Interpretación de gráficas cartesianas sobre el movimiento desde una visión de construcción social

David **Zaldívar** Rojas
Centro Regional de Formación Docente e Investigación Educativa de Sonora
México
jdzaldivar@crfdies.edu.mx

Resumen

La presente comunicación discute la interpretación de gráficas del movimiento por parte de ciudadanos en actividades extra-escolares. Se realizan análisis desde una perspectiva de construcción social del conocimiento matemático, donde el énfasis está en las justificaciones funcionales. Es decir, no se atienden únicamente los registros de representación, sino a la *función* que tienen esas gráficas que se generan bajo situaciones de modelación del movimiento. La evidencia empírica se conforma bajo un mecanismo social de resignificación que involucra una categoría de conocimiento que convino llamarle el *cotidiano del ciudadano*. Dicha categoría expresa formas culturales de saberes asociadas al uso de las gráficas, pero que se encuentran *opacas* ante una matemática escolar centrada en la algoritmia. Se demuestra que al problematizar la variación y la tendencia en las actividades, la gráfica se resignifica progresivamente a partir de categorías funcionales de la misma, como son las trayectorias o las curvas de comportamiento global.

Palabras clave: cotidiano del ciudadano, usos de las gráficas, resignificación, movimiento, divulgación.

Introducción y planteamiento del problema

En las sociedades actuales, pocos dudarían de la importancia que reviste la educación en matemáticas en la conformación de los sistemas políticos, industriales, científicos y tecnológicos de nuestros tiempos. Principalmente, la importancia conferida a su enseñanza radica en una consigna que tiene que ver con la formación de ciudadanos críticos y preparados en las competencias necesarias para transformar su realidad de manera acorde a una visión científica, tecnológica, integrada y racional de la misma (Brenner & Moschkovich, 2002).

Sin embargo, la escuela y la educación no avanzan al mismo ritmo que los pormenores científicos y tecnológicos actuales. Por ejemplo, se usan las mismas posturas sobre lo que debería significar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, al igual que en épocas pasadas; salvo "modas" de "nuevos" paradigmas que permean los planes, programas y cada reforma educativa. Sin embargo, la constante es una demanda sobre que la matemática aprendida en la escuela debe responder a la realidad y ser funcional, es decir, que permita resolver problemas de la vida cotidiana de las personas que se están formando. Sin embargo, la relación entre la *realidad* y la *matemática escolar*, es la que resulta problemática.

Afirmamos que la enseñanza, el aprendizaje y la manera en la que se conforman los discursos escolares alrededor de las matemáticas transcurren, actualmente, sin considerar la *realidad* de las personas. Se constituyen discursos alrededor de una idea centrada en una difusa relación entre la realidad y la matemática escolar como un problema de *transferencia* únicamente. Se asume que de manera "natural" los conocimientos que la escuela *transmite* a los estudiantes, necesariamente se traducen en un conocimiento funcional para los primeros, es decir, que los estudiantes desarrollan un pensamiento matemático que permite resolver problemas del *día a día*. Esto ocasiona que la postura sobre la realidad de los estudiantes que vive en el discurso matemático escolar (dME) se considera únicamente en términos pedagógicos, es decir, como los *conocimientos previos, el sentido común* y las *experiencias pasadas*, lo cual parece ser suficiente para impregnar de realidad la enseñanza de la matemática escolar.

Justo la investigación que se propone, problematiza la relación entre la realidad y la matemática escolar al asumir que no existe un *diálogo* entre estos dos escenarios de conocimiento. Es decir, en la conformación del dME no importa entender las condiciones sociales de producción del conocimiento matemático en escenarios diferentes al escolar, sino que se asume que la inserción de los *conocimientos previos* de los estudiantes en el proceso de aprendizaje es suficiente para dotar al discurso de funcionalidad. Lo anterior da lugar a trabajos que proponen metodologías de enseñanza basados en la aplicación de prácticas cotidianas no comunes dentro del salón de clases, como por ejemplo, la discusión, el debate o el consenso (Rodrigo, 1997). Sin embargo, el énfasis principal se encuentra en el desarrollo de contenidos y en la instrucción; donde lo previo, lo cotidiano, lo implícito o lo común se presenta muchas veces como una fuente de saberes que fueron recogidos supuestamente de la experiencia de los estudiantes, pero "errónea" o "alejada" de lo socialmente aceptado en lo escolar, por lo que deben ser sustituidos o en la medida de lo posible "avanzar" hacia la formalización. De esta manera, el discurso Matemático Escolar (dME) se convierte en lo que "debe" considerarse como conocimiento matemático a expensas de que la instrucción escolar debe proveer un conocimiento funcional.

