



## Sobre a Conversão entre o Registro em Língua Materna para o Registro Gráfico no Caso da Elipse

José Cícero dos **Santos**  
Universidade Anhanguera de São Paulo  
Brasil  
[ciceroprofmat\\_ba@hotmail.com](mailto:ciceroprofmat_ba@hotmail.com)

Vera Helena Giusti de **Souza**  
Universidade Anhanguera de São Paulo  
Brasil  
[verahgsouza@gmail.com](mailto:verahgsouza@gmail.com)

### Resumo

Apresenta-se parte de uma pesquisa em desenvolvimento, que tem como objetivo diagnosticar a aprendizagem da conversão entre diferentes registros, no caso da cônica elipse. Para atingir tal objetivo, aplicou-se um questionário diagnóstico em um grupo de alunos da 3ª série do Ensino Médio (16-18 anos de idade). Coloca-se neste trabalho o resultado obtido com uma das questões desse questionário, que foi elaborada para analisar se esse grupo de alunos consegue fazer a passagem do registro em língua materna para o registro gráfico. A análise qualitativa que se fez dos protocolos aponta que esses sujeitos apresentam conhecimentos limitados acerca dessa conversão e possuem falhas na aprendizagem de ideias ligadas ao sistema cartesiano e à visualização. Deixa-se como recomendação que os professores de Matemática deem mais atenção a temas básicos relacionados à Geometria Analítica, como por exemplo a reta numérica, os pares ordenados e o sistema cartesiano como um todo.

Palavras-Chave: elipses, Ensino Médio, registro gráfico, língua materna.

### Introdução

Este tema surgiu de nossas inquietações quando ensinava Geometria Analítica, em específico as cônicas, para alunos de uma 3ª série do Ensino Médio. Ao final do bimestre, os resultados das avaliações não eram satisfatórios, o que nos fazia refletir sobre nossas ações pedagógicas e não conseguíamos enxergar possíveis erros de abordagens de ensino que

justificassem as dificuldades que aqueles alunos apresentavam para aprender Geometria Analítica. Resolvemos buscar respostas para nossas inquietações no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo, onde desenvolvemos uma Dissertação de Mestrado em Educação Matemática com este tema.

Consideramos os Parâmetros Curriculares Nacionais Mais para o Ensino Médio<sup>1</sup> (Brasil, 2012) e o Currículo do Estado de São Paulo para fazer a escolha da série em que aplicaríamos o teste diagnóstico, pois sabemos que conteúdos básicos de Geometria Analítica estão presentes nos currículos desde o Ensino Fundamental II, mas é na 3ª série do Ensino Médio que se realiza um ensino mais analítico desse tema.

Os PCNEM<sup>+</sup> (Brasil, 2012) sugerem que a Geometria Analítica deve ser aprendida em duas vias: “o entendimento de figuras geométricas, via equações e o entendimento de equações, via figuras geométricas”. Santos (2009) escreve que:

Desde a simples localização de pontos no plano cartesiano determinando coordenadas, até o estudo de retas e circunferências, através de suas respectivas equações, o estudante, ao estudar Geometria Analítica, lida conjuntamente com as representações algébrica e geométrica (Santos, 2009, p. 1).

O Currículo do Estado de São Paulo, Brasil, adotado oficialmente desde 2011, coloca que:

Um conteúdo como Geometria Analítica, geralmente associada ao Ensino Médio, pode e deve ter espaço para uma apresentação inicial no Ensino Fundamental. As primeiras ideias associadas ao Plano Cartesiano podem - e devem - estarem presentes já no Ensino Fundamental, na 5ª-série/6º - ano ou na 6ª-série/7º-ano, ainda que por meio da localização de pontos em mapas, ou pelo estudo de simetrias, ampliações e reduções de figuras no plano coordenado; na 7ª - série/8º -ano ou na 8ª-série/9º-ano, podem - e devem - estar associadas à construção, análise e interpretação de gráficos (São Paulo, 2011, p. 41-42).

Partindo desses pressupostos, perguntamo-nos: Se os professores de Matemática ensinam tópicos de Geometria Analítica desde o Ensino Fundamental II, por que alunos da 3ª série do Ensino Médio mostram tanta dificuldade na aprendizagem da Geometria Analítica? Será que é verdade que alunos da 3ª série do Ensino Médio não aprendem fatos básicos relacionados à aprendizagem das cônicas?

