La importancia de las estrategias de solución de profesores de secundaria para resolver problemas

Fernando **Mejía** Rodríguez
Instituto Superior de Ciencias de la Educación del Estado de México
México
fernandomejia@isceem.com.mx

Resumen

La rendición de cuentas ha permeado el ámbito educativo, México ha participado en programas internacionales como PISA donde nuestro sistema educativo ha ocupado uno de los últimos lugares en matemáticas. Dichos resultados han provocado preocupación en profesores que desean cambiar la situación, para ello necesitan tener algo denominado conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK); uno de los aspectos de este tipo de conocimiento es el conjunto de estrategias de solución que deben tener. El objetivo de este estudio es resaltar la importancia de dichas estrategias cuando resuelven problemas un grupo de profesores que trabajan en el nivel educativo de secundaria. Una conclusión del estudio es que existen problemas que se pueden resolver prácticamente siguiendo el mismo camino, con las mismas estrategias de solución; pero también hay problemas que pueden ser resueltos por diferentes vías, y a su vez con diferentes estrategias de solución.

Palabras clave: matemáticas, profesores, secundaria, estrategias, solución, problemas, conocimiento, MTSK

Planteamiento del problema

La postura de lo que el profesor debe hacer son sus alumnos se ha ido modificando a lo largo de los años, por ejemplo comentan Ander-Egg y Aguilar (2001, 79) que “[…] hay profesores que creen que enseñar a pensar es entrenar a sus alumnos para que piensen como ellos […]”, similar a lo anterior, Pozo y Gómez (2009, 26) señalan que “[…] enseñar no es enviar un fax a la mente del alumno para que ésta emita una copia, que el día del examen el profesor compara con el original”; pero para nuestra actualidad, la forma de enseñar debe ser diferente, se deben formar estudiantes con un espíritu crítico que generen su propio conocimiento. Para la Asociación Americana para el Avance de las Ciencias (AAAS, 1990), las matemáticas son el lenguaje de la ciencia, además agrega que son indispensables para la formación de cualquier científico.

Para que un país se considere desarrollado, además de una calidad de vida excelente y otros factores, necesita tener avances científicos y tecnológicos. México, con aspiraciones a ser uno de ellos, requiere de un impulso por tener más hombres y mujeres dedicados a la investigación, personal especializado en la ciencia y la tecnología, que tenga como soporte teórico las matemáticas; entonces, es importante poner atención a este aspecto de la educación nacional, donde existen especialistas que han dado su punto de vista, de cómo está el país y cómo revertir la situación con respecto a la educación de las matemáticas que se da en México.

La cultura de la rendición de cuentas se está dando cada vez más en muchos países, México ha participado en estudios internacionales que evalúan el desempeño de nuestros estudiantes en: lectura, matemáticas y ciencias. También ha creado localmente institutos que evalúan los conocimientos de las asignaturas de español y matemáticas, principalmente. El TIMSS[1] realiza evaluaciones internacionales en matemáticas y ciencias, México participó en 1995 y de acuerdo a Ornelas (2004), el gobierno mexicano se negó a divulgar los resultados. Backhoff y Solano (2003, 3) confirman lo anterior al analizar la tabla de resultados del TIMSS 1995:

> México no aparece en la Tabla porque el gobierno mexicano retiró su participación en el estudio después de que se habían administrado y calificado las pruebas, pero antes de que se publicaran los resultados. Como consecuencia, la IEA retiró de la base de datos los resultados mexicanos y destruyó.

Al parecer, los resultados fueron desastrosos y por eso no se permitió su publicación. Pero la realidad del sistema educativo mexicano, no se podía seguir escondiendo. Fue hasta 1997 en que los países miembros de la OCDE[2], se organizan para formar un programa para evaluar el sistema educativo de diferentes países, llamado PISA[3]. México participó desde el primer estudio hecho en el 2000, así como en 2003, 2006, 2009 y 2012. El grado de desempeño de PISA en matemáticas está clasificado en seis niveles de complejidad[4]. Los más recientes resultados los publicó la OCDE (2013a, 62) y se puede apreciar en la *Tabla 1* donde existen alumnos que incluso están por debajo del nivel que se esperaba sería el más bajo, el uno.

Tabla 1
Porcentaje de alumnos en cada nivel de desempeño en matemáticas. PISA 2012.

