



## Competencias matemáticas, diseño y selección de tareas para el aprendizaje de las matemáticas en ingeniería

Ana Alicia **Guzmán** Castro

Escuela Colombiana de Ingeniería  
Colombia

[ana.guzman@escuelaing.edu.co](mailto:ana.guzman@escuelaing.edu.co)

Edgar **Obonaga** Garnica

Escuela Colombiana de Ingeniería  
Colombia

[edgar.obonaga@escuelaing.edu.co](mailto:edgar.obonaga@escuelaing.edu.co)

Sandra Isabel **Gutiérrez** Otálora

Escuela Colombiana de Ingeniería  
Colombia

[sandra.gutierrez@escuelaing.edu.co](mailto:sandra.gutierrez@escuelaing.edu.co)

### Resumen

En este trabajo se presentan algunos elementos, asociados al enfoque por competencias, que podrían ayudar a mejorar la práctica de la enseñanza de las Matemáticas en Ingeniería. Se avanza sobre un modelo, que identifica las expectativas de aprendizaje, en términos de objetivos específicos, competencias y tareas; basado en primera instancia en el Modelo Competencias Matemáticas, propuesto por Solar y otros (2011) y en segundo lugar en el Análisis Didáctico y Diseño Curricular en Matemáticas, propuesto por Gómez (2002). Esta propuesta brinda la posibilidad a los docentes de repensar los elementos involucrados en el proceso de enseñanza aprendizaje. También se mencionan algunas características importantes en el diseño y selección de tareas matemáticas, así como algunas implicaciones del enfoque por competencias. Mediante ejemplos se ilustra la propuesta.

*Palabras clave:* competencias, competencias matemáticas, educación matemática en ingeniería, tareas, niveles de complejidad.

## Marco teórico que sustenta el proyecto

### Contenidos, objetivos, competencias matemáticas, tareas y niveles de complejidad

El trabajo corresponde a una investigación sobre *Competencias Matemáticas en las carreras de la Escuela Colombiana de Ingeniería* (Obonaga E., Gutiérrez S., Guzmán A. y Álvarez C. 2012). En dicho trabajo asumimos la noción de competencia matemática planteada por el estudio Pisa: "... conjunto de capacidades (puestas en juego por los estudiantes) para analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando resuelven o enuncian problemas *matemáticos en una variedad de situaciones y dominios incluyendo conceptos matemáticos cuantitativos, espaciales, probabilísticos o de otro tipo.*" (OCDE 2005 p.37), así como la de los Estándares Básicos de Competencias de Colombia, *conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socioafectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores* (MEN, 2006, p. 49). Estas dos posturas recalcan el carácter funcional de las Matemáticas y permiten tener elementos que articulan la Educación Matemática escolar y universitaria.

Las competencias matemáticas, las interpretamos como procesos matemáticos en el sentido de que es el dominio de éstos lo que hace a una persona competente en matemáticas, dado que posibilita la interrelación de componentes cognitivos, procedimentales y actitudinales, que ayudan a los estudiantes a dar respuesta a los problemas a los que se enfrenten.

El grado de la competencia matemática de una persona se manifiesta en la forma como utiliza los conocimientos matemáticos y las destrezas matemáticas y, en los procesos matemáticos que emplea cuando se enfrenta con un problema. Se enfatiza más en lo que el estudiante puede hacer con sus conocimientos y habilidades, que en el dominio de los mismos.

Con el ánimo de dar sentido a los aprendizajes, de dotar al estudiante de herramientas de reflexión, de desarrollar habilidades para resolver problemas y de contribuir al desarrollo del perfil del estudiante universitario, que se propone la Escuela Colombiana de Ingeniería, en términos de un individuo que sea el centro del proceso de formación, se realizó una propuesta de organización de los contenidos programáticos en los cursos de primer año de Matemáticas, para las carreras de Ingeniería, basada en el enfoque por competencias.

