



O movimento histórico e lógico dos conceitos e a constituição do objeto de ensino da álgebra.

Maria Lucia **Panossian**
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
Brasil
mlpanossian@utfpr.edu.br
Manoel Oriosvaldo de **Moura**
Universidade de São Paulo
Brasil
modmoura@usp.br

Resumo

A pesquisa apresentada nesta comunicação foi desenvolvida com o objetivo de investigar as relações entre o movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos e o objeto de ensino da álgebra. A partir de categorias do materialismo dialético e da teoria histórico-cultural, foram analisadas formas de pensamento, linguagem e formação de conceitos em registros de história da álgebra. Essa análise permitiu explicitar os nexos conceituais e caracterizar o que se considerou como a essência da álgebra: estabelecer a relação entre grandezas variáveis de forma geral.

Posteriormente, esta relação essencial foi considerada como categoria para a análise sobre a constituição do objeto de ensino da álgebra. Este objeto foi reconhecido em propostas curriculares, no discurso de professores e em situações de ensino.

Destacou-se que a essência e os nexos conceituais do conhecimento algébrico revelados no seu movimento histórico e lógico constituem-se em elementos centrais para constituição do objeto de ensino da álgebra.

Palavras chave: conceitos algébricos, movimento histórico e lógico, objeto de ensino, materialismo dialético; relação essencial da álgebra.

Introdução

Em pesquisa realizada anteriormente entre os anos de 2006 e 2008 (Panossian, 2008) foi possível reconhecer que os estudantes da 6ª série/7º ano (faixa etária de 12 a 13 anos) de uma escola pública brasileira tinham possibilidades restritas de compreender a essência de um conceito algébrico, pois nas situações apresentadas para serem desenvolvidas por eles,

predominavam os aspectos técnicos e sintáticos relacionados aos conceitos algébricos. Dessa forma, por exemplo, os estudantes manipulavam variáveis, sem compreender o conceito subjacente a elas.

Tornou-se uma necessidade, pesquisar sobre a relação entre a especificidade do conhecimento algébrico e a sua apresentação no ensino, identificando-se o objeto de ensino da álgebra como objeto de pesquisa realizada entre os anos de 2011 a 2014 (Panossian, 2014). A partir do método materialista dialético (Ilyenkov, 1977; Cheptulin, 1982) e dos princípios da teoria histórico-cultural (Vigotski, 2001) e da teoria da atividade (Leontiev, 1983,1975), tomou-se como hipótese a ser verificada: “O movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos revela fundamentos para constituição do objeto de ensino da álgebra possibilitando a análise de forma crítica de situações e ações de ensino de álgebra, visando a formação do pensamento teórico dos estudantes”.

Nessa pesquisa, a história e a filosofia da matemática são consideradas como fundamento para constituir e analisar o objeto de ensino da álgebra e não como instrumento didático-metodológico ou recurso de aula. Considera-se que a álgebra apresentada na escola é derivada da álgebra que, historicamente, se constituiu na experiência humana, mas o objetivo na escola é a apropriação do conhecimento algébrico como elemento que potencializa a formação dos estudantes. Assim, pressupõe-se que o objeto de ensino da álgebra contempla os nexos conceituais e a essência do conhecimento algébrico, e ainda mais que o modo de organização do ensino possibilita a apropriação desta forma de conhecimento e a formação e o desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes (Davydov, 1982).

Definiu-se como objetivo da pesquisa investigar as relações entre o movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos e o objeto de ensino da álgebra revelado em propostas curriculares e nas ações dos professores. A existência de tais relações não é questionada, pois não é possível conceber um objeto de ensino que não tenha relação com o objeto da ciência a que se refere (no caso, a álgebra). Entretanto, entende-se que a especificidade do conhecimento algébrico a partir de seu desenvolvimento histórico não pode ser considerada somente para se elaborar uma lista de tópicos de estudo ou para que se argumente, por exemplo, que as equações devem ser ensinadas antes das funções, por ter sido este o desenvolvimento cronológico. Assim, a explicitação das relações entre o movimento histórico e lógico e a organização do ensino da álgebra se constituía como propósito da pesquisa, buscando compreender critérios que orientam a seleção de ‘quais’ conhecimentos algébricos são ensinados e ‘para que’ são ensinados.

Método e metodologia da pesquisa

No movimento da pesquisa, muitos questionamentos foram formulados, entre eles: Qual, ou o que é considerado como objeto de ensino da álgebra? Onde se manifesta o objeto de ensino da álgebra? Destas e outras questões derivou-se a pergunta condutora da pesquisa “Que princípios orientam a constituição de um objeto de ensino, em particular, da álgebra?”. Entende-se que a formulação desses princípios se vincula a concepções de homem, de ensino, de conhecimento entre outras e, portanto, têm dimensões sociais, psicológicas, epistemológicas, políticas etc. As concepções adotadas nessa pesquisa estão pautadas nos fundamentos da teoria histórico-cultural (Vigotski, 2001) e da teoria da atividade (Leontiev, 1983, 1975) a partir do método materialista-dialético.

