



Conhecimentos necessários ao professor para ensinar noções concernentes à probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental

Ruy César Pietropaolo

Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo Brasil

rpietropaolo@gmail.com

Angélica da Fontoura Garcia Silva

Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo Brasil

angelicafontoura@gmail.com

Tânia Maria Mendonça Campos

Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo Brasil

taniammcampos@hotmail.com

Resumo

Apresenta-se, neste artigo, um estudo cuja finalidade foi investigar os conhecimentos necessários ao professor para ensinar probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental. Esse estudo, de natureza qualitativa, foi desenvolvido no âmbito do programa Observatório da Educação em um curso de formação continuada envolvendo 23 professores de matemática em duas etapas: a primeira objetivou identificar os conhecimentos desses docentes sobre probabilidade e a respeito de seu ensino; a segunda, realizada segundo princípios da metodologia *Design Experiments*, teve por objetivo ampliar a imagem conceitual dos professores do ensino de noções concernentes a respeito à probabilidade. Embora o grupo tenha ampliado a base de conhecimentos para o ensino, percebeu-se certo ceticismo quanto à viabilidade de aplicação em aula de tópicos discutidos no processo formativo, mediante a incumbência de colocar em prática outras inovações propostas no currículo. Essa tensão deve-se ao fato de ainda considerarem probabilidade como algo menor, diante da tarefa que têm em ensinar Álgebra e Geometria.

Palavras chave: Ensino de Probabilidade, Formação de Professores de Matemática, Conhecimento Matemático para o Ensino.

Introdução

O propósito deste artigo é a de apresentar resultados de uma investigação a respeito dos conhecimentos necessários ao professor para ensinar probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental. Essa investigação, desenvolvida no âmbito de um curso de formação continuada do Observatório da Educação – projeto de formação e pesquisa financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, envolveu 23 professores da rede pública de uma cidade do interior do Estado de São Paulo.

O Observatório da Educação, programa desenvolvido pela CAPES, foi instituído por um Decreto Presidencial de 08 de junho de 2006, com o objetivo de fomentar estudos e pesquisas em educação, que utilizem a infraestrutura disponível das Instituições de Educação Superior e as bases de dados existentes no Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas – INEP. O programa visa, principalmente, proporcionar a articulação entre pós-graduação, licenciaturas e escolas de educação básica e estimular a produção acadêmica e a formação de recursos pós-graduados, em nível de mestrado e doutorado.

As questões geradoras deste estudo foram

- Quais são os conhecimentos e a imagem conceitual de um grupo de professores de Matemática a respeito probabilidade e de seu ensino dos anos finais do Ensino Fundamental?
- Uma sequência de atividades, que explore inicialmente conhecimentos sobre aleatoriedade e de espaço amostral e, posteriormente, a quantificação de probabilidades, pode favorecer a ressignificação de professores a respeito da inclusão desse tema, nos anos finais do Ensino Fundamental?

Diversos pesquisadores, como Gal (2005) e Batanero (2013), têm indicado razões para o estudo da probabilidade nas escolas: sua utilidade para o cotidiano das pessoas, o seu papel instrumental em outras disciplinas, a necessidade para a leitura e interpretação de dados estatísticos em muitas profissões e, conseqüentemente, o importante papel do raciocínio probabilístico na tomada de decisões.

Julgamos que essa pesquisa seja relevante, posto que a compreensão da noção de probabilidade constitui etapa importante – senão necessária – para o desenvolvimento do pensamento matemático: muitas pessoas acreditam que a matemática trabalha apenas com fenômenos determinísticos e que, por esse motivo, o estudo do acaso não seria científico. Por outro lado, o estudo da probabilidade possibilita a retomada e, de certa forma, em alguns casos, a ampliação de noções concernentes aos números racionais e às medidas de grandezas como área. Além disso, a probabilidade é um excelente contexto que pode contribuir para a construção de significados dos diferentes tipos de agrupamentos, favorecendo o desenvolvimento do pensamento combinatório e também para o desenvolvimento do pensamento estatístico.