Teniendo en cuenta esta noción y el Modelo de Competencia Matemática, desarrollado por H. Solar, F. Rojas y A. Ortiz (2011), se organizaron las asignaturas de Precálculo, Análisis Geométrico, Cálculo Diferencial y Álgebra Lineal, de acuerdo a los contenidos, los objetivos específicos correspondientes y los procesos matemáticos que se movilizan. Este trabajo inicial permitió en primer lugar determinar los procesos matemáticos privilegiados en cada unidad de las diferentes asignaturas y en segundo lugar evidenciar la necesidad de formular algunas tareas matemáticas que posibilitaran en el estudiante el desarrollo de las competencias matemáticas definidas en la investigación.

En el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas se establecen diferentes expectativas de aprendizaje, Rico y Lupiáñez (2008, p. 66), hacen referencia a este término para denominar *aquellas capacidades, competencias, conocimientos, saberes, aptitudes, habilidades, técnicas, destrezas, hábitos, valores y actitudes que, según diferentes instancias del currículo, se espera que logren, adquieran, desarrollen y utilicen los escolares.*

A través de las tareas y de las actividades se evidencia el cumplimiento de dichas expectativas de aprendizaje. Según Lupiáñez (2009), las tareas son demandas de actuación que el profesor da a los estudiantes y que movilizan el conocimiento de estos últimos sobre un concepto matemático. Las actividades se conforman con todo lo que realizan para el logro de una tarea, estudiantes y profesor.

Rico y Lupiáñez (2008), consideran dos niveles de expectativas de aprendizaje a nivel escolar: los objetivos específicos y las competencias. Consideramos que en el caso de los estudiantes universitarios, también son aplicables. Los objetivos específicos, enuncian lo que se espera que hagan los estudiantes en situaciones que demandan el uso de nociones y conceptos matemáticos, se expresan mediante conductas observables, a través de tareas concretas, de diferente nivel y contexto. Así, los objetivos específicos conectan contenidos y tareas. Los objetivos específicos los vemos equivalentes a las *capacidades* descritas por Lupiáñez y Gómez, están relacionados con lo que el estudiante puede hacer al proponerle tareas de un tema matemático particular.

Por otra parte, las competencias matemáticas, son expectativas de aprendizaje, que hacen referencia al actuar, se manifiestan en la forma como un estudiante utiliza los conocimientos matemáticos y las destrezas matemáticas cuando se enfrenta con un problema.

Rico y Lupiáñez, (2008), señalan que los objetivos específicos y las competencias se diferencian; los primeros hacen referencia a un contenido matemático concreto, y a las capacidades del estudiante sobre éste, que se ponen en juego a través de tareas, y en un corto plazo. Las competencias, integran y activan diferentes conocimientos, al abordar tareas, en diversas situaciones, estas competencias se desarrollan a largo plazo.

Así, el vínculo entre objetivos específicos y competencias matemáticas, son las tareas. Los objetivos específicos alcanzados por los estudiantes influirán en su actuar ante problemas matemáticos propuestos en diferentes tareas, es decir en su competencia matemática.

Las relaciones entre los objetivos de aprendizaje, considerados como objetivos específicos en esta investigación, las tareas (diseñadas o seleccionadas) y las competencias que se potencian se ilustran en la siguiente figura, propuesta por Lupiáñez (2005).

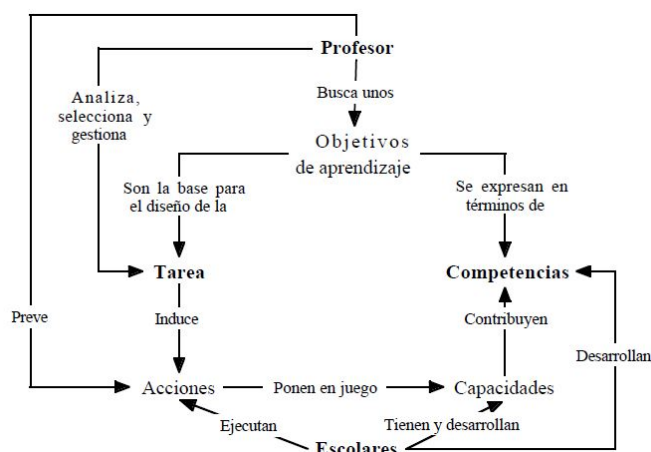


Figura 1. Relación entre competencias, capacidades y tareas.