La crítica que se plantea tiene que ver con la manera en la cual el dME se constituye, al brindar evidencia y datos sobre *formas culturales de saberes que deja de lado y opaca el dME pero que participan en otros ámbitos de la actividad humana,* al encontrarse contenidas en estructuras y argumentaciones no convencionales, tradicionales en un sentido clásico y que no están consideradas dentro del discurso por distanciarse de lo "formal" como elemento clave de los objetos matemáticos y su aprendizaje. Por ejemplo, cuando la atención se enfoca en el desarrollo de algoritmos relacionados con el cociente $m = \frac{y - y_0}{x - x_0}$ para explicar la noción de derivada en un curso de Cálculo, se privilegian significados únicamente relacionados con el límite de dicho cociente, expresado en la siguiente manera: $f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$. Sin embargo, esta centración en los conceptos implica una "arista" de la derivada, lo cual opaca otros procedimientos y significados asociados a la misma, pero más aún, las argumentaciones que los estudiantes pudieran realizar de dicha relación. No se reconoce que la derivada adquiere un nuevo estatus y significados si se ancla a procedimientos donde la *situación* de *predecir la posición de un móvil* cuando se conoce su posición inicial y la variación en ese instante se pone en funcionamiento (Cordero, 2008).

De esta manera, los resultados que se ponen a discusión pretenden llamar la atención hacia aquellos saberes que se encuentran en el *cotidiano del ciudadano* pero que son opacos en el dME, puesto que éste se conformó excluyendo aquello que no tenga la forma escolarmente aceptada, a aquello no generalizable y propone a la abstracción como el fin último del aprendizaje de las matemáticas. Lo anterior provoca que se *opaquen* otras formas culturales de saberes funcionales. Esta problemática se asume como provocado por un *fenómeno de opacidad* de los saberes del ciudadano en la conformación del dME.

Ahora bien, el **cotidiano** expresa el conocimiento en uso de los ciudadanos, a partir de mecanismos de construcción social, y se refiere a *ciertas formas culturales del conocimiento que fueron social e históricamente conformadas en ámbitos de la actividad humana, y que se mantienen en cierta situación específica pero que son proclives a transformarse*. Esta caracterización expresa una postura epistemológica y ontológica donde se asume que el conocimiento matemático posee una función social particular, esto es, se inscribe a un escenario de conocimiento donde se expresarán saberes a partir de situaciones específicas en la actividad humana (*Figura 1*).

Figura 1. La función social del conocimiento matemático

El cotidiano del ciudadano *revela* no el lugar donde sucede conocimiento, sino al conocimiento mismo que se constituye en los *usos que se suceden*, en lo vivencial, en el motivo pragmático y lo situacional; pero también, se refiere a un conocimiento que prevalece y sirve para lidiar con las situaciones del día a día a través de formas culturales de saberes que se estructuran en una dialéctica de *mantenimiento* y de *crisis*. Esos saberes, es decir, ese conocimiento en uso se mantiene, sin embargo, ante situaciones ajenas y por el carácter histórico y cultural propio se desarrollan o bien retroceden (Berger & Luckmann, 2006; Heller, 1977). Es así que *lo cotidiano* en tanto conocimiento se considera como una epistemología particular que se ancla a un escenario específico que se expresa en argumentaciones y sistemas de usos en términos de una dialéctica *Mantenimiento-Crisis* mientras el conocimiento se encuentra en *uso* (Zaldívar, 2014).

De esta manera, el cotidiano no se refiere a contextos de significación relativos a los conocimientos *previos* de los estudiantes, como muchas investigaciones plantean, al momento de discutir sobre la realidad y los contextos. Más bien, el cotidiano alude a un conocimiento legítimo y como elemento crucial para un posible rediseño del dME. Atender a la problemática de la opacidad, implica el cotidiano se debe integrar y *visibilizarse* durante un rediseño del actual dME. Estos elementos generalmente se encuentran subordinados y opacados por un discurso vertical, utilitario y centrado en la conceptualización y algoritmia. El cotidiano entonces surge como una respuesta que pretende atender el fenómeno de opacidad.

En particular, en esta comunicación se dará evidencia de aquellas formas culturales de saberes relativos a las gráficas cartesianas en situaciones de modelación pero en un escenario extra escolar de divulgación de las ciencias.

Fundamentos teóricos

La Matemática Educativa (ME) como disciplina científica no se remite únicamente a la enseñanza de las matemáticas o a la búsqueda de mejores maneras de presentar contenidos matemáticos. Asume como objeto de estudio, por ejemplo, la organización de una actividad cuya intención declarada sea el aprendizaje de un cierto conocimiento matemático o los fenómenos didácticos que se suscitan cuando existe una intencionalidad expresa en la enseñanza de saberes matemáticos (Cantoral & Farfán, 2003). Bajo esta intención es que se propone afectar al sistema educativo en un sentido benéfico, para que de esta manera los estudiantes sean capaces de construir un saber vivo, que se mueve, que evolucione y principalmente que sea funcional. Para ello, la ME afianza diversos modelos teóricos para entender cómo las personas llegan a "aprender" matemáticas y se relacionan entre sí y con el conocimiento. Uno de ellos, que busca construir y modelar explicaciones sistémicas de los fenómenos didácticos en el campo de las matemáticas es la Teoría Socioepistemológica (TS).