Mediante essa importância, documentos oficiais prescrevem já para os anos iniciais do

Ensino Fundamental a introdução da noção de probabilidade. Documentos de referência, como Parâmetros Curriculares Nacionais e Currículo do Estado de São Paulo preveem que os professores do Ensino Fundamental considerem como principal objetivo do ensino da probabilidade é promover a compreensão do estudante a respeito de que grande parte dos acontecimentos do cotidiano é de natureza aleatória, sendo possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos. Assim, as noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, deveriam ser exploradas na escola, em situações nas quais o aluno realiza experimentos e observa eventos (Brasil, 1998, p.40).

Segundo o currículo de São Paulo, aprender noções concernentes à probabilidade exige diversos aspectos cognitivos dos alunos e que estes podem ser desenvolvidos ao longo dos anos de estudo e não apenas no 2º ano do Ensino Médio, como tradicionalmente ocorre.

No entanto, diversos autores consideram que os professores não têm uma formação adequada para ensinar nem estatística nem probabilidade (Ortiz, Batanero e Contreras, 2012). Em relação ao Brasil, muitos docentes não estão sequer convencidos de que a probabilidade seja importante para ser desenvolvida no Ensino Médio; quanto ao Fundamental, têm uma posição ainda mais restritiva: consideram a inclusão desse tema totalmente inadequada e desnecessária – fato este mostrado nesta pesquisa.

Assim, para promover a inclusão da probabilidade no Ensino Fundamental, primeiro seria necessário convencer os professores de que a aprendizagem das noções relativas à probabilidade não é apenas útil para aplicação no cotidiano das pessoas, mas também pelo desenvolvimento de importantes habilidades cognitivas e de formas de pensar.

No entanto, a probabilidade, embora possa ter um significado intuitivo, envolve noções de difícil compreensão por não serem evidentes (Bryant e Nunes, 2012). Ou seja, não é fácil, para um estudante do Ensino Fundamental, aceitar, por exemplo, que após ter jogado oito vezes uma moeda honesta e ter obtido cara em todas as jogadas, a probabilidade de obter cara na 9ª jogada é exatamente a mesma de obter coroa. Outro conceito de difícil compreensão trata-se da não equiprobabilidade: alunos que tiveram muitas experiências envolvendo apenas espaços equiprováveis tendem a conjecturar como se todos os espaços tivessem essa característica.

Por outro lado, se considerarmos a importância de o aluno já Ensino Fundamental adquirir uma percepção de que a Matemática não trata apenas de fenômenos determinísticos, mas também dos aleatórios, a abordagem do conceito de probabilidade não pode estar restrita apenas à proposição de problemas simples nos quais os alunos devem indicar a probabilidade de um evento em um espaço amostral equiprovável, como é o caso de situações padrão do tipo: qual é a probabilidade de sair o número 5 quando se lança um dado?

Assim, tomamos como ponto de partida a ideia de que a exploração de noções relacionadas à probabilidade requer do professor que ensina Matemática um repertório abrangente de conhecimentos, que permita fazer as adequações necessárias ao nível de compreensão dos alunos e favoreça algumas articulações dessas noções com outros conteúdos já estudados.

Justifica-se, assim, a escolha do tema probabilidade e do grupo de sujeitos de nossa pesquisa: tendo em vista que a construção/aquisição pelos estudantes do 6º ano de noções relativas à probabilidade, propostas no atual currículo de São Paulo, requer uma atuação efetiva do professor, é imprescindível que esse profissional reflita e discuta com outros colegas

inovações relativas a esse tema, ampliando, possivelmente, seu repertório de conhecimentos relativos ao conteúdo específicos e ao pedagógico.

Segundo Batanero e Díaz, as mudanças sugeridas pelos pesquisadores para o processo de ensino e aprendizagem para o ensino de probabilidade e estatística não dizem respeito somente ao período em que esses assuntos devem ser introduzidos nas escolas, mas, sobretudo, em relação às abordagens e estratégias em sala de aula. (Batanero e Diaz, XXXX, p.4).

Segundo orientações contidas em documentos de referência curricular, a abordagem inicial da probabilidade está prescrita já para o Ensino Fundamental como indicam os Parâmetros Curriculares Nacionais e as Expectativas de Aprendizagem do Estado de São Paulo previstas para os alunos do 6º ano:

Com relação à probabilidade, a principal finalidade é a de que o aluno compreenda que grande parte dos acontecimentos do cotidiano é de natureza aleatória e é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações nas quais o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis.
(Brasil, 1998, p.40).