Al estar inmersos en un currículo, surge la necesidad de plantear tareas en las que se pueda recurrir a unos contenidos específicos que posibiliten que los aprendizajes matemáticos deseables puedan desarrollarse. Las tareas varían desde los ejercicios o problemas propuestos en los textos escolares, con los que se pretende practicar o aplicar los conceptos o destrezas desarrollados en los temas estudiados, hasta los problemas que tienen que ver con situaciones reales y en las que no hay indicaciones tan explícitas y el estudiante debe identificar los datos importantes y cómo aplicar los conocimientos para que resulten útiles en la solución.

La riqueza en las conexiones y la dificultad de los problemas, son elementos a través de los cuales se muestra el grado de aprendizaje, el dominio de los contenidos asociados y las competencias desarrolladas por los estudiantes.

Lupiáñez, Rico, Gómez y Marín (2005), proponen un modelo que permite organizar los objetivos específicos de un tema matemático, con las competencias matemáticas a las que contribuyen, señalando las competencias que más se favorecen. Siguiendo este modelo hemos organizado el contenido programático de los cursos de matemáticas de primer año de los programas de Ingeniería: Precálculo, Análisis Geométrico, Cálculo Diferencial y Álgebra Lineal, más adelante se muestra un ejemplo.

Por otra parte, a través de las tareas se pueden desarrollar, movilizar y evaluar los objetivos específicos adquiridos sobre un concepto matemático, el grado de dificultad en las mismas, evidenciará el conocimiento y uso de las matemáticas que un individuo puede tener.

Vale la pena señalar que con las tareas no se busca desarrollar las competencias por separado, en ocasiones una tarea hace necesario el uso de diferentes competencias, las cuales variarán de un estudiante a otro y contemplarán diferentes requisitos cognitivos para su resolución. Es así como el proyecto PISA (Marcos teóricos de PISA 2003, OCDE, 2005) propone involucrar indicadores de complejidad de las tareas, los cuales se presentan en el siguiente cuadro y que encontramos pertinente para este trabajo.

Tabla 1

*Clasificación de tareas según la complejidad de las capacidades que movilizan*

<b>Reproducción</b>	<b>Conexión</b>	<b>Reflexión</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Contextos familiares</li> <li>• Conocimientos ya practicados</li> <li>• Aplicación de algoritmos estándar</li> <li>• Realización de operaciones sencillas</li> <li>• Uso de fórmulas elementales</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Contextos menos familiares</li> <li>• Interpretar y explicar</li> <li>• Manejar y relacionar diferentes sistemas de representación</li> <li>• Seleccionar y usar estrategias de resolución de problemas no rutinarios</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tareas que requieren comprensión y reflexión</li> <li>• Creatividad</li> <li>• Ejemplificación y uso de conceptos</li> <li>• Relacionar conocimientos para resolver problemas complejos</li> <li>• Generalizar y justificar resultados obtenidos</li> </ul>

Las tareas y procesos propuestos a los estudiantes deben plantear diferentes niveles de complejidad, desde los que demandan procedimientos rutinarios, sencillos, con los que de alguna manera ya se está familiarizado, a los que requieren establecer algunas conexiones no rutinarias aunque no del todo desconocidas y aún más, hasta aquellos que implican la puesta en escena de procesos de argumentación más complejos y el trabajo en contextos nuevos, no conocidos, a los que se debe dar un acercamiento, quizás, novedoso.

Las tareas del nivel de reproducción y conocimientos rutinarios, se basan en la reiteración de conocimientos practicados. Las del nivel de conexión están asociadas con la solución de problemas estándar, en contextos familiares o cercanos. Por último, las de reflexión, involucran razonamiento, argumentación, intuición y generalización para resolver problemas originales. Los niveles como lo señala Lupiáñez, no son independientes sino acumulativos, el dominio en un nivel implica el dominio de las capacidades de los niveles anteriores.