Segundo Ribeiro (2010), a essência da Geometria Analítica está na transferência de uma investigação geométrica para uma investigação algébrica. Acreditamos que quando efetuamos a conversão de um registro para outro, evidenciamos outras características do objeto, o que acarreta novos saberes, que Duval (1995) chama de face oculta da Matemática e que, por isso mesmo, precisa ser desvelada, pois é importante para a aprendizagem. Por esta razão, Duval sugere que os registros semióticos de um objeto sejam apresentados ao estudante em todas as vias possíveis, isso porque uma única via não garante a compreensão, ou seja, a aprendizagem em Matemática.

Silva (2006) e Dallemole (2010) constatam que muitos alunos apresentam dificuldades para realizar tratamentos e conversões quando estão em jogo os registros da língua materna, algébrico e gráfico e também para compreender a diferença entre um objeto matemático e uma

---

<sup>1</sup> Neste trabalho, a partir deste ponto usaremos as iniciais PCNEM<sup>+</sup> para abreviar Parâmetros Curriculares Nacionais Mais para o Ensino Médio (Nota dos autores.)

representação gráfica desse objeto, no caso de conteúdos relacionados ao estudo em Geometria Analítica como reta, ponto, plano e cônicas.

Os PCNEM<sup>+</sup> (Brasil, 2012) alertam que, no interior de um mesmo tema, as igualdades e variações podem ter muitos significados, relativamente distintos.

Equações algébricas, apresentadas abstratamente em Matemática como, por exemplo,  $y = 3x - 2$  ou  $y = x^2$  expressam, a um só tempo, a possibilidade de variações nas funções de ambos os lados de cada equação e a igualdade ou equivalência entre ambos os lados que contêm elementos com significados efetivamente distintos (PCNEM<sup>+</sup>, 2012, p.28-29).

Como a conversão de registros não é espontânea (Duval, 1995), a reflexão sobre os pressupostos acima nos remeteu à seguinte questão: Será que desenvolvemos em nossos alunos o hábito de analisar ou pensar a Matemática sob diferentes focos?

Sabemos que conteúdos de Geometria Analítica estão repletos de Registros de Representação Semiótica e esperamos que esta pesquisa contribua para que professores de Matemática valorizem o ensino de Geometria Analítica sob a perspectiva semiótica.

Convencidos da importância da aplicação das cônicas em diversas áreas das Ciências Exatas e na vida profissional dos alunos, consideramos importante realizar um diagnóstico que nos desse informações sobre as ideias adquiridas pelos alunos, após passarem por um estudo das elipses, principalmente no que diz respeito à conversão entre as expressões algébricas, a língua materna e os gráficos dessas cônicas.

Com tal diagnóstico, esperamos contribuir com futuras pesquisas na área, pois acreditamos que para se planejar uma intervenção é necessário que se conheça, primeiro, a realidade dos alunos.

A partir dessas ideias, elaboramos e aplicamos, para um grupo de 28 alunos de uma 3ª série do Ensino Médio (16-18 anos de idade) de uma escola pública do Estado de São Paulo, no Brasil, um questionário diagnóstico, elaborado à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (DUVAL, 1995), com questões sobre a cônica elipse, porque acreditamos que um sujeito aprende fatos básicos relacionados a um objeto matemático quando é capaz de realizar a passagem, que Duval chama de conversão, entre representações desse objeto em diferentes sistemas semióticos. E apresentamos neste artigo o resultado obtido com a questão referente à conversão entre o registro em língua materna e o registro gráfico.

### **Os Registros de Representação Semiótica**

Escolhemos a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (Duval, 1995) por concordarmos que só é possível aprender Matemática se trabalharmos com mais de um sistema de representação semiótica. A partir desta escolha, redigimos algumas passagens, inspiradas na leitura dessa teoria, que serviram de embasamento para a elaboração de nosso diagnóstico e que utilizamos em nossas análises.