	Inferior al 1	**Nivel 1**	**Nivel 2**	**Nivel 3**	**Nivel 4**	**Nivel 5**	**Nivel 6**
México	22.8	31.9	27.8	13.1	3.7	0.6	0.0

[1] Estudio de las Tendencias Internacionales en Matemáticas y Ciencias (*Trends in International Mathematics and Science Study*). La página oficial del TIMSS es <http://www.timss.org>
[2] Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico. Con página en Internet en http://www.oecd.org
[3] Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes (*Programme for International Student Assessment*). Este programa representa un comité de gobiernos, para monitorear los resultados de los sistemas educativos en términos de los alcances de los estudiantes de 15 años de edad, sobre una misma base y en un marco común aceptado internacionalmente. La edad fue elegida porque en la mayoría de los países miembros de la OCDE es cuando termina la educación obligatoria. Los documentos de este programa pueden ser consultados en línea en: <http://www.pisa.oecd.org>
[4] El más alto es el seis y el menor el uno, sin embargo, hay alumnos que están por debajo del nivel uno.

Estado de México[5]	18.0	34.0	32.0	13.0	3.0	0.0	0.0

Fuente: OCDE (2013a) e INEE(2013).

Se puede observar que la mayoría de los alumnos mexicanos y particularmente del Estado de México, están en el nivel 2, nivel 1 y su inferior. Un alumno mexicano de 15 años de edad está atrasado académicamente dos años escolares con respecto de los alumnos promedios de la OCDE (OCDE, 2013b, 2). Lo anterior muestra un claro distanciamiento con la calidad que se esperaba tuviera el sistema educativo mexicano, por parte de las autoridades educativas, de los profesores, y en general de la población nacional. Si México continúa con los resultados hasta ahora mostrados, tardaría más de 25 años en alcanzar los niveles promedios de los demás países de la OCDE (OCDE, 2013b, 3).

Aunque no todas las lecturas de los resultados son malas, México es el país con el tercer mejor cambio en desempeño en matemáticas con un incremento de 385 puntos en 2003 a 413 puntos en 2012 (OCDE, 2013b, 3). La verdad es que no puede explicarse inmediatamente este cambio debido a una política educativa eficiente, pueden ser tantos factores: las nuevas reformas a los programas de educación, el estímulo económico a profesores con mejores resultados en las evaluaciones nacionales, el compromiso de los docentes, la simulación de una enseñanza por el cambio de una instrucción y adiestramiento para contestar pruebas de opción múltiple, así como la corrupción y la mano negra de los profesores para ayudar a los alumnos cuando resuelven su prueba.

De los resultados anteriores, podemos agregar lo que comenta Kline (1977, 183):

> De todos los niveles de educación matemática, de la básica a la universitaria, la básica es la más difícil de enseñar. La razón primordial es que no sabemos lo suficiente acerca de cómo aprenden los niños de edad temprana. Sabemos un poco más acerca de cómo aprenden los niños de edad avanzada, pero resulta que ellos no son tan dependientes de los profesores.

Entonces se tomó el nivel educativo de secundaria para ser analizado en esta investigación, porque según Kline (1977) es donde todavía tiene mayor impacto el profesor en sus alumnos y como queremos estudiar las estrategias de solución por parte de los profesores, se considera que el papel del profesor de matemáticas es importante para la formación de sus estudiantes.

Para el presente estudio, el objetivo general es: *resaltar la importancia de las estrategias de solución de profesores de secundaria para resolver problemas matemáticos.*

Fundamentación teórica

Shulman (1987, 8) enuncia siete categorías de conocimiento que hacen posible la enseñanza y son: conocimiento del contenido; conocimiento pedagógico general; conocimiento del currículo; conocimiento pedagógico del contenido; conocimiento de los estudiantes y sus características; conocimiento de los contextos educativos; y conocimiento de los fines, propósitos y valores de la educación. Esta propuesta ha servido para formar por años a profesores de matemáticas.

No es la única mirada sobre el conocimiento del profesor de matemáticas, también existe el MKT[6] que es el Conocimiento Matemático para la Enseñanza y es definido como “el

[5] INEE (2013, 44)
[6] Mathematical Knowledge for Teaching

conocimiento matemático que utiliza un profesor en su aula para enseñar y producir crecimiento en sus alumnos" (Hill, Ball y Schilling, 2008, 374). Ball, Thames y Phelps (2008) presentan su modelo (*Tabla 2*) con dos componentes principales y cada uno con otros tres subdominios.