En la literatura (Marín, 2005; Marín, Gómez, Lupiáñez y Rico, 2007, citados por Rico y Lupiáñez, (2008)) se señala la importancia del diseño y selección de tareas en el proceso de planificación del profesor, así como su trascendencia en el logro de los objetivos específicos de un tema. Estos autores proponen tener en cuenta en el diseño y selección de tareas, los siguientes criterios:

- Que sean compatibles con el análisis y la sección del contenido matemático que se está trabajando.
- Que contribuyan a lograr los objetivos específicos seleccionados y a superar dificultades o errores posibles de los escolares.
- Que permitan incorporar recursos y materiales que optimicen ese logro de los objetivos de aprendizaje seleccionados.
- Que sean compatibles con técnicas de gestión de la clase que optimicen ese logro de los objetivos de aprendizaje seleccionados.
- Que constituyan un conjunto coherente en la planificación de las secuencias de aprendizaje.

Estos criterios no sólo hacen referencia al diseño, sino también a la selección y a la adaptación de tareas. Como lo señalan Gómez y González (2009) los profesores al seleccionar o diseñar las tareas esperan que los estudiantes usen sus conocimientos y establezcan nuevas conexiones entre éstos y los propuestos en las tareas. Así mismo, cuando los estudiantes las resuelven, se entiende que van adquiriendo los procesos matemáticos implícitos en la misma o que han logrado el objetivo específico previsto ya en el currículo de la asignatura.

### **Metodología empleada**

La primera parte de esta investigación integró dos metodologías, el Modelo Competencias Matemáticas, propuesto por Solar y otros (2011), que se fundamenta en las relaciones del sistema didáctico (currículo y aprendizaje) y, el Estudio Documental, propuesto por Medina (2009).

Se asumió el concepto de competencia matemática a partir del estudio de las diferentes concepciones encontradas en la literatura, de donde se seleccionaron siete competencias matemáticas, que se presentaron a un grupo de profesores de Matemáticas y del área profesional (de las carreras que se tienen en la institución), para hacer el ajuste a las necesidades propias.

A continuación se describen las acciones asociadas a cada una de estas competencias, resultados de la revisión teórica y de los aportes de los profesores. Esta clasificación no pretende ser exhaustiva, ni excluyente.