Lo "socio" implica tratar con fenómenos de producción, adquisición y de difusión del conocimiento matemático desde una perspectiva sistémica y múltiple con la finalidad de un rediseño del dME. Para ello, reconoce la incorporación a la investigación de la epistemología del conocimiento, su dimensión sociocultural, los procesos cognitivos asociados y los mecanismos de institucionalización vía su enseñanza (Cantoral & Farfán, 2003; Cantoral, 2013). De esta manera, los análisis dentro de la TS no se centran de una manera aislada en el papel de la semiosis o de las construcciones mentales de los estudiantes, sino que su énfasis está en la intervención como forma de afectar directamente el sistema didáctico para transformarlo.

El programa de investigación de la socioepistemología admite que los conceptos y procesos matemáticos puestos en funcionamiento en un acto didáctico posiblemente no admiten la misma forma que los objetos matemáticos aceptados por una comunidad matemática o en una currícula oficial en un sentido más escolar o clásico. Sino que también trata de acciones, actividades, herramientas y prácticas que participan en ámbitos de la actividad humana (Cantoral, 2013).

Apuesta entonces al reconocimiento y delimitación de los usos del conocimiento en situaciones específicas, donde éste adquiere sentido y significación (Cantoral, 2013). Para ello postula que antes de hablar de un entramado de conceptos y definiciones matemáticas, se debe poner atención a las *prácticas sociales* que permiten y acompañan la conformación de dichos conceptos matemáticos. Modelar entonces, el papel de las prácticas sociales y su función en la construcción de conocimiento matemático es de crucial interés para dicho encuadre teórico, lo cual implica diseñar situaciones dotadas de intencionalidad para la intervención didáctica y la cual estará expresada en los usos que los grupos humanos hagan del conocimiento, mientras este se resignifica (Zaldívar, Cen, Briceño, Méndez, Cordero, en prensa).

Por ejemplo, en los planes y programas de estudio del nivel medio superior en México, se plantea a la gráfica como la representación del concepto de función y se avocan a la visualización como estrategia didáctica para el estudio de la gráfica (Cordero, Cen & Suárez, 2010). Para ello, la actividad matemática escolar se plantea tareas relacionadas con la ubicación de puntos en un plano cartesiano que fueron escogidos arbitrariamente y que se obtienen de evaluar valores en la ecuación. Sin embargo, esta construcción de la gráfica debate con otros funcionamientos y formas de la gráfica en escenarios científicos y del trabajo, donde la gráfica se usa en análisis, para tomar decisiones y es un modelo de comportamiento (Roth, 2002; Hoyles, Noss, & Pozzi, 2001; Buendía & Cordero, 2005). Por lo que desde la TS no es únicamente la acción de representar al objeto matemático lo cual importa, sino aquellas prácticas sociales y de referencia que generan el uso de dichas gráficas, aspecto que desde el dME se encuentra *opaco*.

Metodología y unidad de análisis

El logro teórico que se alcanza en la presente comunicación consiste en proponer un mecanismo de construcción social que caracteriza al *cotidiano*. Este mecanismo nos lo brindó una reinterpretación de los trabajos de Berger & Luckmann (2006). En el fondo estos autores proponen un modelo para entender la construcción de conocimiento del ciudadano en su cotidiano a partir de una dialéctica *mantenimiento-crisis*. Más aún, dejan ver que la realidad, en nuestro caso, interpretándola como *los saberes matemáticos de la gente*, se condensa en núcleos que se tipifican como mantenimientos de rutina, los cuales son proclives a encontrarse con situaciones que alteren su permanencia y estabilidad, de ahí su dialéctica y la relevancia de la socialización.

El aporte de la investigación en la TS consiste en relacionar el mecanismo de construcción social de *mantenimiento-crisis* con los *usos del conocimiento* en un escenario particular y bajo situaciones específicas. Lo anterior se logra cuando se considera que esas formas culturales de saberes, es decir, la dialéctica mantenimiento-crisis, se constituye en las **argumentaciones** (significados, procedimientos, procesos-objetos) que sobre los conocimientos matemáticos se hagan en *el uso* (ver *Figura 2*).