Um registro de representação é, segundo Duval (2009), um sistema semiótico que tem as funções cognitivas fundamentais para o funcionamento cognitivo consciente e a aprendizagem em Matemática: é necessário que o sujeito saiba discriminar e coordenar pelo menos dois sistemas semióticos de representação e converter espontaneamente de um para o outro. Duval ainda coloca que as especificidades de um sistema semiótico consistem

Em serem relativas a um sistema particular de signos, a linguagem, a escritura algébrica ou os gráficos cartesianos, e em poderem ser convertidas em representações “equivalentes” em outro sistema semiótico, mas podendo tomar significações diferentes para o sujeito que as utiliza (Duval, 2009, p. 32).

Um sistema semiótico deve, então, permitir as três atividades cognitivas fundamentais associadas à semiósis: a formação de uma representação; o tratamento de uma representação; e a conversão de uma representação em outra, num outro sistema de representação.

A formação de uma representação de um determinado objeto é feita por meio de regras próprias ao registro semiótico no qual a representação é produzida. Por exemplo, dentro do sistema algébrico de representação, usamos as letras do alfabeto (em geral,  $x$ ,  $y$  expressam as variáveis ou as incógnitas) e os números reais, com regras próprias para expressar os “quadrados”, as “somas”, as “igualdades”, as “divisões” e as “multiplicações”, para produzir uma equação do tipo  $4x^2 + 9y^2 = 36$ , com regras de “leitura” próprias desse sistema em Matemática.

O tratamento é uma transformação que se efetua no interior de um mesmo registro. Por exemplo, dada a equação da elipse  $4x^2 + 9y^2 = 36$ , o sujeito pode efetuar um tratamento para deixá-la na forma reduzida, do tipo  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  e este tratamento ocorre dentro do sistema algébrico de representação.

A conversão é uma transformação que se faz para passar de um registro a outro, mudando o sistema semiótico e, portanto, a forma de apresentar o objeto, mas sem mudar o conteúdo; por exemplo, dada uma questão do tipo: “o eixo maior de uma elipse está contido no eixo  $Ox$ . Sabendo que o centro é na origem, o comprimento do eixo menor é 6 e a distância focal é 10, determine a equação da elipse”. A questão foi proposta em língua materna e, podemos converter tal texto para uma expressão algébrica. Para achar tal expressão, o sujeito precisa processar as informações e convertê-las do registro em língua materna para o registro algébrico do tipo  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ , o que exige, por parte do sujeito, o reconhecimento de características importantes para tal conversão.

Como algumas conversões parecem mais fáceis que outras, Duval (1995, 2013) introduziu as noções de congruência e de não congruência para explicar essas diferenças. A conversão é congruente quando é imediata e cada unidade significativa do registro inicial é convertida numa unidade significativa do registro final. A conversão não-congruente é aquela em que o tempo de tratamento aumenta e a conversão pode se revelar impossível de efetuar, ou mesmo de compreender, se não houver uma aprendizagem prévia em relação às especificidades semióticas de formação e de tratamento das representações envolvidas e que são próprias a cada uma delas.

### Objetivo e Questão da Pesquisa

Partindo da preocupação com a aprendizagem da cônica elipse no Ensino Médio, colocamos como objetivo de nossa pesquisa de Mestrado verificar se um grupo de alunos do Ensino Médio, após terem passado pelo ensino de Geometria Analítica, consegue efetuar as conversões de registro (da língua materna para o gráfico; da língua materna para o algébrico; do algébrico para o gráfico) e em qual mostram maiores dificuldades.

Neste trabalho, apresentamos os resultados que obtivemos com a questão que corresponde à conversão entre o registro em língua materna e o registro algébrico e que foi colocada para responder a seguinte questão de pesquisa: Alunos da 3ª série do Ensino Médio conseguem fazer a conversão entre os registros em língua materna e o registro gráfico, no caso da elipse?

### A questão do diagnóstico

Para responder essa questão de pesquisa, em nosso diagnóstico, colocamos um item, dentre outros que contemplam as outras conversões; e o aplicamos em um grupo de 28 alunos de duas turmas da 3ª série do Ensino Médio do período matutino de uma escola pública da rede estadual de ensino da cidade de Caieiras, localizada na região metropolitana de São Paulo.

Segundo Duval (1995), as dificuldades de compreensão na aprendizagem da Matemática não estão só relacionadas aos conceitos, mas com as variedades de representações semióticas utilizadas e com o uso confuso que se fazem delas; sendo assim, entendemos que, quando o professor for apresentar um conteúdo aos seus alunos, precisa elaborar abordagens que não agreguem muitas variáveis simultaneamente, principalmente aquelas que não sirvam para o objetivo final.