Tabla 2

Descripción de las acciones asociadas a las competencias matemáticas

<b>COMPETENCIA MATEMÁTICA</b>	<b>DESCRIPCIÓN</b>
<b>Razonamiento matemático ( RM )</b>	<p>Capacidad para razonar matemáticamente.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Dar cuenta del proceso que se sigue para llegar a conclusiones.</li> <li>• Justificar las estrategias y los procedimientos empleados.</li> <li>• Sustentar conclusiones.</li> <li>• Distinguir entre diferentes tipos de enunciados (definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis, ejemplos, afirmaciones condicionales).</li> <li>• Formular hipótesis, hacer conjeturas.</li> <li>• Usar la argumentación, la prueba y la refutación, el ejemplo y el contraejemplo como medios de validar y rechazar conjeturas y avanzar en el camino hacia la demostración.</li> <li>• Seguir y evaluar cadenas de argumentos matemáticos.</li> <li>• Reflexionar sobre los argumentos matemáticos, explicar y justificar los resultados.</li> <li>• Encontrar regularidades, relaciones y patrones.</li> <li>• Hacer generalizaciones.</li> <li>• Demostrar proposiciones a partir de hipótesis dadas.</li> </ul>
<b>Comunicación matemática ( C )</b>	<p>Capacidad para comunicary comprender las ideas matemáticas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Comunicar las ideas matemáticas, tanto en forma oral como escrita.</li> <li>• Comprender la relación entre los lenguajes natural, simbólico y formal.</li> <li>• Formular definiciones matemáticas y expresar generalizaciones.</li> <li>• Leer comprensivamente textos matemáticos.</li> <li>• Comprender los enunciados orales o escritos acerca de temas matemáticos.</li> <li>• Decodificar e interpretar el lenguaje simbólico y el formal, y comprender su relación con el lenguaje natural.</li> <li>• Traducir del lenguaje natural al simbólico y al formal.</li> <li>• Manejar enunciados y expresiones que contengan símbolos y fórmulas.</li> </ul>
<b>Construcción de modelos ( CM )</b>	<p>Capacidad para construir modelos matemáticos.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretar y modelar fenómenos físicos, naturales y económicos.</li> <li>• Traducir la “realidad” a estructuras matemáticas.</li> <li>• Trabajar con un modelo matemático.</li> <li>• Construir modelos.</li> <li>• Evaluar la unidad y coherencia que debe existir entre los datos del problema o la información del objeto a modelar y la solución que se busca.</li> <li>• Reflexionar, analizar y proporcionar críticas al modelo y sus resultados.</li> <li>• Validar el modelo.</li> <li>• Identificar las matemáticas como instrumento de modelación de fenómenos y su relación con las ciencias experimentales.</li> </ul>
<b>Representación ( R )</b>	<p>Capacidad para usar diferentes registros de representación de las ideas matemáticas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilizar diferentes registros de representación, (verbal, gráfico, simbólico...), para crear, expresar y representar ideas matemáticas.</li> <li>• Interpretar cuadros, tablas, gráficos, diagramas, dibujos y esquemas.</li> <li>• Elegir y cambiar entre diversas formas de representación de acuerdo con la situación y el propósito.</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Apoyarse en ideas intuitivas e interpretaciones geométricas y físicas.</li> <li>• Decodificar e interpretar el lenguaje simbólico y el formal y comprender su relación con el lenguaje natural.</li> <li>• Traducir del lenguaje natural al simbólico y al formal.</li> <li>• Manejar enunciados y expresiones que contengan símbolos y fórmula.</li> </ul>
<b>Planteamiento y solución de problemas ( SP )</b>	<p>Capacidad para plantear y resolver problemas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretar el texto de un problema a partir de los datos dados, los que hay que encontrar y las relaciones entre ellos.</li> <li>• Plantear y resolver problemas.</li> <li>• Traducir el problema a un modelo matemático.</li> <li>• Resolver diversos tipos de problemas matemáticos de diferentes maneras.</li> <li>• Interpretar la solución obtenida al resolver un problema.</li> <li>• Aplicar vías alternativas para comprobar la solución de un problema realizado.</li> <li>• Comunicar el proceso y la solución de un problema.</li> <li>• Construir nuevas situaciones problemáticas.</li> <li>• Modificar condiciones sobre problemas dados, para crear nuevos problemas y resolverlos.</li> </ul>
<b>Procedimientos y algoritmos matemáticos ( PA )</b>	<p>Capacidad para realizar procedimientos y algoritmos matemáticos.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Dominar las técnicas algebraicas.</li> <li>• Elegir el algoritmo indicado para realizar un cálculo.</li> <li>• Interpretar la solución obtenida al realizar un cálculo.</li> <li>• Aplicar vías alternativas para comprobar la solución de un cálculo realizado.</li> <li>• Emplear variables, resolver ecuaciones y llevar a cabo cálculos.</li> <li>• Aplicar rutinas memorizadas.</li> </ul>
<b>Herramientas de apoyo en las matemáticas ( H )</b>	<p>Capacidad para usar las herramientas de apoyo en las matemáticas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Saber acerca de y ser capaz de emplear diversos apoyos y herramientas que pueden ser de ayuda en las actividades relacionadas con las matemáticas.</li> <li>• Incorporar las nuevas tecnologías como herramientas en el trabajo con las matemáticas.</li> <li>• Saber sobre las limitaciones de dichos apoyos y herramientas.</li> </ul>

*Fuente: Obonaga E., et al.(2012). Competencias matemáticas en las carreras de la Escuela Colombiana de Ingeniería*

Como resultado de la selección de competencias y teniendo en cuenta la propuesta de Lupiáñez, Rico, Gómez y Marín (2005), se organizaron los contenidos programáticos de las asignaturas mencionadas. A continuación se presenta como ejemplo una de las unidades temáticas del curso de Precálculo. El cuadro presenta al aporte de los objetivos específicos del tema funciones al desarrollo de las competencias. Es de señalar que la vinculación del objetivo específico con la competencia, depende de la tarea propuesta. En estos términos los cuadros que aparecen se han construido pensando en las tareas que se proponen en los textos guía, utilizados actualmente en las asignaturas. Las abreviaturas hacen referencia a las competencias mencionadas en el cuadro anterior.