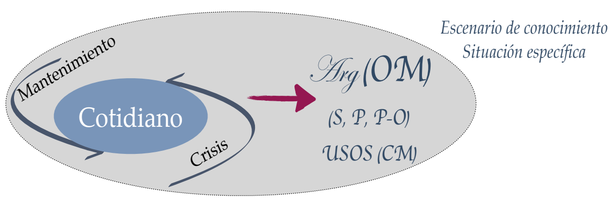


Figura 2. La dialéctica *mantenimiento-crisis* como mecanismo de construcción social

La elección del escenario para vigilar las hipótesis y conformar la evidencia empírica fue idóneo, pues se buscaba promover que el foco y discusión no sean algoritmos o contenidos curriculares previamente establecidos y provocar un alejamiento de los efectos alienantes del discurso matemático escolar. De esta manera el escenario extra-escolar promueve las argumentaciones que se generan bajo situaciones específicas. Por estas razones es que se eligió para el desarrollo de la investigación un escenario de divulgación de las ciencias (DC). Cabe mencionar que no se ahondará en las problemáticas propias de la DC, sin embargo, conviene esclarecer una postura al respecto del escenario y justificar su inserción en la investigación.

En la literatura, muchas veces la DC se considera como una actividad de transmisión unidireccional de los conocimientos científicos a la población en general, usando para ello, un lenguaje accesible y no especializado, con la finalidad de crear interés por la ciencia (Blanco, 2004; Roqueplo, 1983). Sin embargo, muchas de las propuestas en divulgación únicamente se preocupan por hacer del conocimiento algo "atractivo", sin que se cuestione aquello que se divulga.

Las posturas anteriores consideramos que son limitantes, dados nuestros posicionamientos. Más bien consideramos a la actividad divulgativa como un proceso de socialización, de culturización y democratizadora del conocimiento científico. La DC de esta manera tiene una función sensibilizadora y promover un diálogo entre la ciencia y la población no necesariamente científica a través de la socialización, es decir, desde las personas mismas. Debe permitir a las personas reconocerse como parte de una sociedad y en el "otro", donde el conocimiento científico amalgame dichas relaciones.

La inserción en el escenario de DC se realiza bajo un tipo de actividad particular: talleres de ciencias. Dentro de este taller se elaboran situaciones de modelación del movimiento (Suárez, 2014), cuyos diseños se basan en el mecanismo de construcción social de *mantenimiento-crisis* que tipifica a una epistemología del conocimiento del cotidiano. El objetivo entonces es permitir la aparición de ciertas formas culturales de conocimiento que los participantes ponen en juego a través de permitir cierta presencia de las ciencias en la cultura de los mismos alejándonos de una actividad meramente demostrativa (Roqueplo, 1983).

De manera general, el taller tiene por objetivo problematizar desde los ciudadanos, nociones y significados sobre la *variación*, el *cambio* y comportamientos con *tendencia*, por medio de un *uso de las gráficas* que se generan a partir de modelar un fenómeno de movimiento. Los análisis que se llevaron a cabo consideran una situación particular: la Situación del Resorte (Zaldívar, 2014). Dicha situación problematiza, a través de las gráficas, la propiedad de estabilidad de las soluciones de una ecuación diferencial asociada al comportamiento de un sistema físico Masa-Resorte-Amortiguamiento, usando para ello sensores de movimiento y un artefacto físico que representa la situación experimentalmente (ver *Figura 3*). De esta forma, la situación provee un marco de referencia alternativo donde se resignifica a la estabilidad como un *comportamiento asintótico y tendencial a partir de los usos de las gráficas* pero desde lo que los ciudadanos usan y hacen.

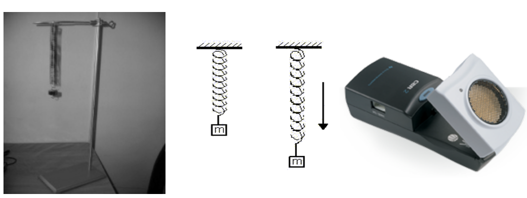


Figura 3. Artefacto de modelación del sistema MRA y sensor de movimiento

La situación del resorte y todo el programa socioepistemológico que sostiene su fundamentación, pretende poner en evidencia ciertos saberes culturales de los ciudadanos sobre el movimiento, las gráficas y la estabilidad misma, que se excluyen en la conformación de los discursos escolares y planes de estudio alrededor de un excesivo trabajo algorítmico en los cursos de ecuaciones diferenciales, por ejemplo. Para ello, el diseño se articula en tres momentos que permiten un desarrollo de las argumentaciones de los participantes cuando se problematiza a la estabilidad a través de un uso de las gráficas: momento de mantenimiento, de crisis y de funcionalidad. Estos momentos además articulan una epistemología que se fundamenta en un mecanismo de *mantenimiento-crisis* que caracteriza al conocimiento cotidiano del ciudadano (Zaldívar, 2014).