Nesse artigo são destacados dois elementos essenciais para atingir o objetivo da pesquisa e que geraram as duas principais ações da pesquisa: I) o modo como o conhecimento é constituído

na experiência humana, particularmente o estudo do movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos e II) o modo de organização do ensino visando a formação do pensamento teórico dos estudantes, particularmente a constituição do objeto de ensino da álgebra.

Tomou-se como premissa que para compreender o movimento de formação do conhecimento em seu desenvolvimento histórico, é necessário compreender as circunstâncias que geraram os fatos históricos e que, portanto, permitiram seu movimento lógico. E nesse sentido a categoria dialética histórico/lógico foi destacada fundamentada em Engels (1859)

A história procede frequentemente por saltos e em ziguezague e, se houvesse que segui-la ao mesmo tempo por toda a parte, teria não apenas de recolher muito material de pouca importância, como também o curso do pensamento teria frequentemente que ser interrompido; além disso, não se poderia escrever a história da economia sem a da sociedade burguesa e, deste modo, o trabalho tornar-se-ia infundável, uma vez que faltam os trabalhos preparatórios. Portanto, o modo lógico de tratamento era o único que estava no seu lugar. Este [modo], porém, não é de facto senão o histórico, despido apenas da forma histórica e das casualidades perturbadoras. Por onde esta história começa, por aí tem de começar igualmente o curso do pensamento, e o seu avanço ulterior não será mais do que o reflexo, numa forma abstrata e teoricamente consequente, do decurso histórico; um reflexo corrigido, mas corrigido segundo leis que o próprio decurso histórico real fornece, na medida em que cada momento pode ser considerado no ponto de desenvolvimento da sua plena maturidade, da sua forma clássica (p. 2).

Além disso, considera-se a existência de correlações entre a história social dos homens e a história do desenvolvimento de um sujeito. Não por que a história do sujeito repete a história humana, mas sim por que o desenvolvimento dos sujeitos (singular) influencia o desenvolvimento social do gênero humano (universal) e vice-versa.

Por considerar estas interrelações, nessa pesquisa, o movimento histórico e lógico dos conceitos, foi objeto investigado e posteriormente se tornou categoria de análise do objeto de ensino da álgebra. A compreensão dos fenômenos (o movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos e a constituição do objeto de ensino da álgebra) foram conduzidos na dinâmica característica da lógica dialética que expressa a relação entre o singular, o particular e o universal. Como ponto de partida, foram consideradas as formas singulares de manifestação (do objeto da álgebra e do objeto de ensino da álgebra) para que a análise de suas particularidades conduzisse a princípios universais. Sem esquecer que a própria singularidade é um recorte da realidade e já contém em si elementos da ‘universalidade’ até o estágio em que foi possível atingir na experiência humana em seu movimento histórico e lógico.

O primeiro movimento da pesquisa foi o de investigação e estudo sobre o movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos, buscando compreender as necessidades humanas que geraram esse conhecimento (Engels, 1859; Cheptulin, 1982, Kopylov, 1978, Kosik, 1976, Prado Jr, 1963), assumindo que o “lógico” enquanto movimento do pensamento, está relacionado ao movimento “histórico” dos fenômenos do mundo objetivo. Nesse processo, “a lógica torna-se concreta e a história torna-se inteligível, conectado o seu movimento ao das contradições do pensamento” (Lefebvre & Guterman, 2011, p. 17).

Nesse sentido, entende-se que os princípios e categorias do materialismo dialético é que permitem além de identificar, caracterizar e classificar objetos e fenômenos, dar conta de seu movimento e da relação entre eles. Assim, em busca de revelar a essência do conhecimento algébrico, identificando os nexos conceituais dessa forma de conhecimento, foram analisados os

episódios singulares da história da álgebra obtidos por levantamento bibliográfico (Aleksandrov, 1988; Baumgart, 1992; Caraça, 1952; Contador, 2007; Eves, 1995; Hogben, 1970; Karlson, 1961; Klein, 1992; entre outros). Tais singularidades foram analisadas a partir de categorias do materialismo dialético (abstrato/concreto; qualidade/quantidade; fenômeno/essência; forma/conteúdo; geral/particular) em suas particularidades, ou seja, formas de pensamento relacionadas, manifestações da linguagem, formação de conceitos etc. este movimento da pesquisa possibilitou reconhecer o significado atribuído à expressão ‘movimento histórico e lógico dos conceitos’, bem como caracterizar a essência do conhecimento algébrico.