Tabla 3

Objetivos específicos de la función y su contribución al desarrollo de competencias

FUNCIONES	Objetivo: Estudiar las funciones básicas y sus características desde las representaciones algebraica y gráfica. Modelar situaciones de cambio por medio de funciones.	COMPETENCIAS						
		RM	C	CM	SP	R	PA	H
1. Sistema de coordenadas rectangulares. 2. Gráficas de ecuaciones. 3. Definición de función. Dominio, rango y gráfica. 4. Gráficas de funciones y transformaciones (polinómicas, a trozos, racionales). 5. Operaciones entre funciones (suma, diferencia, producto, cociente, composición) 6. Funciones inyectivas e inversas. 7. Funciones logarítmicas y exponenciales. 8. Funciones trigonométricas, hiperbólicas e inversas.	<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b>							
	Representar funciones de dos variables en el plano cartesiano.	x				x		
	Identificar el dominio, rango, recorridos de una función.	x				x	x	
	Reconocer aspectos básicos de las funciones definidas a trozos y desplazar sus gráficos en el plano cartesiano.	x				x	x	
	Determinar el dominio y recorrido de funciones obtenidas mediante operaciones entre funciones.	x				x	x	
	Determinar la inversa de una función.	x				x	x	
	Hallar la compuesta y la inversa de funciones trascendentes.	x				x	x	
	Solucionar problemas relacionados con la composición de funciones.	x	x		x	x	x	
	Modelar situaciones y problemas relacionados con situaciones que involucren la noción de variación.	x	x	x	x	x	x	x

La segunda parte de esta investigación tuvo en cuenta la propuesta de Gómez (2002), de análisis didáctico y diseño curricular en Matemáticas, que es un procedimiento que permite planificar la actividad docente. Se considera que a nivel universitario permitiría tener en cuenta aspectos útiles en el momento de llevar un tema matemático al aula, asociado particularmente con los objetivos específicos, las competencias que se pretenden desarrollar en los estudiantes y las tareas que se deben diseñar o seleccionar.

En el Análisis Didáctico, Gómez propone tener en cuenta diversas fases:

- *Análisis de contenido*, en el que se parte de identificar y organizar los múltiples significados de un concepto. Se establece su relación con otros y se seleccionan los fenómenos (contextos, situaciones o problemas) que pueden dar sentido a la tarea.
- *Análisis cognitivo*, retoma la información que surge del análisis de contenido, con el fin de explicitar las capacidades que los estudiantes pondrán en juego. Contempla la



caracterización de las tareas que los estudiantes pueden y deberían resolver con lo que conocen, y prevé los errores al desarrollar la tarea, las dificultades asociadas a esos errores y los obstáculos en los que se originan.

- *Análisis de instrucción o de restricciones de aula.* Se seleccionan los elementos de apoyo tecnológicos, se define si se trabaja en grupos, entre otros aspectos.

Estos tres tipos de análisis son pertinentes ya que al hacer el desglose del contenido involucrado, aparecen las múltiples representaciones, los contenidos, los recursos de aula, se explicitan las capacidades y procesos, que para nada son evidentes a primera vista. Vale la pena aclarar que para este trabajo el análisis de instrucción no se desarrolló, ya que no se ha llevado a la práctica.

Integrando estas propuestas metodológicas se definieron los objetivos específicos de cada unidad temática, se explicitaron las competencias que cada objetivo moviliza, se determinaron cuáles competencias se privilegian en cada unidad temática, se analizó el cubrimiento de todas las competencias y se diseñaron y ajustaron algunos ejemplos de tareas, con diferentes niveles de complejidad, que movilizaran varias competencias de las propuestas.

### **Ejemplo de una tarea**

A partir de la metodología seleccionada, se procedió al diseño, selección y adecuación de las tareas, teniendo en cuenta el análisis de contenido que permitió delimitar el temay el alcance de la tarea, y el análisis cognitivo el nivel de complejidad de la misma.

