



## Área y perímetro de cuadriláteros en estudiantes colombianos de grado 5° de educación formal

Shirley Tatiana Galvis **Gómez**  
Universidad del Tolima  
Colombia  
stgalvisg@ut.edu.co  
Kevin Johan Vásquez **Reyes**  
Universidad del Tolima  
Colombia  
kjvasquezz@ut.edu.co

### Resumen

Este estudio explora dificultades evidenciadas por estudiantes colombianos de quinto grado de primaria de educación formal, sobre construcción de las nociones de área y perímetro de cuadriláteros. Se ha profundizado en conocimiento útil para docentes, tanto en formación inicial como en ejercicio, en la construcción de tales conceptos por estudiantes de la clase de matemáticas. Con base en los trabajos de Agudelo-Valderrama (2000), García-Amadeo, G., & Carrillo, J. (2006), entre otros, se formularon actividades para fomentar la caracterización de área y perímetro de cuadriláteros. Estas se desarrollaron, por cada uno, con material manipulativo, enfocado hacia las nociones previas de los estudiantes. Con estas actividades, los estudiantes avanzaron en la conceptualización de una manera no convencional: se muestra el paso de la confusión de área y perímetro a la caracterización y diferenciación de los mismos.

*Palabras clave:* conceptualización, área, perímetro, cuadriláteros, investigación-acción.

### Problemática

En las aulas de clase de matemáticas de Colombia, los docentes tienen como referente los estándares y lineamientos curriculares para la educación matemática del Ministerio de Educación

Nacional (MEN, 2006) en donde se dan ejemplos de lo que deben lograr los estudiantes en sus clases. Para quinto grado y con relación a área y perímetro los estándares proponen que el estudiante debe: “Desarrollar, comprender y utilizar fórmulas para encontrar áreas de paralelogramos y triángulos” y además, debe “Manejar con fluidez las unidades métricas cuadradas ( $\text{cm}^2$ ,  $\text{m}^2$ , etc.)”

Muchos docentes de matemáticas tienen concepciones tradicionalistas asumiendo que el conocimiento es estático, es decir, que el único sitio en que se encuentra es en libros de texto, además de tener la idea de que el conocimiento solamente se transmite en una sola vía: del docente al estudiante, sin dar cabida a la posibilidad de que el docente también aprende del estudiante. Lo anterior conlleva a que algunos estudiantes mengüen su capacidad de generar conocimientos en muchas materias, en especial en matemáticas que siempre han sido vistas como “El coco” en la escuela. (Ver, por ejemplo, Agudelo-Valderrama, 2002).

Para este proyecto hemos escogido como foco de atención las dificultades que tienen los estudiantes de quinto grado de primaria en la creación de conceptos de área y perímetro y su interrelación; y el propósito de este proyecto es aumentar nuestro conocimiento sobre posibles situaciones que se nos puedan presentar en las aulas de clase como futuros docentes, para de esta manera apoyar la formación de conceptos en nuestros estudiantes futuros.

Desde nuestra experiencia hemos observado cómo muchos de nuestros compañeros desde la escuela tenían dificultades a la hora de aprender sobre área y perímetro, la gran mayoría de ellos realizaban los ejercicios propuestos en clase desconociendo por completo el origen de los algoritmos que usaban, llevándolos a un desconocimiento de las posibles aplicaciones del área y del perímetro en la vida cotidiana.

Muchas investigaciones (Agudelo-Valderrama, 2005; Carrillo y García, 2006; Marchett, et al., 2005; entre otros) muestran que en la enseñanza de las matemáticas en general persisten los enfoques instrumentalistas (Skemp, 2006), siendo estos descritos como ‘reglas sin razones’ que hasta hace poco eran considerados como la verdadera “comprensión”.

Se observa que cuando en una clase de matemáticas el profesor ha explicado la fórmula para hallar el área de un rectángulo ( $A = L \times B$ ), y alguno de los estudiantes manifiesta no comprender, el profesor le explica así: “La fórmula dice que para hallar el área de un rectángulo, se multiplica la base por la altura”, a lo cual el alumno parece entender y procede a realizar ejercicios. Si le dijéramos que en realidad no ha entendido, el estudiante no estaría de acuerdo, argumentando que tiene la respuesta correcta (Skemp, 2006).