Tabla 2
Modelo del conocimiento matemática para la enseñanza (MKT)

<table>
<tr><td colspan="4">Conocimiento matemático para la enseñanza (MKT)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Conocimiento del contenido</td><td>Conocimiento común del contenido (CCK)</td><td>Conocimiento del contenido y los estudiantes (KCS)</td><td rowspan="3">Conocimiento pedagógico del contenido</td></tr>
<tr><td>Conocimiento en el horizonte matemático</td><td>Conocimiento del contenido y la enseñanza (KCT)</td></tr>
<tr><td>Conocimiento especializado del contenido (SCK)</td><td>Conocimiento del currículo</td></tr>
</table>

Fuente: Ball, Thames y Phelps (2008)

La diferencia entre el CCK y el SCK es que el primero sirve para resolver problemas matemáticos por un matemático, un profesor o un adulto en general, pero el segundo consiste en realizar en orden una serie de actividades encaminadas a desarrollar diferentes aspectos de un contenido en específico; es decir, este último conocimiento aporta perspectiva del trabajo de un profesor de matemáticas.

Otro modelo (*Figura 1*) sobre el conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK[7]) es expuesto por Aguilar et al. (2013), donde el dominio del conocimiento matemático (MK) está dividido en tres subdominios, al igual el dominio del conocimiento pedagógico del contenido (PCK) en otros tres subdominios.

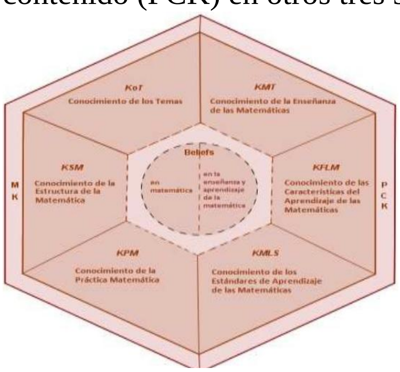


Figura 1. Modelo del conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK)

Quedando definidos los seis subdominios por Aguilar, et al. (2013, 5066) de la siguiente manera:

Los subdominios del MK son:

[7] Mathematics Teachers' Specialized Knowledge

> Conocimiento de los Temas (KoT): aspectos fenomenológicos, significados, definiciones, ejemplos…, que caractericen aspectos del tema abordado, además de referirse al contenido disciplinar de las matemáticas que figura en manuales y textos matemáticos.
>
> Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM): sistema integrado de conexiones que le permita comprender y desarrollar conceptos avanzados desde una perspectiva elemental y conceptos elementales mediante el tratamiento a través de una visión avanzada.
>
> Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM): conocimiento de las formas de conocer, crear o producir en matemáticas, conocimiento de aspectos de la comunicación matemática, del razonamiento y la prueba. Saber, por ejemplo, qué es definir y cómo usar definiciones.
>
> Dentro del PCK consideramos los subdominios siguientes:
>
> Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT): distintas estrategias que permitan al profesor fomentar un desarrollo de las capacidades matemáticas procedimentales o conceptuales. Conocer la potencialidad de recursos, ejemplos o modos de representación para hacer comprensible un contenido determinado.
>
> Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM): características del proceso de comprensión de los estudiantes sobre los distintos contenidos, del lenguaje asociado a cada concepto, así como de errores, dificultades u obstáculos posibles.
>
> Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS): conocimiento acerca de lo que el estudiante debe/puede alcanzar en un curso escolar determinado; conocimiento de las capacidades conceptuales, procedimentales y de razonamiento matemático que se promueve en determinados momentos educativos. Consideramos, además de lo prescrito en el currículo institucional, lo que proviene de las investigaciones y de las opiniones de profesores expertos acerca de logros de aprendizaje.

Por otro lado, el uso de estrategias en la resolución de problemas lo plantea la NCTM (2000, 54):

> Cuando los alumnos llegan a los niveles medios, deberían ser diestros en reconocer cuándo es apropiado usar diversas estrategias y ser capaces de decidir cuándo y cómo usarlas. En la escuela secundaria, deberían tener acceso a una gama amplia de estrategias, saber decidir cuál usar y ser capaces de adaptar e inventar otras.
>
> […] ninguna estrategia se aprende de una vez para siempre; las estrategias se aprenden con el paso del tiempo, se aplican en contextos particulares, y llegan a ser más refinadas, elaboradas y flexibles según se van utilizando en problemas de complejidad creciente.