A continuación se presenta como ejemplo una de las tareas propuestas en este trabajo y su análisis. El contenido matemático corresponde a la asignatura de Precálculo, y al tema de funciones, en particular la función lineal desde la covariación de magnitudes. La tarea busca contribuir al desarrollo de la competencia de modelización, en la que los estudiantes deben analizar la situación inicial, seleccionar un registro de representación adecuado, responder las preguntas e interpretar los resultados.

Respecto al análisis cognitivo, la tarea se propuso a partir de la experiencia de los profesores involucrados en esta investigación, su conocimiento respecto a las dificultades, errores y obstáculos en esta temática. Se buscó que el estudiante pudiera elegir diferentes registros de representación y mediante la formulación de las preguntas llevarlo a tomar decisiones y acceder a diferentes niveles de complejidad.

El administrador de un edificio quiere desocupar uno de los tanques de reserva para hacerle mantenimiento, el cual tiene una capacidad de 90480 litros y se encuentra completamente lleno. Comienza a desocuparlo a razón constante de tal forma que al cabo de 2 horas quedan en el tanque 62640 litros de agua. En ese momento se da cuenta que debe desocuparlo en 3 horas menos de lo previsto, por lo cual decide abrir más la llave, manteniéndola abierta a esa razón.

- Compare la cantidad de agua (en litros) que sale por hora antes y después de abrir más la llave.
- Conociendo el volumen de agua que ha salido, ¿cómo podría determinar el tiempo que hace falta para que el tanque se desocupe completamente?
- ¿En qué intervalo de tiempo la cantidad de agua que queda en el tanque cambia de 80400 litros a 25056 litros?
- Si a las dos horas de haber empezado a desocupar el tanque, el administrador debe tomar una decisión para que el tiempo total de desocupado sea exactamente de 8 horas, ¿qué debe hacer?
- Si el volumen del tanque fuera el doble y el administrador empieza a desocuparlo a razón constante, de tal forma que al cabo de 2 horas quedan los mismos 62640 litros de agua, ¿qué debe hacer para que el tanque se desocupe exactamente en el mismo tiempo descrito en la situación inicial?

La primera parte de la pregunta a) corresponde al grupo de problemas de reproducción porque se resuelve por un procedimiento estándar. La segunda parte de la pregunta requiere un cambio de representación entre el registro verbal y los otros, en donde el paso requiere una mayor exigencia en cuanto a razonamiento e interpretación. Así mismo, se requiere realizar comparaciones cualitativas o cuantitativas, entre la razón de desocupado en los dos tramos de la función que modela la situación, por lo que se considera concierne a los problemas de conexión.

El objetivo de la pregunta b) es explorar la forma en que el estudiante establece relaciones entre magnitudes que covarían, teniendo en cuenta los dos tramos de la función a trozos. Para establecer la relación el estudiante puede considerar el volumen de agua que queda en el tanque o el volumen de agua que ha salido y, a través de tratamientos responder la pregunta. Ésta presenta un alto grado de complejidad en la medida que la determinación de la relación inversa entre magnitudes obliga a realizar una interpretación global de la situación, que permita discriminar los dos momentos en que cambia la razón de desocupado para poder indagar por el valor del tiempo en cada punto del dominio de la función, por lo que se considera que corresponde a las actividades de conexión.

La pregunta c) indaga por el manejo de intervalos de covariación, que requieren la determinación de relaciones inversas. Los dos extremos del intervalo corresponden a diferentes momentos de desocupado, lo que conduce a una mayor interpretación del fenómeno de covariación, de ahí que corresponda a actividades de conexión.

La solución de la pregunta d) requiere de una interpretación global de la situación que le permita identificar el punto correspondiente al momento en que debe cambiar la razón de desocupado. Ésta requiere un grado de análisis alto, por lo que se considera que corresponde al grupo de reflexión.

El propósito de la pregunta e) es indagar si el estudiante reconoce la invarianza de la situación, dada por el instante en el que queda la misma cantidad de agua mencionada inicialmente. Al igual que en la pregunta d), se requiere de un grado de análisis alto, por lo que se cree que corresponde al grupo de reflexión.

Las competencias que se movilizan en estas preguntas son razonamiento matemático, comunicación, modelación, solución de problemas, representación y algoritmos.