Vemos en el ejemplo anterior, que el estudiante cree “comprender” el proceso para hallar el área de un rectángulo, pero lo que en realidad hace, es un proceso de mecanización de un algoritmo, del cual desconoce su origen y significado.

### **Marco conceptual**

La geometría ha sido un elemento esencial en la vida del ser humano desde épocas muy antiguas, Heródoto atribuye su origen a la época del auge de la cultura egipcia (Boyer, 1999). Actualmente el uso de la geometría es mucho más variado que en esas épocas antiguas. La geometría es esencial para distintos ámbitos, como el arte, debido claro a la necesidad del ser humano para conservar el orden, la proporción, la estética; también en la arquitectura, porque brinda un elemento clave para la ubicación espacial; y así en muchas otras áreas que permiten el desarrollo del pensamiento matemático.

Siendo nuestro propósito explorar el pensamiento de los estudiantes de quinto grado, sobre los conceptos de área y perímetro, es pertinente definir estas dos nociones.

### **Concepciones de área y perímetro**

¿Qué es área? Según el diccionario de la Real Academia Española, área es: “Espacio de tierra comprendido entre ciertos límites” notamos en esta definición una contextualización en donde se puede ver las aplicaciones del área en la vida diaria; luego aparece la siguiente definición en lo que respecta a la geometría: “Superficie comprendida dentro de un perímetro” y añade luego: “Extensión de dicha superficie expresada en una determinada unidad de medida”. Notamos así que esta definición es algo complicada, usa terminología que puede resultar difícil de entender para los estudiantes, por ello el estudiante buscará el significado de perímetro que dice: “Contorno de una superficie”, “Contorno de una figura”, “Medida de este contorno”.

Estas dos acepciones son problemáticas, pues la definición de área menciona una serie de nociones como “perímetro” y “unidad de medida” y en perímetro incluyen términos como “superficie” “contorno” y nuevamente “medida”; todas estas nociones son problemáticas para los estudiantes, incluso confunden área con perímetro (García-Amadeo y Carrillo, 2006).

Algo que no resulta problemático para los estudiantes es usar intuitivamente áreas y perímetros en muchas situaciones prácticas, sin embargo, los conceptos matemáticos no aparecen claros cuando se intenta explorarlos en ellos.

### **Área y perímetro en los estándares curriculares**

Unreferente que tienen los docentes de matemáticas son los estándares curriculares para la educación matemática del Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN, 2006) en donde se establecen los objetivos que deben alcanzar los estudiantes; con relación a área y perímetro los estándares proponen que el estudiante debe:

- Desarrollar, comprender y utilizar fórmulas para encontrar áreas de paralelogramos y triángulos.
- Manejar con fluidez las unidades métricas cuadradas ( $\text{cm}^2$ ,  $\text{m}^2$ , etc.).

Observamos que la educación matemática en Colombia actualmente no se cumple con el desarrollo de estos estándares de manera que el aprendizaje sea significativo; ya que muchos estudiantes se dedican solo a la memorización de algoritmos y fórmulas, sin comprender el significado de éstas (Agudelo-Valderrama, 2000); también el método de enseñanza del profesor influye, ya que la enseñanza tradicionalista aún persiste en muchas aulas de clase colombianas. Aunque hay muchos docentes que quieren mejorar esta situación, aún hay algunos colegas que se “resisten al cambio” (Agudelo-Valderrama, 2005), y esto puede ser debido a que para ellos es difícil afrontar un nuevo paradigma.