Nesse ciclo o ensino de matemática deve visar ao desenvolvimento do raciocínio probabilístico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a construir um espaço amostral de eventos equiprováveis, utilizando o princípio multiplicativo ou simulações, para estimar a probabilidade de sucesso de um dos eventos.
(Brasil, 1998, p.56)

O Guia de Livros Didáticos – PNLD 2013 – Matemática e Alfabetização Matemática, para os anos iniciais do Ensino Fundamental do MEC apresentam diretrizes inequívocas para a inclusão de probabilidade nesse segmento de ensino:

Utilizar a argumentação matemática apoiada em vários tipos de raciocínio: dedutivo, indutivo, probabilístico, por analogia, plausível, entre outros. (Grifos nossos) (p. 13);

Associadas ao campo do tratamento da informação, que inclui estatística, probabilidades e combinatória, são cada vez mais relevantes questões relativas a dados da realidade física ou social, que precisam ser coletados, selecionados, organizados, apresentados e interpretados criticamente. Fazer inferências com base em informações qualitativas ou dados numéricos e saber lidar com a ideia de incerteza também são competências importantes. (Grifos nossos) (p.14)

Os currículos prescritos de diversos estados e cidades brasileiras adotaram este princípio para o ensino de probabilidade: em lugar de tema a ser desenvolvido apenas na 2ª série do Ensino Médio, por meio de fórmulas, ele passa a ser indicado, desde os anos iniciais do EF (4º e/ou 5º anos) por meio de estratégias diversas e abordagens ricas de significado para as crianças, levando em conta experimentações ou simulações e o uso de diferentes registros, sobretudo para descrever o espaço amostral de situações aleatórias. Ou seja, leva-se em conta que aprender noções concernentes à probabilidade exigem diversos aspectos cognitivos dos alunos e que esses podem ser desenvolvidos ao longo das séries.

No entanto, diversos autores consideram que os professores não têm uma formação

adequada para ensinar nem estatística nem probabilidade. Em relação ao Brasil, muitos docentes não estão sequer convencidos de que a probabilidade seja importante para ser desenvolvido no Ensino Médio; quanto ao Fundamental têm uma posição ainda mais restritiva: consideram a inclusão desse tema totalmente inadequada e desnecessária – fato esse mostrado nesta pesquisa.

Assim, para promover a inclusão da probabilidade no EF, primeiro seria necessário convencer os professores de que a aprendizagem das noções relativas à probabilidade não é apenas útil para aplicação no cotidiano das pessoas, mas também pelo desenvolvimento de importantes habilidades cognitivas e de formas de pensar.

No entanto, a probabilidade, embora possua um significado intuitivo, envolve noções de difícil compreensão (Kataoka, 2008) por não serem evidentes. Ou seja, intuitivamente, não é fácil, sobretudo para um estudante do Ensino Fundamental, aceitar, por exemplo, que após ter jogado oito vezes uma moeda honesta e ter dado cara em todas as jogadas, a chance de se obter cara na 9ª jogada é exatamente a mesma de se obter coroa. Outro conceito de difícil compreensão trata-se da não-equiprobabilidade: para os alunos que tiveram uma forte experiência apenas com espaços equiprováveis, tendem a raciocinar como se todos os eventos tivessem essa característica.

Por outro lado, se considerarmos a importância de o aluno do Ensino Fundamental adquirir uma percepção de que a Matemática não trata apenas de fenômenos determinísticos, mas também dos aleatórios, a abordagem do conceito de probabilidade não pode estar restrita apenas à proposição de problemas simples em que os alunos devem indicar a probabilidade de um evento em um espaço amostral equiprovável, como é o caso de situações padrões do tipo: qual é a probabilidade de sair o número 5 quando se lança um dado?

Assim, tomamos como ponto de partida, a ideia de que a exploração de noções relacionadas à probabilidade requer do professor que ensina Matemática um repertório abrangente de conhecimentos, que permita fazer as adequações necessárias ao nível de compreensão dos alunos e favoreça algumas articulações dessas noções com outros conteúdos já estudados.