O segundo movimento da pesquisa foi o de investigação e análise do objeto de ensino da álgebra tomando como singulares os isolados¹ do ensino da álgebra que foram analisados em suas particularidades nos fenômenos em que se manifesta (programas curriculares, registros de fala de professores e situações enunciadas de ensino), usando como categoria de análise o movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos. Como dados de pesquisa para este movimento foram considerados: análise de pesquisas já desenvolvidas que estão relacionadas ao objeto de ensino da álgebra (Fiorentini, Miorim & Miguel, 1993; Usiskin, 1995; Lins & Gimenez, 1997; Cury, Lannes, Brolezzi & Vianna, 2002; Stacey, Chick & Kendal, 2004; Sousa, 2004; Schmittau & Morris, 2004; Ursini, Escareno, Montes & Trigueros, 2005; Radford, 2011; entre outros); análise de programas curriculares (São Paulo, 1988; Brasil, 1998; São Paulo, 2008 entre outros); elaboração e análise de dados obtidos em um curso de atualização para oito professores da rede pública do Estado de São Paulo, especialmente organizado para esta pesquisa e desenvolvido durante o primeiro semestre de 2011 intitulado “Atividades de Ensino de Álgebra a partir dos fundamentos da teoria histórico cultural”.

O curso com os professores teve como objetivo discutir durante encontros semanais (total 36 horas) os princípios da organização do ensino de álgebra ao longo dos anos de escolaridade e constituiu-se como ação metodológica de pesquisa com duas funções principais: captar dados do discurso dos professores em exercício e compreender o objeto de ensino da álgebra em sua concreticidade, como se revela nas ações de sala de aula; e elemento particular que possibilitou a mediação entre o singular (isolados do ensino da álgebra) e o universal (princípios teóricos para a constituição do ensino da álgebra promovedor do pensamento teórico dos estudantes).

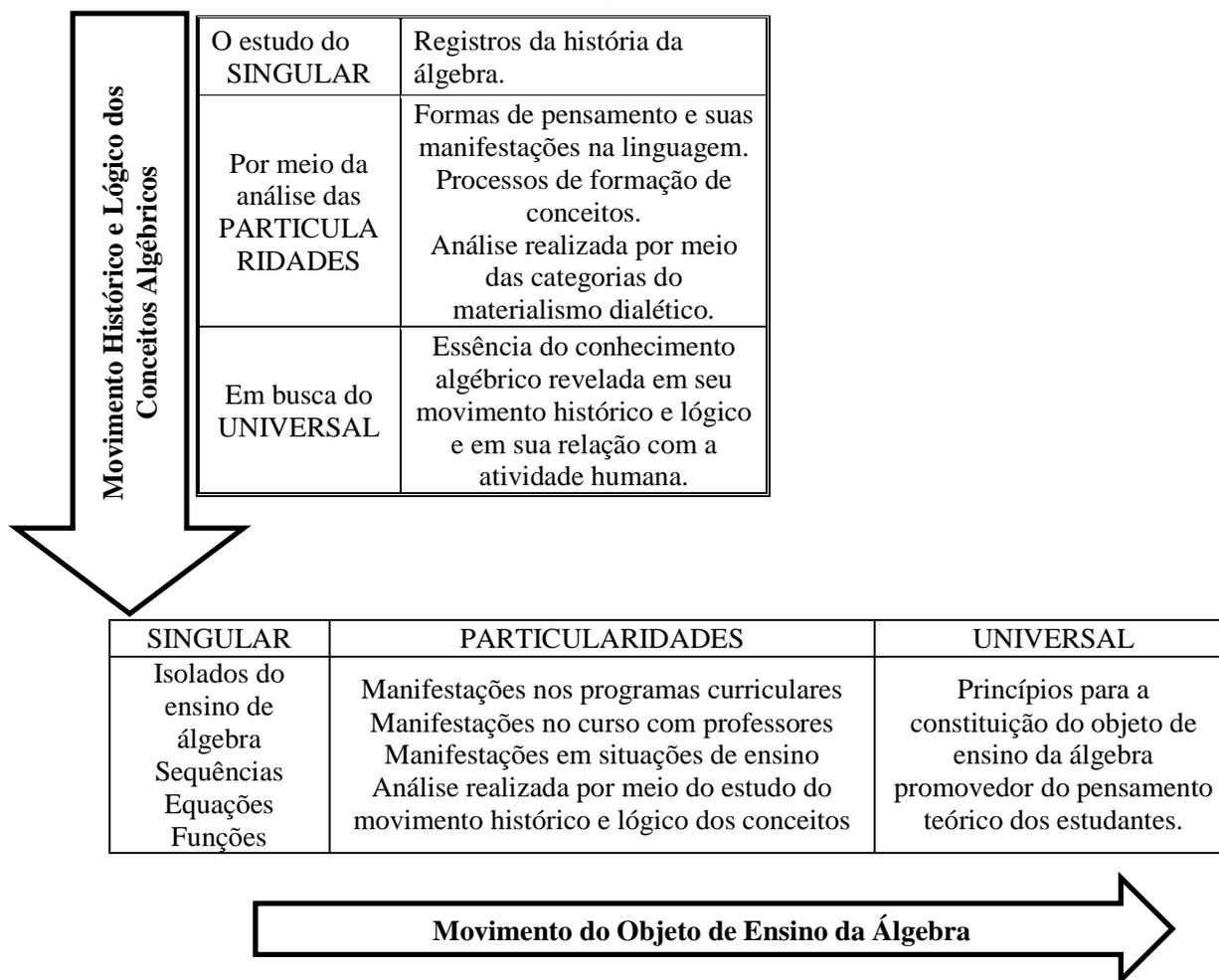
Ainda para análise do objeto de ensino da álgebra foram recolhidos dados a partir de uma situação singular, as ações de planejamento entre pesquisadora e professora para uma turma de estudantes da 6ª série de uma escola municipal de São Paulo, sobre o ensino de equações. O objetivo específico dessa ação de pesquisa foi o de reconhecer o modo como elementos do movimento histórico e lógico dos conceitos se fariam presentes nas ações de ensino, de forma a potencializar a apropriação do que foi considerado como essência do conhecimento algébrico. Dessa forma, o planejamento teve como base teórica os conceitos da teoria histórico-cultural (mediação, apropriação, internalização, categoria abstrato/concreto; pensamento empírico e teórico etc.) e as discussões desenvolvidas durante o curso de atualização.

