



Estrategias comunicativas para promover el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de matemáticas

Horacio **Solar** Bezmalinovic
Pontificia Universidad Católica de Chile
Chile
hsolar@uc.cl

Jordi **Deulofeu** Piquet
Universidad Autónoma de Barcelona
España
jordi.deulofeu@uab.cat

Resumen

La problemática de esta comunicación se enmarca en el desarrollo de competencias matemáticas y la formación permanente de profesores, en particular el foco de estudio es la gestión de la competencia de argumentación en el aula de matemática. El grupo de investigación “Competencias matemáticas” (COMMAT) ha venido realizando investigaciones sobre la formación de profesores para el desarrollo de las competencias matemáticas, entre ellas la argumentación. En esta comunicación presentamos el caso de una clase en que se describen los procesos de argumentación utilizando el modelo de Toulmin, y se analiza la gestión de la argumentación docente por medio de estrategias comunicativas, con ellos se discute de que maneras las estrategias comunicativas promueven la argumentación en al aula de matemáticas.

Palabras clave: Competencias matemáticas, competencia de argumentación, modelo de Toulmin, estrategias comunicativas, gestión del aula de matemáticas.

Introducción

Actualmente, el enfoque por competencia es considerado en la comunidad internacional como una propuesta educativa que va más allá del aprendizaje de contenidos, y apunta a la formación de ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos, permitiéndoles identificar y entender el rol que juegan las matemáticas en el mundo (OCDE, 2013). Una de las

contribuciones del enfoque por competencias al currículo de matemáticas es dotarle una estructura orientada al desarrollo de procesos matemáticos tales como tales como: argumentar, representar, calcular, modelar, resolver problemas y comunica (Solar, 2009). Además, las competencias matemáticas, al sustentarse en procesos, se caracterizan por ser transversales a los núcleos temáticos y desarrollarse a largo plazo de manera cíclica en cada nivel educativo. Así, un enfoque por competencias es coherente con una estructura curricular que destaque los procesos matemáticos.

En el caso de Chile, las actuales bases curriculares (Mineduc, 2012) muestran un salto cualitativo en la importancia que se le da a las competencias, en términos de habilidades, y se propone una organización de currículo que articule habilidades con contenidos. En el área de Matemáticas, se proponen cuatro habilidades concretas a desarrollar: resolver problemas, argumentar y comunicar, modelar, y representar. A partir de los trabajos que hemos desarrollado en la línea de competencias matemáticas, se ha conformado el grupo de investigación “Competencias Matemáticas” (COMMAT), que contempla tres grandes líneas de investigación: dimensión curricular, desarrollo de competencias en los estudiantes, y formación del profesorado (Solar, Gómez, Rojas y Coronado, en prensa; Solar, Rojas & Ortiz, 2011). En relación a la formación de profesores se ha caracterizado una Metodología de Trabajo Docente (MTD) de formación de profesores para el desarrollo de competencias matemáticas (Solar, Espinoza, Rojas, Ortiz, González & Ulloa, 2011; Solar, Rojas, Ortiz & Ulloa 2012), tales como la modelización, la resolución de problemas, la representación, la argumentación y la comunicación.

En particular para este estudio queremos destacar la competencia de argumentar, gran parte de las investigaciones que han abordado la argumentación en el aula de matemática han utilizado el modelo de Toulmin (1958). Si bien la mayoría de las investigaciones han tratado el desarrollo de la argumentación en el aula, hay pocos estudios que exploren los elementos que promueven la argumentación en el aula. Algunos de estos estudios han evidenciado que las intervenciones del profesor son clave para mejorar los niveles de argumentación en los estudiantes (Conner et al., 2014; Romero, Roquefort & Solar, 2012).

A partir de estos antecedentes, el estudio consiste en identificar las causas que promueven la argumentación en cursos de matemática de enseñanza básica. Estos resultados tendrían como implicación didáctica proporcionar lineamientos para la formación de profesores de matemáticas, que permitan organizar situaciones de desarrollo de la competencia de argumentación.