Una estrategia se genera de antemano a cualquier acción (planeación) o mientras se busca conseguir la meta. Las estrategias son para resolver un problema específico, determinado tanto en el tiempo como por el contexto, y el proceso de solución de problemas se refiere a otro nivel de análisis, a un nivel superior que no se refiere, necesariamente a problemas determinados y que requieren ser descritos entre otras cosas en términos de estrategias. (Simon, 1999, 44).

Marván (2001, 63) dice que "Para resolver un mismo problema, siempre hay varias estrategias válidas y, en muchos casos, no hay una que pueda considerarse mejor que las demás"

Para el presente estudio, las *estrategias de solución* son aquellas secuencias flexibles de actividades que tienen el objetivo de resolver problemas matemáticos, que las estrategias se mejoran con el tiempo, que no son excluyentes y cada persona tiene sus propias estrategias.

Un método de solución puede estar descrito por la fase uno, la fase dos y la tres, pero una estrategia de solución pueden empezar con la fase tres, o la dos, después ir a la fase uno o tres. Cada persona va mejorando sus propias estrategias, con la ejercitación, con la repetición, y con la confianza que da el volver a ejecutar una estrategia, una vez que se obtuvo resultados correctos en el pasado.

Fan y Zhu (2007) desde Singapur, enlistan 17 estrategias para resolver problemas:

Actúalo, usa personas u objetos para físicamente mostrar lo que está descrito exactamente en el problema.

Cambia tu punto de vista, enfoca un problema desde otro ángulo cuando un enfoque previo no es efectivo.

Dibuja un diagrama, haz un esbozo basado en la información disponible para representar visualmente el problema.

Adivina y revisa, haz una sugerencia razonable de la respuesta y entonces revisa el resultado para ver si funciona. De ser necesario, repite el procedimiento hasta encontrar la respuesta, o al menos una aproximación cercana.

Razonamiento lógico, demuestra que si una declaración es aceptada como verdadera, entonces otras declaraciones podrían ser mostradas como verdaderas basadas en la primera.

Busca un patrón, identifica patrones dados, basados en la observación cuidadosa de características comunes, variación, o diferencias entre números, formas, etc. en el problema.

Elabora suposiciones, haz una hipótesis, y entonces basado en los datos y la hipótesis, encuentra la relación entre lo conocido y lo desconocido, y finalmente resuelve el problema.

Elabora una lista, construye una lista organizada que contenga todas las posibilidades para una situación dada y finalmente encuentra la respuesta.

Elabora una tabla, organiza los datos en una tabla y entonces usa los registros de la tabla para resolver el problema.

Replantea el problema, reescribe el problema original de tal manera que el enunciado del problema se haga más familiar y entonces más accesible.

Simplifica el problema, cambia las situaciones o números complicados del problema en unos más simples sin modificar la matemáticas del problema.

Resuelve parte del problema, divide el problema en sub-problemas, resuélvelos, y finalmente resuelve el problema original.

Piensa en un problema relacionado, usa resultados/métodos de un problema relacionado, o recuerda un problema relacionado, o considera un problema similar resuelto antes para poder resolver el problema.

Usa un modelo, crea representaciones visuales (por ejemplo, usar puntos, líneas, u otros símbolos fáciles de comprender) para modelar la información en cantidades o relaciones de cambio que están involucradas en el problema.

Usa una ecuación, usa letras como variables para representar cantidades desconocidas en un problema, y establece y resuelve ecuaciones o desigualdades para obtener la respuesta.

Usa concepto antes-después, estudia la información dada antes y después de una acción, y observa el cambio entre las dos situaciones (de antes y después) para encontrar la solución.

Trabaja de reversa, aproxima un problema desde sus resultados o soluciones hacia atrás para encontrar las condiciones que eventualmente necesita satisfacer.