¹ O conceito de isolado foi compreendido a partir de Caraça (1952). Esse autor afirma que “Na impossibilidade de abraçar, num único golpe, a totalidade do Universo, o observador recorta, destaca, dessa totalidade, um conjunto de seres e factos, abstraindo de todos os outros que com eles estão relacionados” (p.112). Assim, um isolado é um recorte da realidade, e que se não for convenientemente determinado pode conduzir ao aparecimento de inesperados (situações ou fenômenos que, por sua vez, levam a melhor determinação do isolado).

Reitera-se que o universal explicitado no primeiro movimento da pesquisa acerca do movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos se constituiu como categoria de análise no segundo movimento da pesquisa sobre o objeto de ensino da álgebra. Na impossibilidade de avançar linearmente com esses dois movimentos, e considerando a necessidade de ‘idas’ e ‘vindas’ nesse processo, os estudos foram conduzidos na dinâmica representada a seguir.

Esquema 1

Orientação da análise realizada durante a pesquisa



Principais resultados

A busca desta pesquisa se insere na relação entre a álgebra como objeto da ciência e objeto de ensino. Porém, os conteúdos do ensino não são vulgarizações ou simples adaptações de conhecimentos científicos (Chervel, 1990), nem transpostos diretamente da ciência algébrica.

É necessário, então, compreender como se desenvolve o conhecimento algébrico na atividade humana (objetivação do conhecimento); como ocorre a atividade humana de apropriação do conhecimento, e de que forma o conceito algébrico pode ser tratado como objeto de ensino sem que perca sua especificidade. Os objetos de ensino de qualquer ciência, e nesta

pesquisa em particular, do conhecimento algébrico, devem ser constituídos por elementos fundamentais que instrumentalizem e desenvolvam o pensamento teórico dos estudantes.

No decorrer da pesquisa, derivaram-se algumas sínteses teóricas, a seguir explicitadas. Destaca-se inicialmente que o estudo do movimento histórico e lógico dos conceitos não se confunde com o estudo da história da álgebra que organiza os fatos conforme tempo e espaço, destacando possíveis causas e consequências de seu acontecimento. O estudo do movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos recorre aos elementos investigados pelos historiadores da álgebra e destaca dimensões filosóficas e psicológicas, ressaltando o movimento do pensamento que conduziram a tais fatos e acontecimentos. Em relação ao objeto de ensino da álgebra, o movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos não se caracteriza como uma nova estratégia metodológica ou didática de abordagem dos objetos de ensino. Assim como não se trata de estudar episódios de história da álgebra e reorganizá-los para apresentação didática com a intenção de que eles gerem necessidades ou interesse nos estudantes.