### **Dificultades de los niños**

En general los estudiantes desconocen el carácter bidimensional de “área”, y en algunos casos incluso llegan a confundir los conceptos “área” y “perímetro”; lo que se manifiesta en un uso indebido de las fórmulas (García-Amadeo & Carrillo, 2006). A partir de esto, los estudiantes muestran un desconocimiento, en algunos casos total, de los dos conceptos en cuestión. En parte, los estudiantes se encuentran en un “nivel implícito del conocimiento”, en el cual no entienden el tema, solo lo verbalizan, es decir lo memoriza y opera mecánicamente; lo que se debería lograr en las aulas de matemáticas es un “nivel explícito” en donde el estudiante entiende y logra

exteriorizar sus conocimientos (Karmiloff-Smith, 1994).

Para los conceptos de área y perímetro es posible alcanzar el nivel de “conocimiento explícito” de forma significativa; pues comprender las diferencias y relaciones entre ambos significa categorizar los diferentes elementos que los conforman por medio de conclusiones propias y no las que se le da por hecho. Para alcanzar éste nivel el estudiante debe desarrollar sus propias concepciones hacia los distintos términos que se utilizan, las unidades de medida y sus magnitudes.

### **Concepciones de los profesores**

Las diferentes definiciones cotidianas de magnitud, área, perímetro, etc., se pueden encontrar en cualquier diccionario, pero el significado de éstas para la persona que las lee, puede ser diferente. El profesor, en su proceso de enseñanza, puede mencionar definiciones de términos a usar en clase y remitir a los estudiantes a libros de texto para que lean y traten de comprender; sin embargo, el profesor no tendrá conocimiento de lo que está pasando por las mentes de sus alumnos. El docente debe organizar ambientes de aprendizaje que involucren activamente un proceso que lo lleve a conocer las concepciones de los estudiantes.

Ésta es una de las principales dificultades que podemos detectar y que se presenta en el aula de clase en la práctica cotidiana, como lo muestra la investigación (Agudelo-Valderrama, 2005; Carrillo y García, 2006; Marchett, et al. 2005; entre otros); según éstos resultados el docente necesita crear estrategias y espacios para conocer el pensamiento de los estudiantes y para identificar la presencia o ausencia de saberes. Como consecuencia de lo anterior debería poderse replantear el proceso de enseñanza desde sus nociones previas, para así lograr una continuidad en el proceso de construcción de conceptos por parte de los estudiantes.

Skemp (2006), describe como “Comprensión Instrumental” ese proceso en el que al estudiante se le dan una serie de pasos a seguir para aplicarlos en una serie de ejercicios, como una serie de ‘reglas sin razones’ para su posterior aplicación. En consecuencia los estudiantes desconocen los significados originales de las “fórmulas” recibidas y no comprenden el origen de tales reglas; tampoco llegan a conocer los amplios espacios existentes de aplicación de los conceptos de área y perímetro.

### **Metodología**

Nuestro proyecto se desarrolló mediante el siguiente ciclo de investigación acción adaptado del propuesto por Ponte (1995):

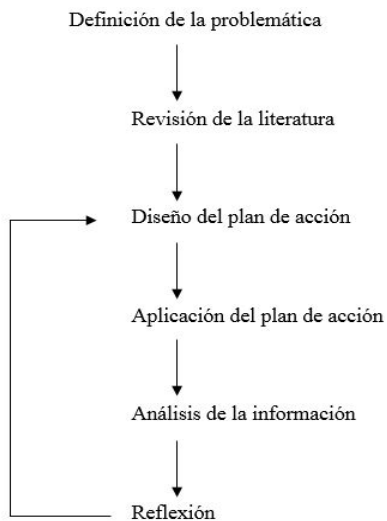


Figura 1. Ciclo de Investigación-acción

El sentido de cada etapa de las relacionadas en la Figura 1 es el siguiente:

- Definición del problema: en este paso, indagando desde nuestras experiencias escogimos una problemática con un foco sobre área y perímetro, debido a que muchos de nuestros compañeros de clase presentaron problemas cuando estábamos trabajando este tema. Kemmis y McTaggart (1992) proponen que:

Una buena manera de iniciar un proyecto de investigación – acción consiste en acopiar unos datos iniciales en un área de interés general.

A partir de lo propuesto por Kemmis y McTaggart surgió la pregunta: ¿tienen los niños una diferenciación clara entre los conceptos de área y perímetro?