Cabe señalar que aunque se considere la lista de 17 estrategias, no es una lista terminada, no son las únicas estrategias que existan para resolver problemas en la secundaria. Existen otras investigaciones donde los nombres cambian, donde se agrupen otras estrategias y se reduzca el número, o se agreguen otras que no estén contempladas inicialmente.
Otra idea que puede surgir al conocer esta lista de estrategias, es pensar que hay 17 formas de resolver un problema en matemáticas. No es así. Existen 17 estrategias que se pueden mezclar para encontrar una vía para resolver un problema, pero que además se puede crear otro conjunto de estrategias diferentes o iguales a las anteriores -tal vez en otro orden- pero que también resuelvan el problema matemático.

Diseño

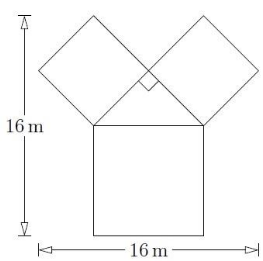
El estudio es de corte descriptivo, donde se trabajó con tres estudiantes de posgrado que al mismo tiempo trabajaban como profesores de matemáticas en secundaria. Dentro de sus estudios de maestría en investigación educativa, tomaron algunos talleres para resolver problemas matemáticos en su Instituto y en congresos de matemática educativa. Se resolvieron más de 200 problemas, que se pueden agrupar en problemas monocamino y problemas multicaminos. Los primeros, son aquellos que al resolverlos, la mayoría de los estudiantes que lo hace correctamente, elabora prácticamente el mismo procedimiento que los demás, es decir, siguen el mismo camino; y los segundos, son aquellos que se pueden resolver por diferentes vías y para cada vía se emplean diferentes estrategias de solución, cada alumno elabora un camino diferente, pero todos lo que lo hacen correctamente llegan al mismo resultado.

Un ejemplo de problema monocamino, es el siguiente:

> Aída le dispara a un tiro al blanco y le atina únicamente a las regiones que valen 5, 8 y 10 puntos. Si sabemos que acertó a la región del 8 tantas veces como a la región del 10, falló en el 25% de los tiros y en total obtuvo 99 puntos, ¿cuántos disparos hizo Aída en total?[8]

Ahora un ejemplo de problema multicaminos, se muestra a continuación:

> ¿Cuál es el área de la región formada por el triángulo y los tres cuadrados de la figura?[9]



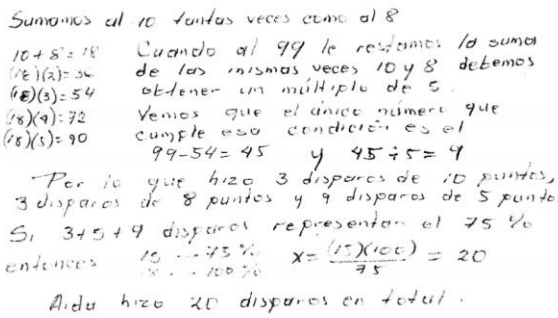
Resultados

A continuación se muestran las soluciones de los tres profesores de secundaria para el problema monocamino, donde los tres llegan al mismo resultado de 20, siguiendo prácticamente el mismo camino, que es a 99 le restan un múltiplo de (10+8) que sea divisible entre 5, para después por regla de tres encontrar el 20.

---

[8] Examen Canguro Matemático Mexicano 2011. Nivel Estudiante.
[9] Examen Canguro Matemático Mexicano 2012. Nivel Estudiante.

El profesor 1 lo resuelve (*Figura 2*) con las estrategias de solución: resuelve parte del problema, elabora suposiciones, piensa en un problema relacionado, y usa un modelo.


Sumamos al 10 tantas veces como al 8

10 + 8 = 18
(18)(2) = 36
(18)(3) = 54
(18)(4) = 72
(18)(5) = 90

Cuando al 99 le restamos la suma de las mismas veces 10 y 8 debemos obtener un múltiplo de 5.
Vemos que el único número que cumple esa condición es el
99 − 54 = 45 y 45 ÷ 5 = 9
Por lo que hizo 3 disparos de 10 puntos, 3 disparos de 8 puntos y 9 disparos de 5 puntos
Si 3 + 3 + 9 disparos representan el 75 %
entonces 15 ... 75 %
x ... 100 %
$x = \frac{(15)(100)}{75} = 20$
Aida hizo 20 disparos en total.