A partir do movimento histórico e lógico dos conceitos, reconheceu-se que a álgebra como conhecimento matemático se constitui e adquire significado no que oferece de possibilidades para interpretação da fluência e do movimento da realidade objetiva. Assim como outros campos da ciência, como afirma Caraça (1952), ela tem por papel criar quadros interpretativos da realidade. Como conhecimento científico, objetiva criar um quadro interpretativo da realidade movente, fluente, e, nesse sentido, se caracteriza essencialmente pela busca da **relação quantitativa entre as grandezas variáveis de forma geral**, sendo esta sua relação teórica essencial ou célula. As formas com que essa essência ou célula se desenvolve também se alteram conforme a experiência historicamente acumulada.

Sendo o conhecimento científico historicamente determinado, é necessário considerar o grau de conhecimento adquirido em determinado momento histórico (Vigotski, 2001). Reconhecer esse movimento, que é histórico e lógico dos fenômenos e do desenvolvimento da ciência, permite a superação das aparências. Isso por que o conhecimento não avança somente por meio das sensações e percepções imediatas dos sentidos sobre a realidade objetiva e o estabelecimento de leis empíricas (Prado Jr, 1963) e os conceitos não se formam como representações individualizadas e separadas umas das outras, mas se formam no curso das atividades dos indivíduos que constituem a coletividade, por formas de pensamento teóricas.

Os conceitos formados nos processos de generalização e abstração teóricas contemplam em si os dados da percepção, do sensorial, mas não se reduzem a ele, refletem o singular e o particular, ao mesmo tempo em que o geral reflete a essência do objeto. Essência essa que pode ser nesta pesquisa revelada no estudo do movimento histórico e lógico dos conceitos, por categorias da lógica dialética.

Reconhecendo esse movimento de constituição de um conceito, é que se procurou estudar o movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos em busca de elementos que então constituíram os nexos conceituais desta forma de conhecimento. No decorrer deste estudo, destacaram-se os seguintes elementos: a fluência e o movimento reconhecido nos objetos e fenômenos da realidade objetiva; o controle das quantidades do concreto sensível: o movimento dos campos numéricos; o movimento da linguagem e dos modos de resolução de problemas como forma e conteúdo do conhecimento algébrico; entre o elemento desconhecido e o elemento que varia: o reconhecimento de grandezas variáveis; a necessidade de generalização de objetos e métodos matemáticos.

Esses elementos foram se revelando por meio de episódios históricos da álgebra, e foram destacados somente para a exposição nesta pesquisa, mas considera-se que estão inter-relacionados formando o que seriam os nexos conceituais do conhecimento algébrico. Da compreensão desses nexos conceituais, considerou-se como relação estável (essência, ente geral ou célula) do conhecimento algébrico, o estabelecimento de **relação quantitativa entre as grandezas variáveis de forma geral**.

Esta relação teórica essencial foi compreendida como categoria de análise dos elementos singulares do objeto de ensino da álgebra. Convém destacar que essa relação teórica essencial não se confunde com o objeto de ensino da álgebra, mas espera-se que o constitua.

A partir do que foi revelado como essência do conhecimento algébrico e seus nexos conceituais, foi possível avançar para o segundo movimento de análise, relativo à constituição do objeto de ensino da álgebra. Destacou-se a necessidade de que o objeto de ensino da álgebra seja constituído por ações de ensino que destaquem a identificação das grandezas, as possibilidades de que sejam quantificadas e admitam variação de quantidades, para então estabelecer relações entre tais grandezas de forma geral.

Foram definidos como formas singulares as sequências, equações e funções por serem elementos recorrentes no processo de ensino e principalmente por revelarem, em suas singularidades, a essência do conhecimento algébrico. Como fenômenos particulares em que se manifesta o objeto de ensino da álgebra, foram definidos os programas curriculares, o curso preparado para professores da rede pública e as situações enunciadas de ensino.

No decorrer das análises, foi possível reconhecer que as equações, sequências e funções podem ser consideradas como instrumentos do conhecimento algébrico que possibilitam que a relação quantitativa entre as grandezas variáveis se manifeste.

Pode-se considerar que, desde tempos remotos, a humanidade determina incógnitas para solucionar problemas do cotidiano e para tanto necessita reconhecer algumas grandezas e a relação entre elas, ainda que tal relação seja singular, ou seja, destacada apenas para uma determinada situação-problema. Assim, as equações constituíram o instrumento próprio para determinar os valores desconhecidos nas situações-problema relacionando-os aos valores conhecidos. O aperfeiçoamento dos métodos de resolução das equações, bem como de seu registro simbólico, permite que esse instrumento seja usado não só para resolver problemas cotidianos e bastante específicos, mas outros problemas de ordem geral.