Apresentamos, a seguir, uma análise dos conhecimentos e práticas dos professores participantes a respeito do processo de ensino e aprendizagem de noções relativas à probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental. Depois disso, apresentamos e analisamos de forma sintética o processo formativo que decorreu desse levantamento, de modo a atender aos interesses e demandas do grupo de professores participantes relativos ao tema Probabilidade e nossos pressupostos para esse processo.

Metodologia de Pesquisa

Os dados discutidos neste trabalho foram referentes a duas fases: a primeira, denominada Diagnóstico, foi constituída pela aplicação de questionários e entrevistas, cujo objetivo era identificar os conhecimentos do professor sobre probabilidade e suas concepções a respeito de seu ensino. A segunda fase, nomeada Formação, foi realizada segundo princípios da metodologia *Design Experiments* de Cobb et al. (2003) e teve como pressuposto que a aplicação de uma sequência de atividades, explorando inicialmente de forma consistente a noção de aleatoriedade,

seguida pela noção de espaço amostral e, depois, pela quantificação de probabilidades, pode favorecer a ampliação e/ou reconstrução do conhecimento dos professores para ensinar noções referentes a esse tema. O desenho inicial da formação baseou-se fundamentalmente na sequência de atividades para aprendizagem de noções concernentes à probabilidade do Ensino Fundamental concebidas por Nunes e Bryant (2012) – professores da Universidade de Oxford – e desenvolvidas no âmbito do projeto de pesquisa “Teaching primary school children about probability”.

Fundamentação Teórica

Como base teórica para a elaboração do instrumento de coleta e respectivas análises das duas fases desse estudo – Diagnóstico e Formação –, optamos pelos estudos de Ball, Thames e Phelps (2008), que dedicaram atenção especificamente à forma pela qual os professores necessitam saber determinado conteúdo para ensiná-lo e, além disso, “o que mais os professores necessitam saber sobre Matemática e como e onde poderiam os professores usarem o conhecimento, na prática” (Ball et al., 2008, p.4).

Assim, o foco dos estudos desenvolvidos por Ball et al (2008) está sobre o trabalho de ensinar, ou seja, sobre o que os professores fazem quando ensinam Matemática e sobre as percepções, a compreensão e o raciocínio matemático necessários para esse trabalho.

Reiteramos que para a análise das respostas dos professores aos questionários, além de categorias de Conhecimento do Conteúdo Especializado e do Conhecimento do Conteúdo e do Ensino de Ball et al. (2008), consideramos também a noção de imagem conceitual, definida por Tall e Vinner (1981). Esses autores consideram essa noção como a estrutura cognitiva que se desenvolve na mente de uma pessoa, mediante experiências ricas e estudos sobre determinado conceito matemático. Essa imagem envolve impressões, representações visuais, exemplos, aplicações e descrições verbais relativas a propriedades e processos concernentes àquele conceito. Assim, possuir imagem conceitual a respeito de um tema não é apenas ter domínio das noções envolvidas: é preciso “vê-las de cima” para enxergar as conexões entre elas para promover estratégias de aprendizagem.

Nesse sentido, entendemos que uma imagem conceitual rica, relativa à probabilidade, resultante de experiências vivenciadas por um professor, seria condição necessária para proporcionar a oportunidade de construção de uma imagem conceitual igualmente rica em seus alunos sobre esse conteúdo.

Análise e Discussão dos Resultados

Aplicamos os questionários de entrada a um grupo de 23 professores que ensinam Matemática no 6º ano do Ensino Fundamental, sendo 15 mulheres e 8 homens. A média de idade desses professores era de 36,8 anos, variando de 25 a 58 anos.

A partir desses dados, pudemos identificar que o Conhecimento Especializado do Conteúdo desses professores – uma de nossas categorias de análise – não era suficiente para que eles pudessem desenvolver estratégias com a finalidade de promover aprendizagem de alunos a respeito de noções como aleatoriedade, espaço amostral e quantificação de probabilidades. Assim, o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino – outra categoria de análise – pôde ser

considerado bastante frágil. Os extratos apresentados neste artigo podem atestar essa nossa posição.