Ao elaborar nosso diagnóstico, evitamos o uso de muitas variáveis para que os sujeitos não perdessem o foco das questões propostas e colocamos questões sobre as elipses, com gráficos com centro na origem, eixos sobre os eixos do sistema de coordenadas cartesianas e utilizamos a equação reduzida com os focos ou no eixo  $Ox$  ou no eixo  $Oy$ . Para não introduzir mais dificuldades, utilizamos apenas semieixos medindo 3 e 2 para as constantes  $a$  e  $b$ , que aparecem na equação e que representam o semieixo maior e o semieixo menor do gráfico da elipse. Com essas escolhas, as equações reduzidas do diagnóstico, em geral, são do tipo  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  quando o eixo maior estiver localizado no eixo  $Ox$  e  $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$  quando o eixo maior estiver localizado no eixo  $Oy$ .

A questão proposta para diagnosticar se os alunos conseguem fazer a conversão entre os registros da língua materna para o gráfico foi

Para cada descrição esboce um gráfico:

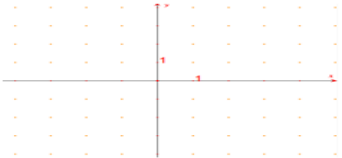
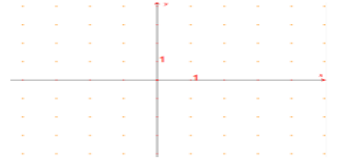
<p>a) Elipse com o centro em <math>(0, 0)</math>, extremidades do eixo maior <math>A_1(0, 3)</math> e <math>A_2(0, -3)</math> e comprimento do eixo menor igual a 4.</p>	<p>Esboço do Gráfico</p> 	<p>Expresse seu raciocínio</p>
<p>b) Elipse com o centro em <math>(0, 0)</math>, extremidades do eixo menor <math>B_1(0, 2)</math> e <math>B_2(0, -2)</math> e comprimento do eixo maior igual a 6.</p>	<p>Esboço do Gráfico</p> 	<p>Expresse seu raciocínio</p>

Figura 1. Questão do diagnóstico da pesquisa elaborada pelos autores.

Para a conversão do **item a**, esperávamos que os sujeitos percebessem que é preciso determinar os dois vértices do eixo menor, a partir dos vértices do eixo maior  $A_1(0, 3)$ ,  $A_2(0, -3)$  e do comprimento do eixo menor. Como os vértices do eixo maior estão sobre o eixo  $Oy$  e o centro é a origem, os vértices do eixo menor estão sobre o eixo  $Ox$ , em pontos simétricos em relação à origem; portanto, as extremidades do eixo menor são  $B_1(0, 2)$  e  $B_2(0, -2)$ . Determinados os quatro vértices, ficam bem estabelecidas as características visuais necessárias para que façam a conversão entre o registro em língua materna e o gráfico e esbocem o gráfico de uma elipse com centro na origem; eixo maior sobre o eixo  $Oy$ , medindo 6 unidades de comprimento; e eixo menor sobre o eixo  $Ox$ , medindo 4 unidades de comprimento.

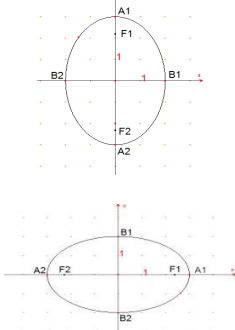
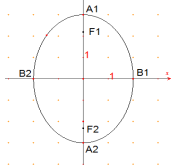
No **item b**, esperávamos que desenvolvessem raciocínios semelhantes aos do **item a**, pois damos os vértices do eixo menor, que está sobre o eixo  $Oy$  e os sujeitos precisam calcular os vértices do eixo maior, que está sobre o eixo  $Ox$ , a partir da informação de que o comprimento do eixo maior é igual a 6.