Por sua vez, as sequências e funções possibilitam que a relação entre as grandezas seja compreendida no que a caracteriza como essência, mas também em suas particularidades, no seu movimento. Por meio das sequências e funções, expressam-se leis gerais da relação entre as grandezas, sendo contemplada a variação dessas grandezas. Roque (2013) ressalta uma diferença do conceito de função em relação ao de equação. Nessa última, há uma quantidade momentaneamente desconhecida e a resolução da equação tem o objetivo de encontrá-la, mas reconhece a diferença entre as equações determinadas. Isto significa que é possível “determinar” os valores desconhecidos e as “indeterminadas”, para as quais se encontram infinitos valores que variam, de certa forma, em relação às quantidades determinadas. Nesse sentido, uma equação em x e y também é uma forma de representar a dependência entre duas quantidades variáveis, por exemplo, a equação de uma circunferência a partir das variáveis x e y , mas que não se caracteriza como uma função.

No quadro a seguir destaca-se como se entende que cada um desses instrumentos (sequências, equações e funções) revela a essência do conhecimento algébrico e como se pode analisar que são conduzidos no processo de ensino.

Quadro 1

A essência do conhecimento algébrico e a organização do ensino.

Instrumentos	Como se revela a essência da álgebra	Como é tratada no ensino
SEQUÊNCIAS	Para estabelecer uma sequência a partir de elementos quantitativos, é necessário reconhecer que grandezas estão inter-relacionadas, e de que forma essa relação ocorre. Compreendendo essa relação, é possível gerar uma “lei geral” que a expresse.	Enfatiza-se a definição de uma “lei geral” pela relação de ordem entre os elementos particulares que aparecem na sequência, mas não se destaca a identificação das grandezas relacionadas.
EQUAÇÕES	Uma equação estabelece um momento singular da relação entre grandezas. Por isso, permite encontrar valores singulares e definidos para cada um dos seus elementos. Assim, encontrar o “x” em uma equação, denominado como incógnita, significa encontrar o valor de uma grandeza variável, mas que naquele momento específico está definido ainda que desconhecido.	Destaca-se a necessidade de encontrar o valor desconhecido na equação, por meio de técnicas de resolução. Identifica-se a equação com uma pergunta (SÃO PAULO, 2009), mas não se destacam as grandezas envolvidas, nem a relação entre elas. Desta forma, a equação não é entendida como uma forma singular da relação entre grandezas, mas tratada de forma técnica.
FUNÇÕES	O avanço do estudo de diferentes funções (de 1º e 2º graus, exponencial, logarítmica, modular, trigonométricas e outros) abarca a essência do conhecimento algébrico em sua forma mais desenvolvida. Por meio das funções, se identificam e relacionam grandezas de naturezas diferentes (numéricas, matriciais, vetoriais, trigonométricas e outras), por meio de diferentes operações matemáticas. O estudo avançado das funções permite que se observem propriedades e se criem expressões gerais que apanhem o movimento dos fenômenos na realidade objetiva, na medida em que se reconhecem neles certas regularidades.	No ensino, são enfatizadas as características de diferentes funções: as raízes das funções, seus gráficos, o estudo do sinal da função. As funções são em geral tratadas como objetos com fim em si mesmos, e aprofundadas matematicamente. Entretanto, o significado de uma função como instrumento para compreender a realidade não é destacado, e o reconhecimento das diferentes grandezas e suas relações se torna um conhecimento em segundo plano.

O objeto de ensino da álgebra também não pode conter em si todo o conhecimento algébrico acumulado na experiência histórica humana. É impossível considerar que em alguns anos de escolaridade de um sujeito ainda em formação lhe sejam apresentados todos os conhecimentos acumulados em séculos de desenvolvimento. Entretanto, esse objeto de ensino deve conter a totalidade concreta da álgebra, uma estrutura que permite a compreensão de cada fato, objeto, fenômeno e a inter-relação entre eles, como nos esclarece Kosik (1976): “O concreto, a totalidade, não são, por conseguinte, todos os fatos, o conjunto dos fatos, o

agrupamento de todos os aspectos, coisas e relações, visto que a tal agrupamento falta ainda o essencial: a totalidade e a concreticidade” (p. 36).

O estudo do movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos necessita de elementos filosóficos, epistemológicos e psicológicos e a sua apropriação pode orientar as concepções de professores a respeito do que é a álgebra. Para que tais concepções sejam modificadas, é necessário que se tenha clareza em relação ao que se concebe como conhecimento algébrico, reconhecendo seus nexos conceituais e sua essência. Essa modificação na concepção dos professores em relação ao conhecimento algébrico possibilita o movimento da didática, da reorganização do ensino.