En este tipo de problemas que no están tan direccionados se moviliza la mayor cantidad de competencias, el contexto en el que se propone la tarea es muy rico y posibilita que se den muchas conexiones, así como encontrar la solución de diversas maneras.

### Conclusiones

- Los resultados de esta investigación se constituyen en un aporte para iniciar un trabajo curricular en el área de Matemáticas en la Educación Superior, con enfoque en el desarrollo de competencias, que contribuya a la articulación con la Educación Media, la cual tiene la misma orientación.
- Se definieron las competencias propias del área de Matemáticas, en programas de ingeniería, que permiten complementar las expectativas de aprendizaje.
- Otro aporte de este trabajo de investigación al definir las competencias matemáticas que se deben movilizar en los estudiantes de la Escuela, es la creación de un modelo en el ámbito universitario, que permita acercarse a identificar las expectativas de aprendizaje, no sólo en términos de contenidos, sino de habilidades, destrezas, actitudes, instrumento que posibilite a los docentes tener una mayor claridad de lo que se debe enseñar y evaluar.
- Con el fin de desarrollar las competencias propuestas, se hace necesario hacer una selección y ajuste adecuado de tareas, teniendo en cuenta diferentes contextos, niveles de exigencia, el carácter interdisciplinario, entre otros.
- En los programas de las asignaturas de Matemáticas de primer año, se evidenció que las competencias que se privilegian están asociadas con el razonamiento, la representación y los procedimientos algorítmicos.
- Las tareas deben buscar potenciar la mayor cantidad posible de competencias matemáticas que se pretenda desarrollar en los estudiantes. En este orden de ideas las catalogadas como de reflexión posibilitan esto. En los ejemplos propuestos se pudo observar que cuando se diseñaron tareas que tenían que ver con la construcción de un modelo matemático, se ponían en juego la mayoría de las competencias matemáticas definidas en esta investigación.
- Un enfoque basado en competencias implica repensar los contenidos, la metodología, la evaluación y los roles de los agentes involucrados en el proceso de enseñanza aprendizaje.

### Referencias y bibliografía

- Gómez, P. y González, M. (2009). Analyzing and selecting tasks for mathematics teaching: a heuristic. En Lerman, S.; Davis, B. (Eds.), *Mathematical action & structures of noticing: Studies on John Mason's Contribution to Mathematics Education* (pp. 179-188).
- Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en Matemáticas. *Revista EMA*, 7 (3), 251-292.
- Lupiáñez, J. (2005). Objetivos y fines de la Educación Matemática. Capacidades y competencias matemáticas. *Seminario Análisis Didáctico en Educación Matemática*. Málaga.
- Lupiáñez, J., Rico, L., Gómez, P. y Marín, A. (2005). Análisis cognitivo en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *V Congreso Ibero-americano de educacao matemática*. Oporto, Portugal.
- Lupiáñez, J. (2009). *Expectativas de aprendizaje y planificación curricular en un programa de formación inicial de profesores de Matemáticas de secundaria*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.

Marcos teóricos de PISA (2003).Recuperado

de [www.educacion.gob.es/dctm/ievaluacion/.../marcoteoricopisa2003.pdf?](http://www.educacion.gob.es/dctm/ievaluacion/.../marcoteoricopisa2003.pdf?)

Medina,A. (2009). Los proyectos de aula en la formación inicial de profesores de matemáticas.*Memorias 4º Congreso Internacional sobre Formación de Profesores de Ciencias*.Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas.

Obonaga E., Gutiérrez S., Guzmán A. y Álvarez C. (2012) Competencias matemáticas en las carreras de la Escuela Colombiana de Ingeniería. *Memorias Reunión Nacional ACOFI 2012.La calidad en las facultades de ingeniería y su impacto en el desarrollo nacional*.

OCDE (2005). *Informe PISA (2003). Aprender para el mundo del mañana*. Madrid: Santillana.

Rico, L. y Lupiáñez, J. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza Editorial S.A.

Solar, H., Rojas, F. & Ortiz, A. (2011). Competencias Matemáticas, una línea de investigación *XIII Conferencia interamericana de educacao matemática..* Recife, Brasil.