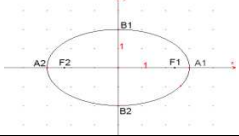
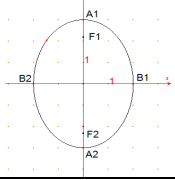
Podemos dizer que as conversões exigidas não são do tipo congruente, pois os sujeitos precisam fazer um tratamento das características dadas pelo texto em língua materna (comprimento de um dos eixos) para chegar à resposta procurada. De qualquer forma, supusemos tratar-se de uma conversão com baixo grau de dificuldade, pois em cada item trata-se de uma elipse com eixos sobre os eixos coordenados e centro na origem, apenas que para o **item a** trata-se de uma elipse com eixo maior sobre  $Oy$  e para o **item b**, com eixo menor sobre  $Ox$ .

Para deixar claros nossos objetivos com essa questão, elaboramos um quadro que expressa às interpretações esperadas dos sujeitos quando lêem o texto dado.

Quadro 1

Interpretação esperada das unidades significativas quando são dadas em língua materna.

Descrição em língua materna	Interpretação esperada do texto	Raciocínio esperado durante a conversão
Elipse com centro em $(0, 0)$	O centro da elipse está na origem do sistema de coordenadas cartesianas.	O gráfico deve ser do tipo 
Extremidades do eixo maior $A_1(0, 3)$ e $A_2(0, -3)$	O eixo maior da elipse está sobre o eixo $Oy$ ; o menor, sobre o eixo $Ox$ e o valor do denominador $b^2$ é $3^2$ .	

Extremidades do eixo menor $B_1(0, 2)$ e $B_2(0, -2)$	O eixo menor da elipse está sobre o eixo $Oy$ ; o maior, sobre o eixo $Ox$ e o valor do denominador $x^2$ é $2^2$ .	
Coordenadas dos focos $F_1(0, \sqrt{5})$ e $F_2(0, -\sqrt{5})$	O eixo maior da elipse está sobre o eixo $Oy$ , o eixo menor, sobre o eixo $Ox$ e o valor da constante $c$ é $\sqrt{5}$ .	
O comprimento do eixo maior igual a 6	O valor da constante $a$ é 3	

Fonte: Elaborado pelo autor a partir de Duval (1995, 2013).

### Análise do diagnóstico

Após aplicar o questionário diagnóstico, optamos por apresentar uma análise quantitativa, seguida por uma análise qualitativa, com o intuito de utilizar os detalhes expressos pelos sujeitos na coluna “Explique seu raciocínio” e assim tentar verificar, por meio das diferentes explicações dadas, se podemos dizer que cada sujeito sabe fazer a conversão do texto em língua materna para o gráfico e avaliar o grau de dificuldade que encontraram para responder os dois itens. Trazemos nossas análises, seguida das produções dos alunos, esperando assim justificar nossas conclusões.

As respostas expressas pelos 28 sujeitos apontam os seguintes resultados:

- 4 alunos acertaram os esboços dos gráficos dos **Itens a e b**
- Desses 4 alunos, consideramos que apenas 2 conseguiram efetuar as conversões dos dois itens, pois além de esboçarem corretamente o gráfico, expressaram o raciocínio feito, conforme solicitado, durante o processo de conversão.
- 5 alunos acertaram o esboço do gráfico do **item a** e erraram o esboço do gráfico do **item b**.
- 7 alunos acertaram o esboço do gráfico do **item b** e erraram o esboço do gráfico do **item a**.
- 1 aluno esboçou apenas o gráfico do **item a** e deixou em branco o **item b**.
- 8 alunos erraram os esboços dos gráficos dos **Itens a e b**.
- 3 alunos deixaram em branco os **Itens a e b**.

Destacamos que 6 sujeitos esboçaram uma elipse com eixo maior em  $Ox$  e eixo menor em  $Oy$  para os dois itens e 3 esboçaram uma elipse com eixo maior em  $Oy$  e eixo menor em  $Ox$  para os dois itens. Outros 5 alunos inverteram os gráficos, no **item a** esboçaram uma elipse com eixo maior em  $Ox$  e no **item b**, a elipse com eixo maior em  $Oy$ . Consideramos que esses sujeitos não desenvolveram a aprendizagem para este tipo de conversão e as possíveis dificuldades desses alunos podem estar relacionadas com a interpretação que fizeram das características presentes na descrição e com a relação que fizeram delas no sistema cartesiano. Esses sujeitos até conseguem colocar os vértices em pontos simétricos em relação ao centro da elipse, embora em posições erradas no sistema cartesiano e se o professor tivesse percebido e corrigido esse erro, ou talvez

não tivesse aceitado esse erro como “meio certo” na correção de exercícios desse tipo, esses sujeitos poderiam efetuar de forma correta os esboços dos gráficos e conseqüentemente poderíamos aceitar que sabem efetuar a conversão.