Figura 2. Solución del profesor 1 del problema monocamino

El profesor 2 lo resuelve (*Figura 3*) con las estrategias de solución: resuelve parte del problema, adivina y revisa, piensa en un problema relacionado, y usa un modelo.

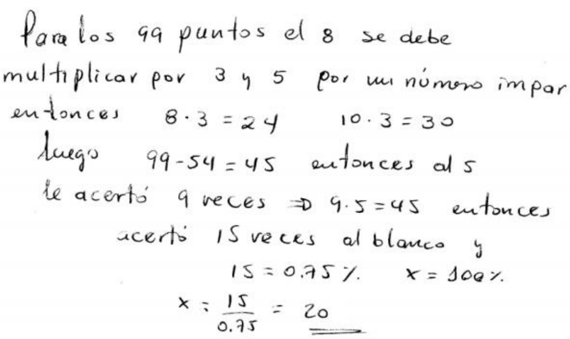

Para los 99 puntos el 8 se debe multiplicar por 3 y 5 por un número impar
entonces 8 · 3 = 24   10 · 3 = 30
luego 99 − 54 = 45 entonces al 5
le acertó 9 veces ⇒ 9 · 5 = 45 entonces
acertó 15 veces al blanco y
15 = 0.75 %   x = 100 %
$x = \frac{15}{0.75} = 20$

Figura 3. Solución del profesor 2 del problema monocamino

El profesor 3 lo resuelve (*Figura 4*) con las estrategias de solución: resuelve parte del problema, elabora suposiciones, razonamiento lógico, piensa en un problema relacionado, simplifica el problema y usa un modelo.

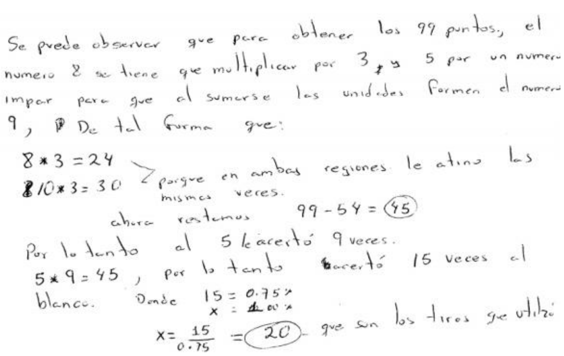

Se puede observar que para obtener los 99 puntos, el numero 8 se tiene que multiplicar por 3, y 5 por un numero impar para que al sumarse las unidades formen el numero 9, De tal forma que:
8 * 3 = 24
10 * 3 = 30
porque en ambas regiones le atinó las mismas veces.
ahora restamos 99 − 54 = 45
Por lo tanto al 5 le acertó 9 veces.
5 * 9 = 45, por lo tanto acertó 15 veces al blanco. Donde 15 = 0.75 %
x = 100 %
$x = \frac{15}{0.75} = 20$ que son los tiros que utilizó

Figura 4. Solución del profesor 3 del problema monocamino

Ahora se muestran las tres soluciones de los profesores para el problema multicaminos, los tres llegan a 144 m^2 desde distintas maneras, por su puesto empleando diferentes estrategias de solución: el primer camino, es trazar la diagonal del cuadrado pequeño, calcular el área de dicho cuadrado y después encontrar que hay cuatro veces y media la medida de esa área en el total de la figura; el segundo camino, encontrar el área del cuadrado grande, el área de los cuadrados pequeños, el área del triángulo y sumar las áreas para encontrar el área total de la figura; el tercer camino, es dividir la figura en 18 triángulos congruentes, calcular el área de tal triángulo y multiplicarla por 18.

El profesor 1 lo resuelve (*Figura 5*) con las estrategias de solución: replantea el problema, dibuja un diagrama, simplifica el problema, piensa en un problema relacionado, y usa una ecuación.

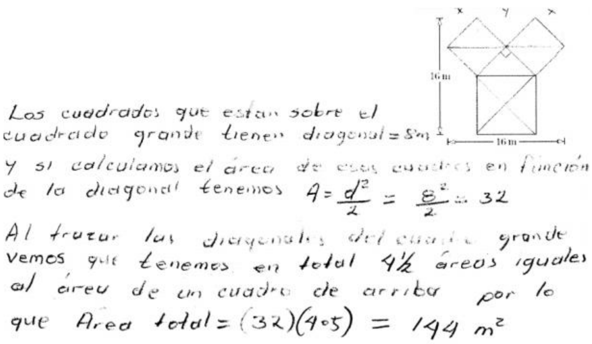


Figura 5. Solución del profesor 1 del problema multicaminos

El profesor 2 lo resuelve (*Figura 6*) con las estrategias de solución: replantea el problema, usa una ecuación, resuelve parte del problema, y usa un modelo.