Conclusões

A partir da pesquisa derivaram-se algumas implicações para a elaboração de programas curriculares e para o modo de ação dos professores sobre a organização do ensino, que requerem constantemente novas pesquisas.

Ainda que a formação do conceito no indivíduo (ontogênese) não siga totalmente o processo de formação dos conceitos na espécie humana (filogênese), não se pode desconsiderar que o estudo de como o conhecimento algébrico se desenvolveu na espécie humana apresenta elementos fundamentais que podem contribuir para a superação de impasses epistemológicos na formação do indivíduo. Segundo Davydov (1982, p. 6):

Coluna vertebral da disciplina é seu programa, ou seja, a descrição sistemática e hierárquica dos conhecimentos e artes que procede assimilar. O programa, determinante do conteúdo da matéria, estabelece os métodos do ensino, o caráter do material didático, os prazos de estudo e outros elementos do processo docente. E, o que é mais substancial, ao indicar a estrutura dos conhecimentos assimiláveis e o método de sua coordenação, o programa projeta esse tipo de pensamento que se forma nos alunos ao assimilar isto no material de estudo proposto.

Assim, pode-se considerar que definir os conceitos que irão compor o conteúdo de ensino, que faz parte de um programa, não é tarefa de menor importância, pois não se trata de apresentar o conteúdo na forma de produto da ciência a que corresponde, mas sim explicitar as conexões lógicas de desenvolvimento dessa ciência como forma de interpretar a realidade. A partir disso, se organizam as demais condições metodológicas e didáticas.

O papel do movimento histórico e lógico dos conceitos no processo de ensino é o de conduzir os estudantes no movimento da história humana, com os problemas, dúvidas e necessidades que a humanidade se deparou e superou. É fundamental para o estudante compreender os momentos nos quais o conhecimento algébrico foi necessário, de que forma foi sendo utilizado, como forma de pensamento e linguagem e interpretação dos fenômenos da realidade objetiva, e para tanto a essência do conhecimento algébrico, revelada pelo movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos, precisa constituir os objetos de ensino nas programações curriculares.

Assim, a relação estabelecida entre o movimento histórico e lógico dos conceitos e o objeto de ensino da álgebra, a partir da definição do que se constitui como essência do conhecimento algébrico, gera implicações e transformações na organização do ensino, nos modos de ação dos professores, na definição de conteúdo dos programas curriculares, desde a escolha das situações a serem apresentadas aos alunos até os modos de encaminhamento da situação durante as

interações em aula. É importante reforçar que não se trata de escolher ou listar situações de registros históricos da álgebra, mas sim que o essencial dos conceitos algébricos constitua o objeto da álgebra que compõe as situações de ensino apresentadas aos estudantes. Dessa forma, espera-se que a relação entre o movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos e o objeto de ensino da álgebra gere necessidades de aprendizagem dos estudantes e apropriação dos significados históricos e culturais em relação aos processos de conhecimento.

Algumas questões também necessitam ser constantemente discutidas no processo de formação de professores: Como apresentar o movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos em diferentes situações de ensino? Como é possível realizar a mediação entre o que é o processo de formação de conceitos algébricos e a sua transformação como conteúdo de ensino?

A determinação cada vez mais precisa dos nexos conceituais da álgebra por parte dos professores e sua explicitação cada vez mais sistematizada em programas curriculares irá orientar a elaboração de atividades de ensino. Consequentemente, possibilitará o desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes e a apropriação do conhecimento científico em movimento, e não apenas de seu produto específico que, por muitas vezes, adquire sentido somente para o matemático, não sendo elemento da atividade do estudante, ou tornando-se uma tarefa a ser executada com outros fins, por exemplo, de aprovação na escola.

Assim, reconhecer os elementos do conhecimento algébricos essenciais, que caracterizam seu movimento histórico e lógico e seu desenvolvimento como conhecimento científico produzido pela humanidade, revela a essência que constitui o objeto de ensino da álgebra.