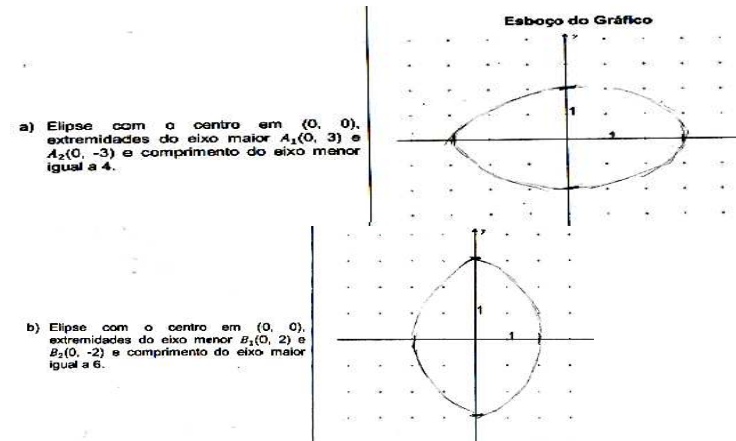


Figura 2. Resposta do aluno 13.

Chamou-nos a atenção a quantidade de alunos (6 em 28) que efetuaram para os dois itens duas elipses iguais, com o eixo maior em  $Ox$ , embora tenham utilizado corretamente o tamanho do eixo. Uma pergunta surge: Por que? Será que a dificuldade está na identificação das coordenadas de pontos sobre os eixos coordenados? Ou será que só viram exemplos de elipses com eixo maior sobre  $Ox$ ? De qualquer forma, nossa avaliação é que os sujeitos que assim procederam não desenvolveram a aprendizagem para este tipo de conversão.

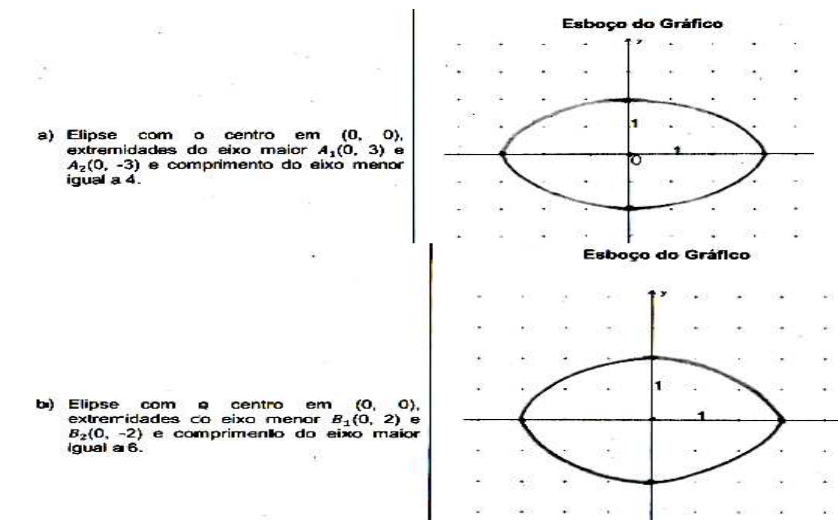


Figura 3. Resposta do aluno 14.

Como os dois itens parecem exigir esquemas cognitivos semelhantes, achamos que se efetuassem uma conversão saberiam efetuar a outra, mas não podemos descartar a hipótese de que quando passaram pelo ensino tenham desenvolvido a aprendizagem apenas com a elipse com o eixo maior sobre o eixo  $Ox$  ou fizeram alguma confusão com as coordenadas das extremidades dos eixos no sistema cartesiano, deixando evidências de possíveis deficiências de aprendizagem com o sistema cartesiano ou com as elipses. Como exemplo do que acabamos de descrever,



temos o aluno 23, que esboçou corretamente o gráfico do **item a** e deixou em branco o **item b**: se soube localizar as extremidades  $A_1(0, 3)$  e  $A_2(0, -3)$  do eixo maior da elipse do **item a**, por que não soube localizar  $B_1(0, 2)$  e  $B_2(0, -2)$  do eixo menor da elipse do **item b**?