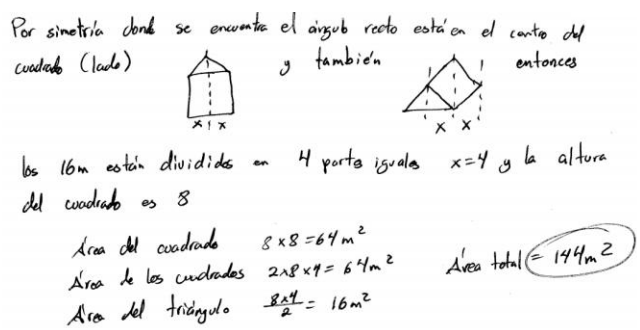


Figura 6. Solución del profesor 2 del problema multicaminos

El profesor 3 lo resuelve (*Figura 7*) con las estrategias de solución: piensa en un problema relacionado, simplifica el problema, dibuja un diagrama, y razonamiento lógico.

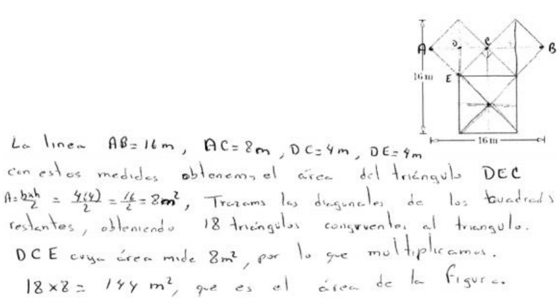


Figura 7. Solución del profesor 3 del problema multicaminos

Discusión de resultados

Las estrategias de solución son parte del MTSK, que no se pueden enseñar por sí solas; es decir, el estilo para resolver problemas es diferente para cada persona, mientras que a algunos les gusta usar más la aritmética y el razonamiento lógico, a otros más les gusta lo abstracto y ocupar más el álgebra, hay quienes con diagramas o trazos geométricos están cómodos. Entonces los profesores deben estar conscientes de este hecho, que todos los alumnos aprenden de distintas formas, algunos son más de estilos visuales que tendrían cierta tendencia por algunas estrategias de solución, otros son más de reflexionar lo que están haciendo y les gusta trabajar solos, otros en equipo, en fin, hay un sinnúmero de formas en que cada persona va construyendo su conocimiento, y las estrategias de solución son unas herramientas que debemos ejercitar, tanto como alumnos, como profesores, ya que de esta manera, al dar las clases empleando diferentes estrategias, resolviendo por diferentes caminos, tendremos mayor audiencia de nuestras lecciones, el número de estudiantes que comprendan que la matemática es flexible y bella será mayor, reconociendo que se pueden resolver problemas adivinando o escribiendo una sofisticada ecuación, y que ambas son dos formas válidas de hacer matemáticas, no hay una mejor a la hora de enseñar o aprender.

Conclusiones

Cada profesor tiene su propio estilo para resolver problemas matemáticos, aunque varios de ellos tuvieron la misma formación como profesores de secundaria con especialidad en matemáticas, la experiencia que cada uno va adquiriendo es diferente, por lo que al final, para poder resolver problemas, uno hace mano de lo que aprendió en la escuela como estudiante, y fuera de ella como alumno y también como profesor.

Es importante consideran el uso de una variedad de estrategias de solución cuando se resuelven problemas matemáticos, tanto como profesor cuando se enseña, como para los alumnos cuando aprenden. Si uno toma en cuenta, similar a las *inteligencias múltiples*, que existen alumnos que aprenden de distinta manera, que entre mayor sea nuestro abanico de estrategias, mayor será el número de alumnos que nos comprendan a la hora de construir conocimiento en el salón de clases.

Cada profesor tiene sus estrategias preferidas para resolver problemas, depende de su formación, de su experiencia en la docencia de matemáticas, del gusto por las matemáticas, y de la confianza que le dan debido a la resolución de problemas previos.