Além disso, foi possível também identificar a imagem conceitual desses docentes relativa a esse tema. Interpretamos que a imagem conceitual construída pela maioria dos participantes de nosso estudo, relativa ao ensino de probabilidade no EF, era prevalentemente constituída por um campo de problemas para aplicação de razão como um dos significados da fração. Indícios sobre a predominância dessa imagem conceitual foi observada quando analisamos a questão “como você definiria probabilidade? (escreva com suas próprias palavras)”, vinte professores escreveram uma definição que pode ser associada à clássica, conforme mostram os extratos a seguir:

A probabilidade de dar um resultado de um jogo é uma fração: no numerador colocamos o número de casos que desejamos que saia e no denominador o total. Digo que a probabilidade de sair um número par quando jogo um dado é de três chances em seis e escrevo $3/6$. (Prof. 21)

A probabilidade é a chance que a gente tem de ganhar um jogo. Quando jogo uma moeda pode dar cara ou coroa, a probabilidade da cara é de 1 em 2 e a da coroa é também de 1 em 2. (Prof. 9)

A probabilidade é escrita com dois números, o primeiro mostra o total de resultados possíveis e o segundo a quantidade dos resultados que a gente espera. (Prof. 16)

Probabilidade são as possibilidades de você ganhar e o resultado é uma fração. Lembro que podemos dar a probabilidade por porcentagem, por exemplo, se uma mulher está grávida a chance de ela ter menina é de 50%. (Prof. 11)

Convém ressaltar que muitos professores do grupo pareciam não compreender que a probabilidade de um evento é um número, mas, sim, apenas como um código composto por dois algarismos: um que informa a quantidade de casos desejáveis e o outro a quantidade total de resultados possíveis. Essa posição traz à tona o não conhecimento específico dos docentes relativos não apenas à probabilidade, mas também às representações dos números racionais e significados da fração.

Além disso, observamos que também não faziam parte dos conhecimentos desse grupo de professores – do Especializado e do Ensino –, tampouco da imagem conceitual, outros pontos de vista sobre a probabilidade, decorrentes das definições geométrica e frequencista. O estudo da probabilidade não ofereceria para esses professores conexões com outros conteúdos matemáticos e seria um contexto pouco rico para desenvolver habilidades cognitivas importantes.

Outro resultado importante observado na análise do questionário foi relativo à noção de espaço amostral, conceito cuja discussão pode favorecer a compreensão do cálculo de probabilidades. Quando questionamos os professores sobre o que seria espaço amostral, identificamos que apenas oito professores associaram o espaço amostral ao conjunto de todos os resultados possíveis de um evento. Sete professores responderam que não sabiam definir ou que tinham se esquecido, pois nunca haviam ministrado aulas no Ensino Médio. Outros, embora não tivessem respondido corretamente, associaram esse conceito à probabilidade: “sei que espaço amostral a gente estuda quando estuda probabilidade” (Prof. 7). Nesse sentido, observamos que a noção de espaço amostral não constava do repertório de conhecimentos do conteúdo específico acumulado pelos professores, indicando lacunas também nos conhecimentos pedagógicos necessários à apresentação desse conteúdo aos alunos. Alguns dos docentes sequer tinham domínio do princípio multiplicativo.

Outro ponto que merece destaque foi a não utilização pela grande maioria dos professores de procedimentos sistematizados, como o diagrama de árvore, para a nomeação e contagem dos agrupamentos de um espaço amostral. Diversos pesquisadores, como Borba (2013), observaram que o uso de diagramas de árvore possibilita melhor compreensão de problemas combinatórios.

Processo Formativo

O desenho inicial de nossa formação baseou-se fundamentalmente na sequência de atividades concebidas por Nunes e Bryant (2012) – professores da Universidade de Oxford – e desenvolvidas no âmbito do projeto de pesquisa “Teaching primary school children about probability”, sob os auspícios de Nuffield Foundation. Convém destacar que, depois de os professores terem vivenciado as atividades, houve discussões para a seleção, adaptação e organização destas para serem aplicadas aos seus alunos do 6º ano do EF.

Nesse processo formativo, discutimos, inicialmente, a noção de aleatoriedade por meio da vivência e análise das atividades de Nunes e Bryant (2012). Depois, foram propostas atividades sugeridas no Caderno do Professor referente ao Currículo de São Paulo (2010). Posteriormente a essa discussão, foram desenvolvidas as atividades referentes ao espaço amostral e propostas situações-problema envolvendo o cálculo de probabilidades.