En general, los análisis de argumentación en el aula se sustentan en el modelo argumentativo propuesto por Toulmin (1958), que sigue un proceso lineal desde los datos hasta las conclusiones. Esta secuencia consta de seis elementos (Goizueta & Planas, 2013): *Datos*, *Conclusión*, *Garantía*, *Respaldo*, *Calificador modal*, *Refutadores* (figura 1). Para estudiar la argumentación en el aula de matemáticas, Krummheuer (1995) propone una secuencia de argumentación basado en el modelo argumentativo de Toulmin. Sin embargo, reduce el sistema original a cuatro elementos: datos, garantía, respaldo y conclusión.

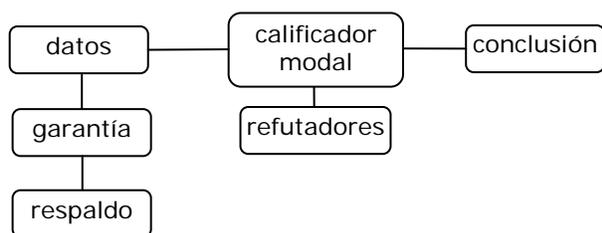


Figura 1. Modelo de Toulmin (1958)

Basándose en el modelo de argumentación de Toulmin (1958), algunos trabajos en educación matemática han estudiado la construcción individual de los argumentos en el aula de matemáticas, mientras que otros investigadores en educación matemática han destacado la argumentación colectiva como una parte importante del discurso en el aula de matemáticas (Krummheuer, 1995). Los trabajos recientes en argumentación colectiva implican el estudio del aprendizaje de los estudiantes a través de este foco Conner et al. (2014) estudia el papel del profesor en la argumentación colectiva, centrándose tanto en las partes de los argumentos que el docente proporciona, o para responder a los argumentos proporcionados por los estudiantes. La argumentación colectiva incluye cualquier instancia en que el profesor y los estudiantes hacen una sentencia matemática y presentan evidencias que la apoyen.

Para nuestro análisis interpretamos los componentes del modelo argumentativo de Toulmin como procesos matemáticos. En Solar, Azcárate & Deulofeu (2012) se muestra un estudio realizado en un curso de 8° básico sobre qué procesos argumentativos de la estructura de Toulmin (1958) emergen en la implementación de una unidad didáctica de interpretación de graficas funcionales, obteniendo como resultado agregar el procesos de interpretación a la estructura argumentativa. Por otra parte, en Romero et al. (2012), se da cuenta del desarrollo de la argumentación matemática de los estudiantes en un curso de 2° básico en el estudio del campo aditivo, describiendo tres niveles de argumentación de los estudiantes; de los resultados se destaca que la intervención del profesor hace que mejoren los niveles de argumentación de los estudiantes.

Si bien la mayoría de los trabajos se enfocan a estudiar la argumentación en el aula de matemáticas, recientemente han aparecido investigaciones que han trasladado el foco a cómo el profesor entiende la el desarrollo de la argumentación. Goizueta & Planas (2013) estudian las interpretaciones sobre la argumentación en clase de matemáticas de un grupo de profesores. De los resultados se destaca la difícil distinción que hacen los profesores de la estructura argumentativa.

Una manera de estudiar la gestión de la argumentación, es por medio de las estrategias comunicativas. Varios autores han puesto el foco en la importancia de espacio de comunicación y discusión en el aula de matemáticas (Chapin, O'Connor, & Anderson, 2009; Smith & Stein, 2011), dichos autores han estudiado movimientos discursivos del profesor, y el tipo de preguntas para una discusión efectiva en el aula de matemáticas. En particular tenemos especial interés en las acciones docentes para promover una comunicación en el aula, a lo que hemos llamado estrategias comunicativas. Para ello no hemos basado en Lee (2010) quien señala diversas estrategias que puede utilizar el profesor para incluir a todos los estudiantes en el discurso matemático, entre ellas: hacer preguntas y desarrollar actividades que todos los alumnos

consideren que merecen reflexión; fijar objetivos que dejen claro que el profesor espera que todo el mundo contribuya; que el profesor se asegure de que todos tengan la oportunidad de aportar algo en un conjunto de temas; asegurar a sus alumnos que las respuestas equivocadas revelan errores que el profesor necesita aclarar. Otra estrategia tiene relación con el tipo de preguntas que hace el profesor para guiar el discurso matemático. Ponte et al. (1997) señalan que una de las formas más importantes que tiene el profesor para orientar el discurso en clase es haciendo preguntas a los alumnos, cuestionándolos el profesor puede detectar dificultades en el nivel de comprensión de los conceptos y de los procesos matemáticos.