No se puedan enseñar las estrategias para poder resolver problemas, más bien, cada persona las va construyendo. Lo que sí se puede y creo, se debe, es fomentar el resolver problemas desde diversas maneras, aprender diario diferentes formas de hallar el mismo resultado, por caminos impensables.

Este énfasis en el uso de diversas estrategias para resolver problemas, no necesita de una reforma educativa para operar, desde cada profesor en cada aula, es posible realizarlo sin tanto presupuesto, ni con tanta fuerza para convencer a los profesores, ya que ellos están de acuerdo con esta idea en general. Los diseñadores curriculares del programa de matemáticas en secundaria, deberían tomar en cuenta el uso de diferentes estrategias, así como lo hacen algunos punteros en evaluaciones internacionales, como China y Singapur.

Los materiales, como libros de texto gratuitos o las consignas por parte de la SEP, debieran tomar en cuenta el uso de diferentes estrategias para resolver problemas, a través de preguntas que pudieran permitir resolver problemas de distintas maneras, con el empleo consciente de las estrategias, aunque no sea parte de la formación de los profesores, tal como se hace en China.

El uso de diferentes estrategias para resolver problemas, les permite a los profesores tener una mejor visión del enfoque de enseñar matemáticas a través de la resolución de problemas. Los problemas son el medio para aprender y enseñar matemáticas, no el fin. Las estrategias son el medio para poder resolver problemas, no el fin de la matemática.

En México, los programas de estudio en secundaria limitan el uso de las estrategias de solución a una sola, tampoco menciona cuántas existen y cuáles son. Nuestras autoridades educativas debieran voltear a lo que están haciendo otros países, y no copiar, pero sí evaluar cuáles propuestas serían fáciles y factibles de aplicar aquí.

Limitaciones del estudio

Se trabajó con pocos profesores, para estudios posteriores se pudiera considerar un número mayor. Se está trabajando en un modelo que pueda rescatar las aportaciones de Shulman, Ball, Aguilar, Fan y Zhu de tal manera que no se vea parchado, sino armonizado el uso de los teóricos. Para eso se requiere de mayor lectura y más diálogo con expertos en la resolución de problemas y el conocimiento especializado del profesor de matemáticas.

Referencias y bibliografía

AAAS. (1990). Science for all Americans online. EU: AAAS.

Aguilar, A., Carreño, E., Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L., Escudero, D., Flores, E., Flores, P., Montes, M., y Rojas, N. (2013). El conocimiento especializado del profesor de matemáticas: MTSK. *Actas del VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática* (pp. 5063-5069). Uruguay: Sociedad de Educación Matemática Uruguaya.

Ander-Egg, E. y Aguilar, M. (2001). Métodos y técnicas de investigación social. Vol. I. Acerca del conocimiento y del pensar científico, Argentina, Lumen.

Backhoff, E. y Solano, G. (2003). Tercer Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias Naturales (TIMSS): Resultados de México en 1995 y 2000. México: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.

Ball, D., Thames, M. y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407.

Fan, L. y Zhu, Y. (2007). Representation of problem-solving procedures: A comparative look at China, Singapore, and US mathematics textbooks. *Educational Studies in Mathematics*. 66, 61-75.

Hill, H., Ball, D., y Schilling, S. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education. 39*, 372-400.

Marván, L. (2001). *Hacer matemáticas.* México: Santillana.

NCTM (2000). Principles and Standards for School Mathematics. E.U.A.: NCTM.

OCDE (2013a). PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do. Student Performance in Mathematics, Reading and Science. Volume I. París: OCDE.

OCDE (2013b). México -Nota País- Resultados de PISA 2012. París: OCDE.

Ornelas, C. (2004). El instituto de evaluación educativa: promesas y escepticismo. En P. García; L. Gutiérrez y G. Torres (comp.), *El nuevo milenio mexicano. Tomo 4: los retos sociales.* México: Universidad Autónoma Metropolitana - Azcapotzalco, Ediciones y gráficos Eón.

Pozo, J. y Gómez M. (2009). *Aprender y enseñar ciencia.* Madrid: Morata.

Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review, 57*(1), 1-22.

Simon, H. (1999). “Problem solving”. En R. Wilson y F. Keil (eds.), The MIT encyclopedia of cognitive sciences. Cambridge, MA: The MIT press.