- Revisión de la literatura: En este punto nos remitimos a diferentes autores para identificar lo que ellos plantean sobre la problemática por nosotros identificada.
- Diseño del plan de acción: Ya con la sustentación de las dificultades pudimos pasar al diseño del plan de acción en un aula de contexto real de clase, para así, reforzar los conocimientos sobre área y perímetro.
- Aplicación del plan de acción: en esta etapa procedimos a obtener el consentimiento de directivos y profesores en una institución educativa de la ciudad, en un grado quinto de primaria. El grupo constaba de 31 estudiantes.
- Análisis de la información: Una vez aplicado el plan de acción, se llevó a cabo la sistematización para su debido análisis, en el cual nos pudimos dar cuenta de regularidades y tendencias de los niños al contestar las preguntas, información que permitió ver la efectividad del plan de acción y contar con ejemplos claros de la forma de cómo los estudiantes abordan las preguntas, y resaltar las dificultades y obstáculos de éste.
- Reflexión: Finalmente con el análisis de la información ya hecho, llegamos a conclusiones bastante relevantes para nosotros como futuros profesores.
- Redefinición del plan de acción: Después de reflexionar sobre los resultados del plan de acción procedemos a redefinir nuestra idea inicial del mismo, con el fin de que en futuros trabajos el enfoque sea más preciso para abordar nuestra problemática.

## Plan de acción

El plan de acción que utilizamos fue diseñado, basándonos en la información recolectada mediante nuestro instrumento de recolección de información, éste consistió en dos actividades: la primera enfocada principalmente en el concepto y noción de área, la segunda en el concepto y noción de perímetro, para de esta forma establecer relaciones y diferencias entre los mismos.<sup>1</sup>

Para explorar los conocimientos de los estudiantes, durante cada actividad se recolectó información de manera constante mediante una hoja formato (diferente para cada una de las dos actividades), en la que respondieron algunas preguntas de acuerdo a sus progresos.

### Resultados

En la actividad enfocada en área, se realizaron preguntas como la siguiente:

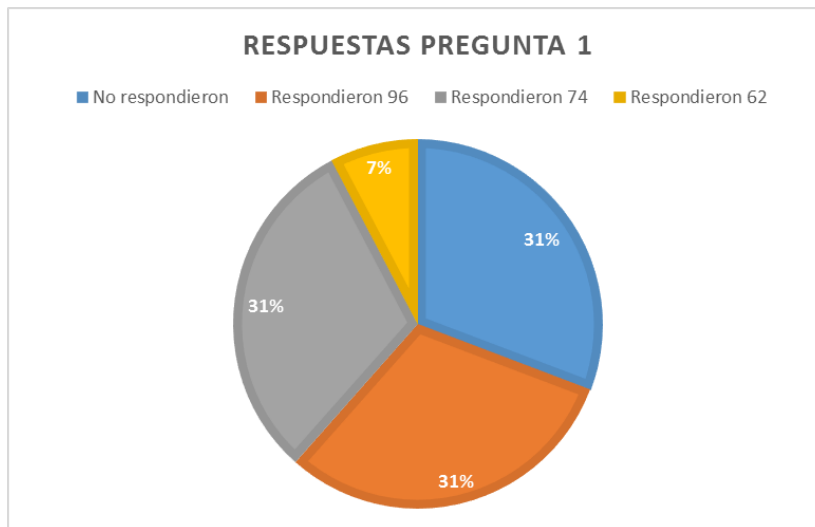
*“¿Cuántas figuras azules necesitas para rellenar completamente el suelo A? ¿Cómo lo hiciste? Por favor escribe todo lo que hiciste y todo lo que pensaste para hacerlo”*

Algunas de las repuestas obtenidas fueron:

*“96 fichas, lo hice mirando que 4 triángulos forman 1 cuadrado. Yo hice una multiplicación, había 24 cuadrados hechos por 4 triángulos y multipliqué  $24 \times 4$ .”*