I. Momento de mantenimiento: se pretende que los participantes construyan argumentaciones, desde sus experiencias, con su propio lenguaje y vivencias, aspectos que tienen que ver con el fenómeno. En la primera actividad se espera que se haga referencia a aspectos funcionales de la estabilidad, es decir, lo relativo a *lo estable* por medio de representaciones pictográficas alusivas al resorte, a cómo se mueve y en la dirección en la que lo hace. Principalmente se espera que las producciones se basen en el uso de *trayectorias* para representar el movimiento, aspectos gestuales particulares y dibujos pictográficos que expliquen la situación de movimiento (Zaldívar, 2014). Este momento expresa las formas culturales de los participantes sobre el movimiento, las gráficas y la estabilidad.

II. Momento de crisis del mantenimiento: Los significados que se tratan de generar en los participantes tienen que ver con los modelos que se obtienen con ayuda de sensores de movimiento (ver *Figura 3*). La tecnología por su parte permite múltiples realizaciones y enlazar una estructura culturalmente propias del momento de mantenimiento con estructuras referidas a las gráficas cartesianas y a la aparición de lo cartesiano: posición y tiempo, puntos de referencia, origen cartesiano y fenomenológico (Miranda, Radford & Guzmán, 2007). La anticipación, lo asintótico y el análisis local surgen entonces como las herramientas que se ponen a discusión para generar un argumento más centrado en el comportamiento tendencial. Lo anterior permite la aparición de otros usos de las gráficas más acorde con caracterizar el comportamiento global del sistema por medio de una *curva* y en elementos como su amplitud, altura, variaciones, periodicidad y tendencia.

III. Momento de funcionalidad: La intencionalidad es mantener una estructura más compleja de argumentaciones sobre lo estable a partir de la construcción de gráficas cartesianas como modelos explicativos, manipulables y predecibles, de acuerdo a la situación planteada a partir de la tendencia y la variación. Así mismo, encontrar y analizar las condiciones bajo las cuales el comportamiento del resorte se mantiene y los parámetros involucrados en tipos de comportamientos particulares de la situación con respecto a la solución: subamortiguado, críticamente amortiguado y sobreamortiguado.

Construcción de la evidencia empírica y resultados

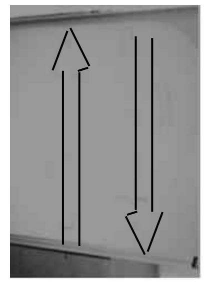
La intención de este apartado es mostrar con ejemplos concretos evidencia de ciertos saberes sobre las gráficas y sus usos opacos en el dME a partir de reconocer la dialéctica mantenimiento-crisis que surgen desde el cotidiano cuando los participantes se enfrentan a una situación de movimiento no convencional en un escenario extra-escolar de divulgación. De manera particular y el caso que se trabaja, el reconocimiento de la dialéctica se objetiva en el desarrollo de las argumentaciones que sobre la estabilidad los participantes elaboren a través de los usos de las gráficas que se sucedan en la modelación de la situación del resorte, a través de los *funcionamientos* y *formas* de las gráficas en la situación (Cordero, Cen & Suárez, 2010). En este apartado nos restringimos a mostrar dos casos de análisis y la forma en la cual las gráficas cartesianas se interpretaban y usaban, dadas la función que los ciudadanos les confieren en la situación: *la aparición de la trayectoria* y el aparente *abandono de la trayectoria y la discusión sobre la curva.*

La aparición de la trayectoria

La primera actividad consistía en solicitarles a los participantes que dibujaran el movimiento de un resorte cuando se le ponía una pesa, pero sin realizar el experimento. Esta actividad inicial sobre dibujar el movimiento del resorte, de manera general y recurrentemente daba lugar que los participantes formularan respuestas asociadas con la aparición de dibujos icónicos, donde importa dibujar aquello que se mueve y cómo se mueve y en algunas ocasiones indicar una *secuencia temporal* de la situación. A este uso de la gráfica se convino llamarle

orientar el movimiento. Esto significa que la función de las gráficas en su uso era para indicar dirección y sentido del movimiento repetitivo, pero a través de formular un patrón de ajuste de tipo icónico, gestual o verbal, por ejemplo mover la mano de "arriba hacia abajo". En el siguiente extracto se observa una respuesta de una participante y la producción que acompañaba a su explicación.

T: *entonces, ¿qué significa esta flecha?...*
P: *que sube y que baja* (Imita el desplazamiento del resorte con las manos).
T: *¿Cuántas veces?...*
P: *muchas…*
T: *¿Dónde se ve eso?* [Las participantes se quedan calladas y con una expresión de sorpresa y confusión].