Para ampliar a imagem conceitual do grupo a respeito da aleatoriedade e seu ensino, foram discutidas e vivenciadas diversas atividades elaboradas por Nunes e Bryant. Algumas delas são compostas por games jogados no computador. Em cada sequência de figuras ou palavras de um game, os docentes deveriam ordená-las segundo suas hipóteses e o computador indicava erro ou acerto. Essas conjecturas iam sendo confirmadas ou reformuladas pelos docentes à medida que outras sequências eram apresentadas.

Depois de analisadas todas as sequências de um dado game, os professores deveriam dizer se a ordenação indicada pelo computador para cada sequência era previsível ou não. Assim, os professores tiveram de decidir, para cada game, se havia uma “chave” para prever as respostas de modo a obter sucesso em todas as sequências ou se o game era semelhante a jogos de cassino.

É importante destacar que alguns professores utilizaram as expressões “mais ou menos previsível” ou “não é 100% aleatório” para situações nas quais encontraram um mesmo padrão para a maioria das sequências, mas não válido para todas. Essa posição dos docentes permitiu uma discussão sobre o significado de aleatoriedade e probabilidade. Convém ressaltar que 15 professores do grupo resolveram aplicar essas atividades em sala de aula, apresentando justificativas como “esse tipo de exercício de encontrar regularidade desenvolve o raciocínio” (Prof. 23). A respeito da aleatoriedade, dentre outras propostas, os professores analisaram um texto de Nunes e Bryant que discute a dificuldade que as crianças têm em reconhecer quando o arranjo de uma sequência é aleatório.

Além da aleatoriedade nos questionários que aplicamos aos professores, vimos que alguns não dominavam o princípio multiplicativo e poucos fizeram uso de representações, como o diagrama de árvore, para contar e/ou descrever os agrupamentos possíveis. Nesse sentido, foi retomado durante a formação um problema que havíamos proposto no instrumento diagnóstico: “em uma caixa tem três bolas; duas azuis e uma vermelha. Se você tirar duas bolas ao acaso, qual será a probabilidade maior: de sair duas azuis, ou de sair uma azul e a outra vermelha?”.

A discussão desse problema favoreceu a compreensão da importância da construção do

diagrama de árvore para descrever os agrupamentos de problemas combinatórios por quase todos os professores do grupo. Inicialmente, 18 professores responderam que a probabilidade maior era de sair duas azuis, pois havia mais bolinhas azuis. Três docentes afirmaram que as probabilidades eram iguais, mas não justificaram e dois responderam que a probabilidade de sair uma azul e uma vermelha era maior. Na construção do diagrama puderam compreender que a probabilidade de tirar uma bolinha de cada cor era o dobro de tirar duas azuis. Pudemos verificar, no entanto, que nem todos os docentes utilizaram esse diagrama quando propusemos outra nova situação.

Considerando esse fato, propusemos a discussão de outros tipos de problemas sobre o espaço amostral de eventos. Nesse sentido, compartilhamos a ideia de Borba (2013) sobre a necessidade de o professor trabalhar diferentes situações, representações simbólicas que favoreçam “o adequado levantamento de possibilidades” a fim dar “significado à combinatória” (Borba, 2013, p.2)

Depois dessa discussão, os professores analisaram as atividades sobre espaço amostral elaboradas por Nunes e Bryant (2012) para ao final retomarmos os problemas sobre cálculos de probabilidades propostos no instrumento diagnóstico. Essa discussão, acrescida às anteriores sobre aleatoriedade e espaço amostral, possibilitou um grande avanço dos sujeitos de nossa pesquisa em relação a esses cálculos. Além disso, foram discutidas diferentes definições de probabilidade e suas limitações: clássica, geométrica, frequencista.

Depois desse trabalho, passou-se à análise de atividades de Nunes e Bryant, concebidas de modo que os alunos utilizem correspondências de “um-para-muitos” e diferentes representações para comparar as probabilidades proporcionalmente. Uma das ênfases nessas atividades está no fato de uma probabilidade ser a mesma em amostras de diferentes tamanhos, pois as probabilidades baseiam-se em razões: é tão provável a retirada de uma bola preta de uma caixa com 6 bolas vermelhas e 2 pretas como em uma caixa com 9 bolas vermelhas e 3 pretas. Muitos dos erros graves que as crianças cometem nas tarefas de probabilidade estão no cálculo ou na comparação de razões.

