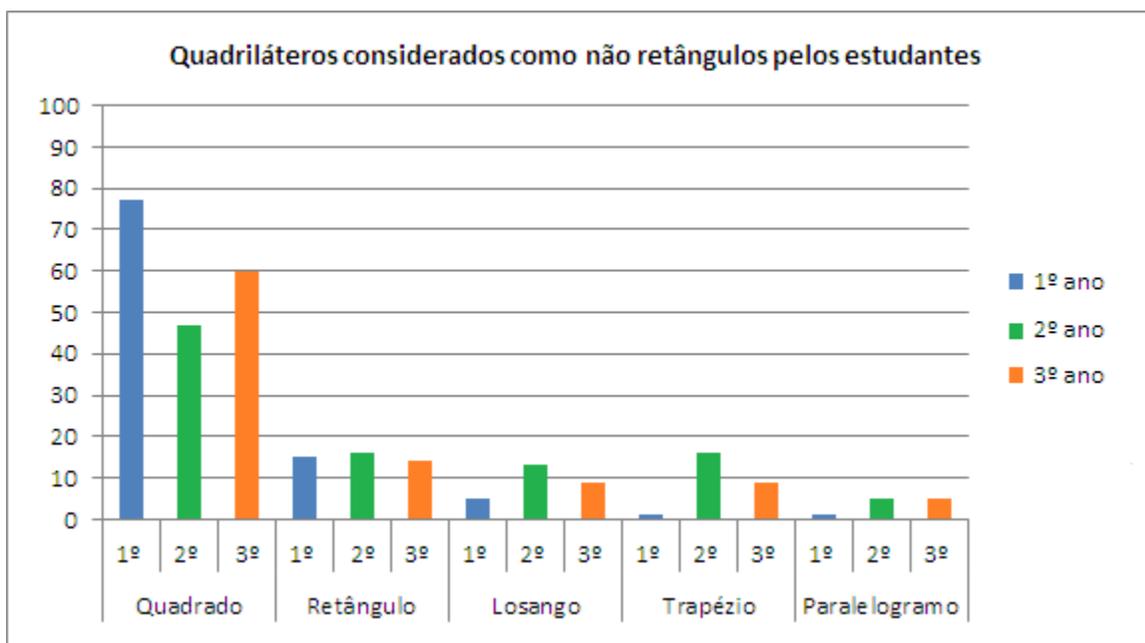


Gráfico 01. Relação quantitativa, em valores percentuais, das figuras geométricas consideradas como não retângulos pelos estudantes do 1º ano do Ensino Médio (Valores percentuais).

Pelo Gráfico 01 podemos observar que a maior parte dos estudantes do Ensino Médio, 61% em média, considera a figura geométrica quadrado como um não retângulo, ou seja, quase dois terços dos alunos pesquisados não reconhecem o quadrado como sendo um retângulo, sendo observado em 77% do total de alunos do 1º ano, 47% entre os do 2º ano e 60% para os do 3º ano. Tal fato é uma forte evidência de que os quadrados não são considerados como retângulos por

possuírem aparências diferentes desses últimos, que é uma característica do nível de visualização do modelo de Van-Hiele. Além disso, confirmamos que o quadrado possui grande relevância no espaço do discente.

Em segundo lugar, a figura mais frequente como um não retângulo foi o próprio retângulo, porém, em posição não prototípica, isto é, em posição diferente da que geralmente é ensinado em sala de aula, com o lado maior paralelo às bordas horizontais da folha de papel. Isso foi verificado em 15% dos alunos do 1º ano, 16% do 2º ano e 14% do 3º ano. Esse é um dado importante, pois é uma prova de que os estudantes apresentam dificuldades em reconhecer o retângulo em um arranjo diferente do seu posicionamento padrão, como comumente lhe é ensinado em sala de aula na Educação Básica. Tal aspecto também corresponde ao primeiro nível vanhieliano.

Em terceiro lugar, o losango foi reconhecido como um não retângulo por 5% dos discentes do 1º ano, 13% do 2º ano e 9% do 3º ano, parece ser uma evidência de que os estudantes procuraram especificidades dessa figura, como caminho para promover a distinção entre os dois tipos de quadriláteros. E em quarto lugar está o trapézio, que, entre os alunos, apresentou uma frequência de 1% no 1º ano, 16% no 2º ano e 9% no 3º ano. Em seguida, em quinto lugar, está o paralelogramo qualquer (pois as outras figuras também são paralelogramos), escolhido por 1% dos estudantes do 1º ano e 5% entre os do 2º e 3º ano.

É importante destacar que um aluno do 1º e um do 2º ano construíram um triângulo como um não retângulo, e, um estudante do 2º ano desenhou um polígono irregular e um do 3º ano, uma circunferência. Tal fato reforça a necessidade de se realizar um estudo mais aprofundado, buscando compreender melhor o motivo dessas construções pelos alunos.