Extracto 1 y Figura 3. Respuestas a la primera actividad de la situación del resorte

Estas producciones tienen ciertas convenciones sociales y culturales asociados a ellos. Aspectos que diversas investigaciones han detectado también (ver por ejemplo Sherin, 2000). Se puede observar que los participantes necesitan crear un dibujo con el objeto de ser fieles a la historia a contar obviando aspectos que nunca ocurrieron (Nemirovsky & Tierney, 2001). De manera general, los patrones de ajuste icónicos y gestuales sobre el comportamiento se agrupan en la siguiente figura 4:

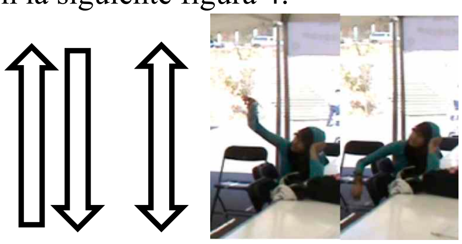


Figura 4. Patrones de ajuste asociados al uso orientar el movimiento de la gráfica

Justo en este uso de la gráfica, las referencias funcionales a la propiedad de estabilidad, es decir lo *estable* en términos argumentativos, aparecían como un modelo de *permanencia*, es decir el significado que se ancla a la estabilidad era que el resorte no se detiene debido a los patrones de ajuste que se proponen basados en *trayectorias*, cuyo surgimiento atiende a una necesidad de orientar el movimiento del resorte.

Con trayectoria no se hace referencia únicamente al lugar geométrico de las posiciones sucesivas por las que pasa un cuerpo en su movimiento. Más bien se llama la atención al tipo de interpretación, lectura y función de esta herramienta icónica o gestual. La cual generalmente aparece como un patrón de ajuste que hace referencia a aquello que se mueve (el resorte y la pesa) pero donde la función es la de indicar dirección y sentido por medio de flechas (arriba, abajo, sube y baja). Pero justo aquello que acompaña a estas producciones escritas también se encontraba en la base de las justificaciones ciertos argumentos gestuales, como el hecho de indicar con la mano que el resorte sube y baja continuamente. La trayectoria resignifica el espacio y el tiempo en un patrón de ajuste donde el tiempo se incrusta en la distancia; por lo que la trayectoria no indica explícitamente variaciones, tendencias, ni es un modelo de anticipación.

El abandono de la trayectoria y la aparición de la curva

En este apartado se discutirá sobre aquello que provocó el empleo de un nuevo patrón de ajuste que parece ser más cercano a lo que podría ser una gráfica cartesiana. La reflexión era motivada por la tecnología, pero también por el hecho de problematizar los patrones de ajuste como se muestran en la Figura 4. La problematización consistía en poner en crisis a las argumentaciones iniciales en el momento del mantenimiento, específicamente al hacer referencia a la tendencia, a la variación y a aspectos locales del comportamiento. Por ejemplo, el siguiente extracto 2 muestra el tipo de preguntas que se realizan para debatir con un equipo cuya propuesta consiste en una trayectoria:

T: *ahora, una pregunta muy importante. El resorte se detiene, ¿sí o no?*
T: *P1, tu dijiste que sí se detiene… ¿por qué piensas que se detiene?*
P1: *porque si se detiene, porque llega a un cierto tiempo en que…*
P2: *pierde fuerza…*
P1: *ajá… la fuerza se empieza a hacer más pequeña, más pequeña, más pequeña, más pequeña, hasta que ya…*
T: *a ver… P3 dice que no se detiene, ¿por qué no se detiene?*
P3: *porque tiene mucho peso, no se va a detener… va a seguir…* [la gravedad siempre jala… no lo deja de hacer]
T: *dice que como tiene mucho peso no se va a detener…*

Extracto 2. El paso a la curva y el abandono de la trayectoria

Se observa en el debate entre el tallerista (T) y los participantes (P1, P2, P3) que éstos recurren a nociones físicas como fuerza y gravedad, lo cual era bastante recurrente en los talleres, para explicar cómo será el comportamiento del resorte. Además, esta manera de explicar se acompaña de aspectos gestuales tales como un movimiento vertical con la mano pero reduciéndolo cada vez más mientras se avanza en la explicación, como haciendo que el tiempo “avance”.

En otras ocasiones, se presentaba en un inicio del taller la situación de “Construya su montaña” (Briceño, 2013), donde los participantes ya tenían una cierta experiencia con el uso del sensor de movimiento. Esto ocasionaba que la forma perceptible del dibujo cambiara a “ondas” que expresaban el *comportamiento global del fenómeno*. También permitía una complejización del argumento gestual asociado (ver extracto 3 y Figura 5).

T: *a ver, a ver… ustedes que ya vieron gráficas con el sensor de movimiento… ¿cómo sería la gráfica del movimiento cuando yo ponga la pesa en el resorte?…*

Extracto 5 y figura 5. La aparición de la curva, la curva en el “aire”

Sin embargo, además del ingreso de la tecnología un elemento que permitía el desarrollo de las argumentaciones sobre la estabilidad son la *variación* y la *tendencia*. Los cuales eran argumentos que se discutían también en la situación de la montaña.