Considerações Finais

Em relação aos resultados do processo formativo, convém destacar que, embora o grupo tenha avaliado como importantes as atividades e discussões desenvolvidas, percebe-se ao mesmo tempo, em comentários formulados por alguns professores, certo ceticismo quanto à possibilidade de incluir uma proposta de trabalho que tenha em vista o desenvolvimento da probabilidade em suas aulas. Considerações como estas certamente revelam a presença de uma “tensão” entre a dúvida – quase uma descrença – quanto à viabilidade de aplicação de determinados tópicos discutidos na sequência e, ao mesmo tempo, a incumbência de colocar em prática as inovações propostas no currículo, inclusive a probabilidade: “nosso trabalho é tão grande para ensinar as operações e frações no 6º ano, pois devemos prepará-los para a álgebra no 7º ano, sem falar da geometria, como vamos agora incluir mais esse assunto?” Assim, essa tensão se deve ao fato de ainda considerarem a probabilidade como tema menor, mediante da tarefa que têm de ensinar os demais temas. Ainda assim, alguns se mostraram mais propositivos em relação a esse tema e o desenvolveram em suas aulas.

É importante destacar que as discussões no interior de cada grupo e em conjunto foram substanciais para o avanço dos Conhecimentos e da imagem conceitual dos docentes em relação

à probabilidade e seu ensino. Ampliaram, sobretudo, sua base de conhecimentos para o ensino, segundo os domínios estabelecidos por Ball et al. (2008). Procurou-se, ao longo da intervenção, “provocar” os professores por meio de questionamentos que permitissem ao grupo considerar possíveis encaminhamentos para ajudar seus alunos a construir noções relativas à probabilidade. O caminho proposto para ampliar a base de conhecimentos do professor para ensinar probabilidade pôde incentivar uma reflexão não apenas individual – cada professor considerando seus conhecimentos e sua própria prática –, mas se estendeu e envolveu o grupo inteiro, pois foi partilhada e ponderada coletivamente. Essa prática de reflexão coletiva foi se estabelecendo de modo natural, possivelmente por perceberem os próprios questionamentos nas palavras dos outros.

Referências

- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Borba, R. E. S. (2013). Vamos combinar, arranjar e permutar: aprendendo combinatória desde os anos iniciais de escolarização. Palestra do XI Encontro Nacional de Educação Matemática ENEM. Anais do congresso. Curitiba.
- Bryant, P. Nunes, T. Children’s Understanding of Probability: a literature review. Acessado em 10 de julho de 2013. Disponível em www.nuffieldfoundation.org.
- Batanero, C. (2013). La comprensión de laprobabilidades en los niños. ¿Qué podemos aprender de la investigación? En J. A. Fernandes, P. F. Correia, M. H. Martinho, & F. Viseu, (Eds.) *Atas do III Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola. Braga*: Centro de Investigação em Educação. Universidade do Minho.
- Batanero, C; Diaz, C. (2007) Probabilidad, Grado de Creencia y Proceso de Aprendizaje. XIII Jornadas Nacionales de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas. Granada.
- Brasil. Ministério da Educação (2012). Secretaria de Educação Básica. Guia de livros didáticos: PNLD 2013: Matemática e Alfabetização Matemática/Brasília.
- _____. Secretaria de Educação Fundamental (1998). Parâmetros Curriculares Nacionais Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental: Matemática. Brasília: MEC/SEF.
- Cobb, P., Confrey, J., Lehrer, R., Schauble, L. et al. (2003). *Design experiments in education research*. Educational Researcher, Washington, v.32, n.1, p. 9-13.
- Gal, I. (2005). “Probability Literacy” for all citizens: Building Blocks and Instructional Dilemmas. In Jones, G. A. (Ed), Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning. p. 39-63.
- Kataoka, V. Y. (2008). Probability Teaching in Brazilian Basic Education: Evaluation and Intervention. ICME 11, TSG 13, Monterrey, Mexico.
- São Paulo (Estado) Secretaria da Educação (2010). Proposta Curricular do Estado de São Paulo: Matemática/Coord. Maria Inês Fini. – São Paulo: SEE.
- Tall, D. & Vinner, S. (1981). *Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity*. Educational Studies in Mathematics, 12, 151-169.