Na análise das justificativas dos estudantes, referente à segunda etapa do primeiro item, consideramos a categorização estabelecida por Câmara dos Santos (2001), que realizou uma pesquisa semelhante, desenvolvida com estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental em uma escola pública da cidade do Recife – Pernambuco. Tal categorização classificou as respostas dos alunos em três esferas:

- a) Pragmática – na qual, os estudantes fazem uso das aparências e formas das figuras nas justificativas. Por exemplo, o discente pode afirmar que o retângulo e o quadrado são figuras diferentes pois, possuem tamanhos divergentes.
- b) Aplicativa – nessa categoria, os discentes utilizaram as definições das figuras nas explicações. Exemplo: ao construir um retângulo e um losango, o estudante pode argumentar que o retângulo possui quatro ângulos internos congruentes (retos), enquanto que o losango possui quatro lados congruentes.
- c) Relacional – na qual, os alunos empregam as propriedades das figuras desenhadas nas explicitações. Por exemplo, ao construir novamente um retângulo e um losango, o aluno pode afirmar que são diferentes, pois enquanto as diagonais do losango são perpendiculares, as do retângulo são concorrentes.

No Gráfico 02 é apresentada a frequência dos tipos de respostas apresentadas pelos alunos no piloto, considerando a categoria de Câmara dos Santos (2001).

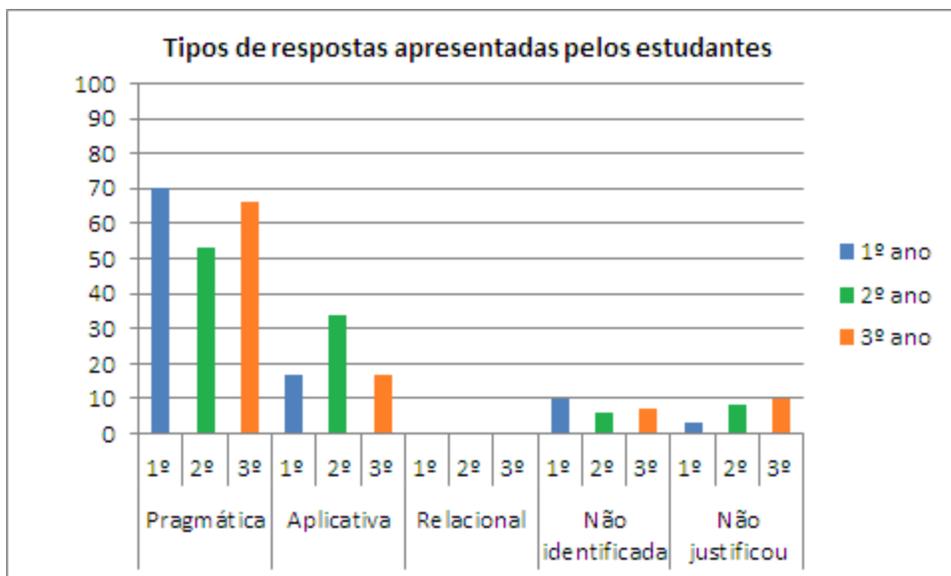


Gráfico 02. Tipos de justificativas apresentadas pelos discentes no que se refere à construção das figuras não retângulos.

Pelo Gráfico 02, observamos que a maioria dos estudantes, 63%, encontra-se na esfera pragmática, isto é, fizeram uso da aparência da figura para justificá-la como não retângulo, que é uma característica do nível básico de Van Hiele. Estão nessa fase 70% dos alunos do 1º ano, 53% do 2º e 66% dos discentes do 3º ano. Na esfera aplicativa estão 22,66% dos alunos investigados (17% do 1º ano, 34% do 2º e 17% do 3º ano), os quais fazem uso da definição da figura em sua explicitação. Não foi identificado nenhum estudante dos três anos escolares analisados na fase relacional, que se refere à aplicação das propriedades das figuras, que corresponde ao segundo nível vanhieliano. Tal dado é bastante preocupante, pois há um forte indício de que esses alunos não conseguem reconhecer os quadriláteros como detentores de propriedades.

Fazendo uma comparação entre os três anos escolares, no que se refere ao primeiro item do piloto, podemos observar que os alunos do 2º ano apresentaram um desempenho melhor do que os demais anos escolares do Ensino Médio. Confrontando, por exemplo, o segundo ano com o primeiro, é notório que há um avanço no pensamento geométrico dos alunos, muito embora, há ainda um considerável número de alunos no nível de visualização. Agora, se compararmos o 2º ano com o 3º, constatamos que há uma queda brusca na evolução do pensamento dos participantes. Esse fenômeno pode ter ocorrido pelo fato de que no segundo ano, os alunos tiveram contato com geometria e no primeiro ano não. Além disso, que no 3º ano é abordada geometria analítica, que geralmente é trabalhada com forte ênfase no aspecto algébrico. Outra possibilidade seria de esses alunos do 2º ano terem trabalhado com um professor que os levou à manipulação de figuras geométricas.