Desde nuestros análisis de los usos de las gráficas el “abandono” de la trayectoria como patrón de ajuste surge entonces cuando la situación exige un análisis de la estructura interna del sistema a modelar, pero en términos de problematizar explícitamente lo variacional y lo tendencial anclado al sistema. Esto implica complejizar el patrón de ajuste basado en trayectorias pero que permita argumentar sobre la tendencia y la variación, por medio de intentar explicar el cómo se mueve el resorte y cómo se comportará.

Consideramos que estos argumentos de variación y tendencia generaron una manera diferente y compleja de interpretar el movimiento, el espacio y hacer explícito el tiempo. Así mismo, el ingreso de la tecnología permitió discutir sobre el origen fenomenológico y el cartesiano y sus relaciones, como puntos de referencia necesarios. De esta manera indicar dirección y sentido parece ser insuficiente pero también necesario para explicitar elementos variacionales y tendenciales; sin embargo, se encuentran en la base de las argumentaciones sobre el movimiento.

Entre los elementos que se discuten se puede apreciar una necesidad por parte de los participantes de “cortar” a la gráfica que proponen, “cuando se mueve”, “cuando empieza a detenerse”, “cuando se detiene”. Pero más aún, no existe una necesidad de expresar todo el recorrido, sino dar una idea general del comportamiento de manera global. Así como tampoco existe una referencia clara al punto de referencia, sino indicios. A este tipo de gráfica, es a la que nos referiremos como “curva” (ver Figura 6).

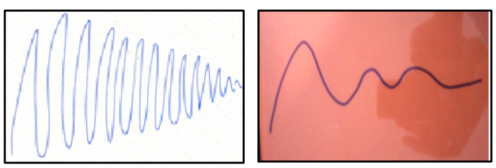
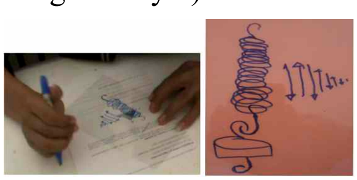


Figura 6. La curva como comportamiento global

La estabilidad de esta manera parece ser reconocida como un comportamiento particular asociado al fenómeno, que se expresa en las curvas suaves y en las partes de la curva. Este significado surge cuando la gráfica se usa para analizar la *estructura interna del sistema y expresar globalidad, variación y en ocasiones tendencia*.

No obstante a esta aparición de la curva, en muchas ocasiones también se presenta un *aparente* abandono de la trayectoria. Es decir, la estructura y la lectura del movimiento se basa en la orientación como uso que se le da a la gráfica, sin embargo, integra elementos variacionales y tendenciales ajustando el patrón de trayectorias. El gesto de la mano vertical que se detiene en un punto medio puede ser un ejemplo de esto y la curva de las flechas que se hacen “chiquitas” (ver figuras 7 y 8).



Figuras 7 y 8. “¡Pero hazlas más chiquitas!”: La “gráfica” como *flechas*

Esta es una manera en la cual se pone en evidencia que la lectura e interpretación de las gráficas cartesianas exige de *resignificaciones progresivas* no triviales y que no únicamente se basen en la ubicación de puntos para el análisis como en muchos cursos donde tratan el concepto de función la gráfica sirve como una representación al ubicar puntos en el plano.

En las flechas del participante están contenidas la dirección, pero la altura o dimensión de las flecahas contiene información sobre la velocidad o intensidad del movimiento del resorte. Esto también significa que se juegan con las características *figurales* de los elementos y la visualización de las mismas (Nemirovsky Y Tierney, 2001; DiSessa, et al., 1991). Las flechas indican velocidad y no posición relativa del resorte. En ellas está contenida la variación, pero también la tendencia, sin un énfasis en la *continuidad*.

Esto deja entrever que la trayectoria como patrón de ajuste no se elimina de las argumentaciones de los participantes, sino que es parte de esos saberes culturales en el cotidiano; pero que es posible complejizar esas estructuras, con la integración de la variación, la tendencia y puntos de referencia en el cual el sensor deviene importante.

Se tiene entonces que la lectura que los argumentos situacionales permitieron no fue únicamente de "arriba hacia abajo", sino también de "izquierda a derecha", lo cual implica "el paso del tiempo". La estabilidad entonces se significa en este patrón de ajuste de curvas como un comportamiento particular, repetitivo y continuo.

Comentarios finales

La evidencia que conformamos sobre la lectura e interpretación de las gráficas en un escenario extra-escolar permitió modelar las resignificaciones del conocimiento matemático desde los ciudadanos mismos, a través de un mecanismo de construcción social de mantenimiento-crisis. Dicha dialéctica expresa que el conocimiento obedece a un funcionamiento específico bajo ciertas formas culturales y funcionales que se anclan a una situación y a un escenario particular, pero que además se resignifican y trascienden.