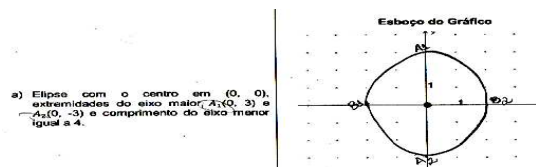


Figura 4: Resposta do aluno 23.

Dentre as várias dificuldades apresentadas pelos sujeitos pesquisados, achamos importante destacar as do aluno 8, para localizar valores no sistema cartesiano, fato que nos remete a imaginar que talvez esse sujeito não consiga usar o sistema cartesiano e, em se tratando de Geometria Analítica, provavelmente não consegue desenvolver nenhum conhecimento no assunto e em nenhum outro tema que faça uso dele, como por exemplo os gráficos de funções.

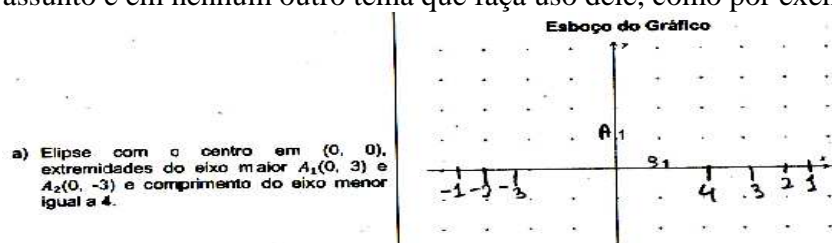


Figura 5. Resposta do aluno 8.

O **item b** descreve uma elipse com eixo maior sobre  $Ox$  e 5 sujeitos efetuaram esboços sem conexão com as características da descrição, como por exemplo, o aluno 25. Talvez esse aluno até tenha desenvolvido alguma noção sobre o objeto, que servirá apenas para identificar a figura elipse dentre outras cônicas, mas esta aprendizagem está distante da esperada para o sujeito efetuar tratamentos ou conversões e, ainda, remetê-lo a entender outras características da figura, como por exemplo, as extremidades dos eixos; as coordenadas do centro; a localização dos focos.

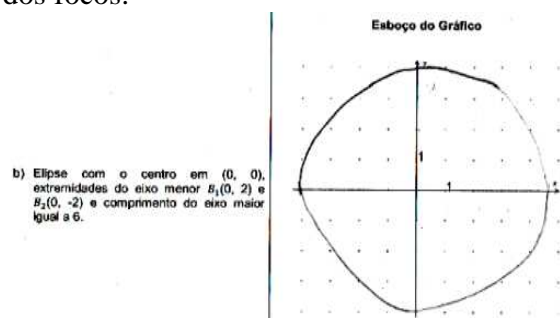


Figura 6. Resposta do aluno 25.

Dos 4 alunos que acertaram os esboços dos gráficos, apenas 2 expressaram o raciocínio feito. Esse fato reforça nossas conclusões acerca da aprendizagem desses sujeitos, como o aluno 12, que no **item a** efetuou corretamente a conversão, e ainda justificou, em língua materna, escrevendo que “ $A_1$  e  $A_2$  ficam no eixo  $y$  sendo a soma do eixo maior de comprimento 6 e  $b_1$  e

$b_2$  o eixo menor sendo a soma do comprimento 4 no eixo  $y$ ", fato que expressa os conhecimentos mobilizados desse sujeito acerca da conversão.

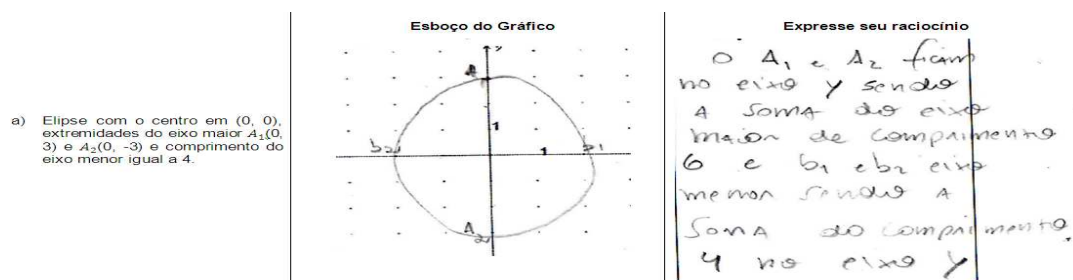


Figura 7. Resposta do aluno 12.