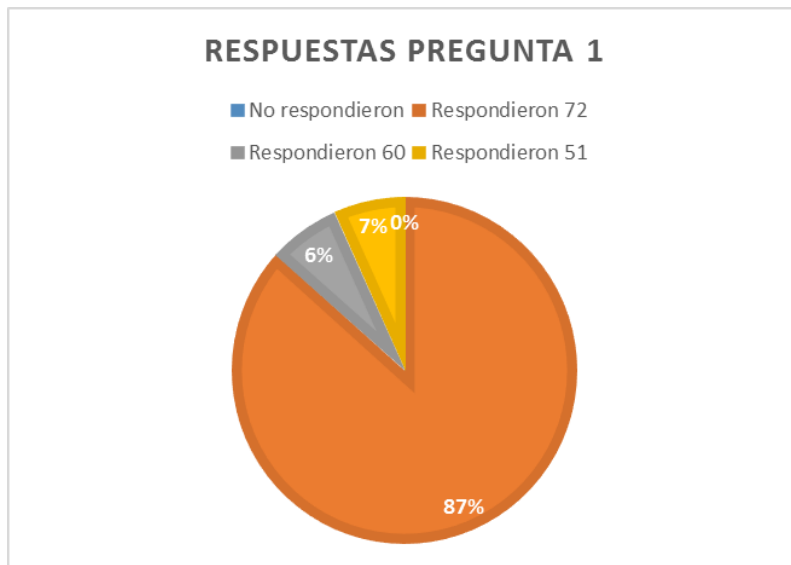
*“96, me dio 96, multipliqué  $24 \times 4 = 96$ . Habían 4 triángulos para formar un cuadrado”*

Las siguientes gráficas muestran los resultados de la pregunta 1 de la actividad 1:



Gráfica 1. Respuestas a la pregunta 1, actividad 1, grupo de rectángulos

<sup>1</sup> Ambas actividades se dividieron en dos grupos: uno con un cuadrado y el otro con un rectángulo, por lo que se obtuvieron dos grupos de resultados.



Gráfica 2. Respuestas a la pregunta 1, actividad 1, grupo de cuadrados

En el desarrollo de la actividad, se detectó que, para responder la pregunta, algunos estudiantes contaron uno a uno el número de unidades de área requerido para rellenar la figura, otros hicieron uso del principio multiplicativo del área, pues en sus respuestas comunicaban los procesos realizados por cada uno, expresando que, para rellenarla, multiplicaban la base con la altura; se encontraron casos diferentes en los cuales, los estudiantes respondieron de otra manera, pero sin mostrar ningún proceso aparente para ello.

Además, se notó una tendencia en el grupo de cuadrados, pues un porcentaje significativamente alto en contraste con el grupo de rectángulos, obtuvo una respuesta similar en la pregunta. Esto permite inferir que el cuadrado, al ser una figura regular, presentó menor dificultad que el rectángulo.

En la actividad enfocada en perímetro, una de las preguntas fue:

*“¿Cuántos trozos de guarda escobas grande usaste para bordear completamente todos los pisos? ¿Cómo lo hiciste? Por favor escribe todo lo que hiciste y todo lo que pensaste para hacerlo”*

En este caso, se obtuvieron respuestas como:

*“16, bordeando a los lados con las fichas azules (verdes). Yo no pensé cómo hacerlo, sino que sólo miré el cuadrado y sus lados puse las fichas, y en cada lado habían 4 fichas y 4 lados y multipliqué  $4 \times 4 = 16$ .”*

*“20 trozos grandes. Conté. Cuando terminé conté cuántos trozos gasté.”*

Las siguientes gráficas muestran los resultados de la pregunta 1 de la actividad 2:



Gráfica 3. Respuestas pregunta 1, actividad 2, grupo de rectángulos.



Gráfica 4. Respuestas a la pregunta 1, actividad 2, grupo de cuadrados.

En el desarrollo de la actividad enfocada al concepto de perímetro, la información recolectada destaca dos procesos los cuales los estudiantes relacionaron y dieron respuesta a la pregunta, los cuales fueron: el conteo de unidades de perímetro para determinar la suma total de los lados y el proceso de multiplicación, en el que usaban el producto como método de suma abreviado.