Referências e bibliografia

- Aleksandrov, A. D. (1988). *La matemática: su contenido, métodos y significado* (7ª ed.). Madrid, Espanha: Alianza Universidad.
- Baumgart, J. K. (1992). *Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula: álgebra*. São Paulo, Brasil: Atual.
- Brasil, Ministério da Educação. (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília, Brasil: MEC/SEB.
- Caraça, B. J. (1952). *Conceitos fundamentais da matemática*. Lisboa, Portugal: Tipografia Matemática.
- Cheptulin, A. (1982). *A dialética materialista: categorias e leis da dialética*. São Paulo, Brasil: Editora Alfa-omega.
- Chervel, A. (1990). A história das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria e Educação*, 2, 177-229.
- Contador, P. R. M. (2007). *Matemática: uma breve história* (2ª ed.) São Paulo, Brasil: Editora Livraria da Física.
- Cury, H.N., Lannes, W., Brolezzi, A.C., & Vianna, C. R. (2002). Álgebra e educação algébrica: concepção de alunos e professores de matemática. *Educação matemática em Revista*, 4(4), 9-15.
- Davydov, V. V. (1982). *Tipos de generalización em la enseñanza*. Havana, Cuba: Pueblo y Educación.
- Engels, F.; Marx, K. (1859). *Para a crítica da economia política*. Primeiro fascículo, Berlin: Franz Duncker. Disponível em <http://www.marxists.org/portugues/marx/1859/08/15.htm>
- Eves, H. (1995). *Introdução à História da Matemática*. Campinas, Brasil: Editora Unicamp.
- Fiorentini, D., Miorim, M.A., Miguel, A. (1993). Contribuições para um repensar: a educação algébrica

- elementar. *Pro-posições*, 4, 78-91.
- Hogben, L. (1970). *Maravilhas da matemática*. Porto Alegre, Brasil: Editora Globo.
- Ilyenkov, E. (1977). The concept of ideal. In *Problems of dialectical materialism*. Progress Publishers. Disponível em: <http://www.marxists.org/archive/ilyenkov/works/ideal/ideal.htm>
- Karlson, P. (1961). *A magia dos números*. Rio de Janeiro, Brasil: Editora Globo.
- Klein, J. (1992). *Greek mathematical thought and the origin of algebra*. Massachusetts, EUA: Dover Publications.
- Kopnin, P. V. (1978). *A dialética como lógica e teoria do conhecimento*. Rio de Janeiro, Brasil: Civilização Brasileira.
- Kosik, K. (1976). *Dialética do concreto*. Rio de Janeiro, Brasil: Paz e Terra.
- Lefebvre, H., Guterman, N. (2011). Introdução. In W. Lenin, *Cadernos sobre a dialética de Hegel*. Rio de Janeiro, Brasil: Editora UFRJ, 7-92.
- Leontiev, A. N. (1975). *O desenvolvimento do psiquismo*. Lisboa, Portugal: Horizonte Universitário.
- Leontiev, A. N. (1983). *Actividad, consciencia, personalidad*. (2nd ed.). Havana, Cuba: Pueblo y educación.
- Lins, R.C., Gimenez, J. (1997). *Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI*. São Paulo, Brasil: Papirus.
- Panossian, M. L. (2008) *Manifestações do pensamento e da linguagem algébrica dos estudantes: indicadores para a organização do ensino*. (Dissertação). Universidade de São Paulo, Brasil.
- Panossian, M. L. (2014). *O movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos como princípio para constituição do objeto de ensino da álgebra*. (Tese). Universidade de São Paulo, Brasil.
- Prado Jr, C. (1963). *Dialética do conhecimento* (4ª ed.). São Paulo, Brasil: Editora Brasiliense.
- Radford, L. (2011). *Cognição matemática: história, antropologia e epistemologia*. São Paulo, Brasil: Editora Livraria da Física.
- Roque, T. (2013). *História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*. Rio de Janeiro, Brasil: Zahar.
- São Paulo (1988). *Proposta curricular para o ensino de matemática: 1º. grau*. São Paulo, Brasil: SE/CENP.
- São Paulo (2008). *Proposta Curricular do Estado de São Paulo: Matemática*. São Paulo, Brasil: SEE.
- São Paulo (2009). *Caderno do professor: matemática, ensino fundamental* (6ª série, Vol.4). São Paulo, Brasil: SEE.
- Schmittau, J., Morris, A. (2004). The development of algebra in the elementar mathematics curriculum of V. V. Davydov. In *The Mathematics Educator*, 8(1), 60-87. Disponível em: http://math.nie.edu.sg/ame/matheduc/journal/v8_1/v81_60.aspx
- Stacey, K., Chick, H.; Kendal, M. (Eds). (2004). *The future of the teaching and learning of algebra: the 12th ICMI Study*. New York, NY: Kluwer Academic Publishers.
- Sousa, M.C. (2004). *O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica: um estudo das elaborações correlatas de professores do ensino fundamental*. (Tese). Universidade Estadual de Campinas.
- Usiskin, Z. (1995). Concepções sobre a álgebra da escola média e utilização das variáveis. In A Coxford, & A. Shulte (Orgs). *As ideias da álgebra*. São Paulo, Brasil: Editora Atual.

Ursini, S., Escareno, F., Montes, D., & Trigueros, M. (2005). *Enseñanza del álgebra elemental: una propuesta alternativa*. México: Trillas.

Vigotski, L.S. (2001). *A construção do pensamento e da linguagem*. São Paulo, Brasil: Martins Fontes.