Consideramos que o aluno 16 também possa ter aprendido a efetuar a conversão do texto em língua materna para o gráfico, conseguindo destacar as variáveis visuais do gráfico, características dadas pelo texto.



Figura 8. Resposta do aluno 16.

### Considerações Finais

Nosso objetivo foi analisar se alunos da 3ª série do Ensino Médio conseguem fazer a conversão entre o registro em língua materna e o registro gráfico. De acordo com as análises das respostas, percebemos que a maioria apontou uma compreensão limitada acerca da conversão esperada e que apenas 7,1% dos sujeitos conseguiu efetuar a conversão. Os que não conseguiram, de acordo com as análises que fizemos dos esboços expressados pelos sujeitos, apontaram dificuldades para interpretar as unidades significativas da descrição dada em língua materna e associá-las as variáveis visuais do gráfico.

O problema mais freqüente que percebemos foi com o uso do sistema cartesiano, pois muitos não sabem localizar as coordenadas de um ponto no sistema cartesiano ou mostram dificuldades para reconhecer pontos sobre os eixos. Outra dificuldade que observamos foi com o próprio tratamento da língua materna, como por exemplo a partir da descrição “comprimento de eixo menor igual a quatro”, alguns sujeitos não percebem que os vértices estão à distância 2 do centro da elipse e em posições simétricas em relação a ele.

A análise qualitativa que fizemos dos protocolos mostrou que esses alunos possuem muitas dificuldades para representar pontos com coordenadas  $(x, y)$  no plano cartesiano, fato que pode dificultar o desenvolvimento da aprendizagem das cônicas em particular e da Geometria Analítica em geral. Essas considerações nos fazem recomendar que professores de Matemática, quando forem trabalhar temas básicos relacionados à Geometria Analítica, deem mais atenção, a alguns itens, tais como: identificar a diferença entre um ponto, a distância desse ponto à origem

do sistema de coordenadas e a coordenada desse ponto; a reta numérica; os pares ordenados do sistema cartesiano; e também, e talvez principalmente, o uso da língua materna como uma grande auxiliar da aprendizagem em Matemática.

### Referências

- Brasil. Ministério da educação, secretaria de educação média e tecnológica. (2000). *Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio*. Brasília: MEC, SEMTEC.
- Brasil. Ministério da educação, secretaria de educação média e tecnológica. (2012). *Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio mais: ciências da natureza e suas tecnologias*. Brasília: MEC, SEMTEC.
- Dallemole, J. J. (2010). *Registro de representação semiótica: Uma experiência com o ambiente virtual SIENA*. (Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Luterana do Brasil, Canoas. Canoas: ULBRA.
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissage intellectuel*. Berna: Peter Lang. ISBN 39-06754-32-4
- Duval, R. (2003). Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In S. D. A. Machado (Org), *Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica* (pp. 11-33). Campinas, SP: Papirus.
- Duval, R. (2009). *Semiósis e pensamento humano registros semióticos e aprendizagens intelectuais* (Tradutores - Lênio Fernandes Levy e Maria Rosâni Abreu da Silveira). São Paulo: Editora Livraria da Física.
- Duval, R. (2013). Raymond Duval e a teoria dos registros de representação semiótica. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 2, jul/dez 2013, 10-34. Entrevista concedida a José Luiz Magalhães de Freitas e a Veridiana Rezende. Disponível em <http://www.fecilcam.br/rpem/index.php?pag=exe3>
- São Paulo (Estado). (2011). *Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias* (Ed. Atual). São Paulo: SE. 72 p.
- Santos, R. J. (2009). *Um curso de geometria analítica e álgebra linear*. Belo Horizonte: Imprensa Universitária da UFMG.
- Silva, C. R. (2006). *Explorando equações cartesianas e paramétricas em um ambiente informático*. (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo: PUC.