El grupo que desarrolló el cuadrado, mostró un efecto techo en las respuestas a la pregunta 1, pues los estudiantes en su totalidad respondieron de manera acertada, independientemente del método usado; en cambio, los estudiantes que se dedicaron a desarrollar el rectángulo, presentaron algunas dificultades al momento de responder. Esto muestra que el cuadrado representó menor dificultad en comparación con el rectángulo.



Al finalizar las actividades se realizó un foro en el que los estudiantes dieron a conocer sus experiencias durante las actividades, a la vez que se concluyó que las actividades realizadas correspondieron a los conceptos de área y perímetro.

### Discusión de los resultados

Acorde a lo expuesto en el marco conceptual, tras aplicar el instrumento de recolección de información se pudo asumir que existe confusión entre los conceptos “área” y “perímetro”; en cambio, mediante el uso intuitivo de estos conceptos, los estudiantes presentaron dificultades menores, lo que nos da a entender que, la confusión se crea, posiblemente, en la transición entre las intuiciones de los estudiantes y los conceptos dados en el aula de clase.

Los estudiantes además, muestran en sus procesos cognitivos, procesos equivalentes al uso de las fórmulas para hallar áreas y perímetros, a pesar de no hacer mención de ninguna en ningún momento de la actividad, lo que señala que están construyendo sus propios métodos a partir de situaciones concretas, métodos que los llevan a desarrollar nuevos algoritmos y así, de manera práctica, dar respuesta a una situación en particular.

### Conclusiones

- La figura cuadrada presentó una dificultad significativamente menor que la del rectángulo.
- Los estudiantes mostraron una tendencia natural de asumir el cuadrado como unidad de área.
- Con estas actividades, los estudiantes tuvieron una oportunidad de conceptualizar de una manera no convencional las nociones de área y perímetro.
- Los estudiantes, mediante el uso intuitivo del área y perímetro, pueden generar procedimientos similares a los propuestos por los algoritmos generales de los mismos.

### Limitaciones del estudio

Durante las actividades, se presentaron situaciones que dificultaron el desarrollo de las mismas, como festividades internas de la institución, las cuales limitaron el tiempo de la realización de las actividades, además de dispersar la atención de los estudiantes.

Otro de los limitantes del trabajo fue la falta de una entrevista clínica a los estudiantes para profundizar sobre el porqué de sus respuestas y evitar confusiones al momento de su interpretación.

Además, el número de sesiones realizadas en este estudio, consideramos que fue poco en comparación con el número de las actividades propuestas, ya que cada una exigía más tiempo para su realización.

### Bibliografía

- Agudelo-Valderrama, C. (2000). *Una innovación curricular que enfoca el proceso de transición entre el trabajo aritmético y algebraico*. Tunja: Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.
- Agudelo-Valderrama, C. (2005). Explicaciones de ciertas actitudes hacia el cambio: las concepciones de los profesores y profesoras de matemáticas colombianos (as) sobre los factores determinantes de su práctica de enseñanza del álgebra escolar. *EMA*, 10(3), 375-412.
- Boyer, C. (1999). *Historia de la Matemática*. Madrid: Alianza Editorial S.A.
- García-Amadeo, G., & Carrillo, J. (2006). Relación entre perímetro y área: el caso de Patricia y las interacciones. *Investigación en educación matemática: actas del X Simposio de la Sociedad*

*Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 185-194). Huesca: Instituto de Estudios Altoaragoneses.

Hopkins, D. (2008). *Hacia una Buena Escuela: Experiencias y Lecciones*. Santiago de Chile: Quebecor World Chile.

Karmiloff-Smith, A. (1994). *Más allá de la modularidad*. Madrid: Alianza Editorial.

Kemmis, S., & McTaggart, R. (1992). *Cómo planificar la Investigación-Acción*. Barcelona: Deakin University Press, Victoria.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Curriculares en Educación Matemática*. Colombia: Ministerio de Educación Nacional.

Skemp, R. (2006). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching in the middle school*, 12(2), 88-95.