La evidencia que se conformó postula que la *búsqueda de la permanencia* (búsqueda de invariantes) en las cosas que varían es parte de la actividad humana relativa a una significación del movimiento relativo, dada la situación específica. Sin embargo, esta función aparece opaca en el dME. En síntesis, el cotidiano ofrece una argumentación basada en trayectorias, la función del cotidiano está en la búsqueda intencional de la permanencia en el cambio, y un patrón de ajuste lo encuentra en las trayectorias. Cabe mencionar que en los análisis lejos de concentrarnos en el gesto, por ejemplo, nos importaba más *aquello que permitía* la aparición de dicho gesto; postura que desde la semiótica no es claro.

Lo importante es entonces que este mantenimiento será resistente y persistente a la transformación (ver ejemplo de la figura 7 y 8). Sin embargo, es posible problematizar, es decir crear crisis en dicho mantenimiento, por medio de socializar y desde la modelación-graficación hacia otras formas de conocimiento basadas en las categorías de conocimiento propuestas por la socioepistemología, a través de la variación y la tendencia. Lo anterior permite analizar la estructura del sistema y anticipar el comportamiento del mismo, por medio de un patrón de ajuste asintótico basado en curvas y posteriormente en gráficas cartesianas.

Referencias y bibliografía

Berger, P., & Luckmann, T. (2006). *La construcción social de la realidad.* Buenos Aires: Amorrortu.

Blanco, A. (2004). Relaciones entre la Educación Científica y la Divulgación de las Ciencias. Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias, 1(2), 70-86.

Brenner, M. & Moschkovich, J. (Eds.) (2002). *Everyday and Academic Mathematics in the Classroom*. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).

Briceño, E. (2013). El uso de la gráfica como instrumento de argumentación situacional con recursos tecnológicos. Tesis inédita de Doctorado. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, Departamento de Matemática Educativa. D.F., México.

Buendía, G., & Cordero, F. (2005). Prediction and the periodical aspect as generators of knowledge in a social practice framework: a socioepistemological study. Educational Studies in Mathematics, 58, 299-333.

Cantoral, R., & Farfán, R. (2003). Mathematics Education: A vision of its evolution. *Educational Studies in Mathematics, 53*(3), 255-270.

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento.* México: Editorial Gedisa, S.A.

Cordero, F. (2008). El uso de las gráficas en el discurso del cálculo escolar. Una visión socioepistemológica. En R. Cantoral, O. Covián, R. M. Farfán, J. Lezama & A. Romo (Ed.), *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte Iberoamericano* (pp. 285-309). México, D. F.: Díaz de Santos-Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. A. C.

Cordero, F., Cen, C., & Suárez, L. (2010). Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 13(2), 187-214.

DiSessa, A.; Hammer, D.; Sherin, B. (1991). Inventing graphing: meta-representational expertise in children. Journal of mathematical behavior 10, 117-160.

Heller, A. (1977). *Sociología de la Vida Cotidiana.* Barcelona: Ediciones Península.

Hoyles, C., Noss, R., & Pozzi, S. (2001). Proportional reasoning in Nursing practice. *Journal for Research in Mathematics Education, 32*(1), 4-27.

Miranda, I.; Radford, L. & Guzmán, J. (2007). Interpretación de gráficas cartesianas sobre el movimiento desde el punto de vista de la teoría de la objetivación. Educación Matemática, 19(3), 5-30.

Nemirovsky, R. Tierney, C. & Tracy, W. (1998). Body and graphing. Cognition and Instruction, 16 (2), 119-172.

Rodrigo, M. J. (1997a). Del escenario sociocultural al constructivismo episódico: un viaje al conocimiento escolar de la mano de las teorías implícitas. En Rodrigo, J.M. & Arnay, J. (Eds.), La construcción del conocimiento escolar (págs. 177-191). España: Paidós.

Roqueplo, P. (1983). El Reparto del Saber. Ciencia, cultura, divulgación. Buenos Aires: Gedisa.

Roth, W. (2002b). Aprender Ciencias en y para la comunidad. *Enseñanza de las ciencias, 20*(2), 95-208.

Sherin, B. (2000). How students invent representations of motion. A genetic account. Journal of Mathematical Behavior, 19. 399-441.

Suárez, L. (2014). Modelación-graficación para la matemática escolar. Díaz de Santos: México.

Zaldívar, D., Cen, C., Méndez, M., Briceño, E. & Cordero, F. (en prensa). El espacio de trabajo matemático y la situación específica de la matemática funcional: un ejercicio de diálogo. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa.*

Zaldívar, D. (2014). *Un estudio de la resignificación del conocimiento matemático del ciudadano en un escenario no escolar*. (Tesis inédita de Doctorado). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México.