Considerações finais

Os resultados obtidos na pesquisa nos mostram que a maioria dos alunos do Ensino Médio se encontra no primeiro nível do modelo de Van-Hiele, a fase de visualização, na qual os estudantes consideram as figuras geométricas apenas considerando sua aparência. Dessa forma, esses alunos não conseguem reconhecer os quadriláteros como figuras portadoras de propriedades e nem ordená-las. Tal fato foi evidenciado tanto nas construções dos alunos, ao

considerarem, por exemplo, o quadrado e o retângulo em formato não prototípico como um não retângulo, como nas suas justificativas, ao argumentarem que as tais figuras não são retângulos por que possuem formatos diferentes.

O caso dos estudantes que identificaram o retângulo não prototípico como um não retângulo pode ser uma forte evidência de que em sala de aula de Matemática é abordada, com grande ênfase, apenas a forma padrão desse tipo de quadrilátero, conseqüentemente há uma negligência com relação ao ensino da Geometria, especialmente com o estudo dos quadriláteros no Ensino Básico.

Essas dificuldades podem ser evidenciadas, por exemplo, nos casos dos alunos que construíram triângulos e uma circunferência, considerando tais figuras como um não retângulo de quatro lados. Dessa forma, parece que os alunos não compreendem o conceito de quadriláteros, que é um dado que nos chama muito a atenção, pois esses estudantes estarão em breve concluindo a Educação Básica, porém sem saber o que é um retângulo.

É importante destacar que também foram identificados, embora em número pequeno, alguns alunos no segundo nível da teoria vanhieliana, a fase de análise, na qual o aluno é capaz de reconhecer as propriedades das figuras. No entanto, eles ainda não conseguem estabelecer conexões entre essas propriedades. Todavia, esses dados também são preocupantes pois, segundo o próprio Van-Hiele (1957), o ideal para alunos que estão concluindo o Ensino Médio é que estes sujeitos estejam no quarto nível do modelo, o de dedução informal.

Para tanto, diante do exposto, podemos observar que pouco mudou no que refere à aprendizagem dos conceitos geométricos pelos alunos no ensino da Matemática, apesar de todos os avanços com as pesquisas na área de Educação Matemática nos últimos anos. No caso desse estudo, os resultados evidenciam que os alunos do Ensino Médio apresentam várias dificuldades com a compreensão do conceito de quadriláteros, que é um conteúdo a ser sistematizado no sexto ano do Ensino Fundamental, segundo as orientações dos PCN.

Bibliografia e Referências

- Barbosa, C. P. (2011). *O pensamento geométrico em movimento: um estudo com professores que lecionam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental de uma escola pública de Ouro Preto (MG)* (Dissertação de mestrado). Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG, Brasil.
- Brasil. (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática* (3a ed.). Brasília: MEC/SEF, Brasil.
- Câmara dos Santos, M. (2001, dezembro). Effets de l'utilisation du logiciel Cabri-Géomètre dans le développement Effets de l'utilisation du logiciel Cabri-Géomètre dans le développement de la pensée géométrique. *Anais do Congreso Internacional Cabri Géomètre*, Montreal, QC, Canadá, 2.
- Câmara dos Santos, M. (2009). O Cabri-Géomètre e o desenvolvimento do pensamento geométrico: o caso dos quadriláteros. In R. Borba, & G. Guimarães (Org.). *A Pesquisa em Educação Matemática: Repercussões na sala de aula* (Cap. 5. pp. 177-211). São Paulo: Cortez.
- Conceição, D. A., & Oliveira, K. P. (2014). *Uma análise do nível do conhecimento geométrico dos professores de matemática das escolas estaduais do município de São Vicente Ferrer* (Monografia de graduação), Universidade de Pernambuco, Nazaré da Mata, PE, Brasil.
- Oliveira, P. N., & Almeida, J. R. (2012, novembro). Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco – SAEPE: o que mostram os resultados no desempenho dos alunos em matemática em 2011. *Anais do Encontro Paraibano de Educação Matemática*, João Pessoa, PB, Brasil, 7.

- Oliveira, M. C., & Gazire, E. S. (2012). *Ressignificando a Geometria Plana no Ensino Médio, com o auxílio de Van Hiele*. (Cartilha). Belo Horizonte, MG: PUC-MG.
- Ontario. (2006). *Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la 4e à la 6e année. Géométrie et sens de l'espace: Formes géométriques*. Toronto, le Ministère, Canadá.
- Salvador, R. M. C., Palau, P. H., Garrigues, J. M., Pascual, A. P., & Pérez, E. R. (1989). *Didáctica de la geometría: modelo Van Hiele*. València: Universitat de València.
- Secretaria de Educação do Estado de Pernambuco. (2010). *Boletim Pedagógico da Escola*. Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora.
- Usiskin, Z. (1994). Resolvendo os dilemas permanentes da geometria escolar. In M. M. Lindquist, & A. P. Shulte (Org.). *Aprendendo e ensinando Geometria* (Cap. 2. pp. 21-39). (H. H. Domingues, Trad.). São Paulo: Atual.
- Van de Walle, J. A. (2009). *Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula* (6a ed.) Porto Alegre: Artmed.
- Van-Hiele, P. M. (1957). *El problema de la comprensión: en conexión con la comprensión de los escolares em el aprendizaje de la geometria* (Tese de doutorado). Matemáticas y Ciencias Naturales (MCN), Universidad Real de Utrecht, Utrecht, Holanda.