Las estrategias comunicativas señaladas nos parecen clave para analizar la gestión de la argumentación. Nuestro objetivo es estudiar de qué manera las estrategias comunicativas contribuyen a promover la argumentación en el aula de matemáticas.

Metodología

La metodología que utilizaremos para el logro del objetivo se enmarca en un enfoque cualitativo interpretativo, orientado a describir, interpretar y entender el significado de los fenómenos sociales, intentando darles sentido desde el significado que las propias personas les atribuyen a dichos fenómenos (Merriam, 1998; Bryman 2004). Esto nos permitirá entender, desde el discurso y la práctica de los profesores, los procesos de argumentación que emergen en el aula.

Para estudiar el desarrollo de la argumentación era necesario contar con un cuerpo de profesores que la promoviera en el aula, por ello se seleccionó a ocho profesores de enseñanza básica de establecimientos educacionales de la ciudad de Concepción para participar de un seminario de formación que ha tenido como propósito estudiar el desarrollo de la argumentación en el aula de matemáticas por medio de estrategias comunicativas.

El seminario se realiza bajo un Metodología de Trabajo Docente (MTD) (Solar et al., 2012; Solar & Rojas, 2012) cuyo objetivo es que profesores en ejercicio estudien problemáticas en torno a la gestión del aula de matemáticas. La MTD forma parte de una secuencia de 4 etapas de formación: Estudio de una temática matemática – didáctica específica; diseño de una secuencia de enseñanza o de una clase; implementación del diseño; y análisis y reflexión colectiva sobre las distintas experiencias vividas. En todos los pasos se promueve el desarrollo de la reflexión del profesor por medio del análisis de episodios, en la primera y segunda etapa se suelen usar episodios de clase de otros profesores, y desde la tercera etapa se utilizan episodios de aula de los propios participantes, registrados en sus clases de forma paralela al seminario en las etapas anteriores.

En la primera etapa del seminario se han recogidos datos por medio de una observación no participante que se realiza a los profesores en el aula. Se grabaron seis clases correspondientes a seis profesores del seminario. Además de las grabaciones, se diseñó una pauta de observación en los focos de la investigación: condiciones de la argumentación, estrategias comunicación.

Como criterio de reducción de datos, entendemos que la discusión¹ en clases y la contraposición de ideas es la base para que exista argumentación (Conner 2014), en particular consideramos de que debe existir una estructura de Toulmin que contemple como mínimo presencia de: dato, garantía, refutación y conclusión en un proceso de argumentación.

¹ La discusión se entenderá entre profesor y estudiantes o entre estudiantes

Cuatro de las seis clases han sido finalmente seleccionadas para analizar las condiciones que promueven la argumentación. Para ello se han transcrito los episodios y se han analizado dos aspectos: identificación de momentos en que hubo argumentación. Por otro lado, también se identifican las estrategias y comunicativas que están presentes en el episodio para así establecer relaciones entre la argumentación y comunicación. Para ello se diseñó un instrumento de análisis para caracterizar las estrategias comunicativas que utiliza el profesor, basándonos principalmente en la propuesta de Lee (2010), y las orientaciones de la NCTM (2003) en comunicación, fue necesario elaborar indicadores para cada una de las estrategias comunicativas, las que se han especificado por el equipo de formadores del seminario y compartida con los profesores, lo que ha tenido como consecuencia una continua revisión de estos indicadores. Una vez que se tuvo una primera versión del instrumento fue validada por medio de un juez experto quien analizó los datos, logrando más de 70% de acuerdo en el chequeo cruzado, logrando así validar los indicadores según los criterios de Miles y Huberman (1994).

Para efectos de esta comunicación, presentamos uno de los episodios analizados para analizar la relación entre las estrategias comunicativas y el desarrollo de la argumentación en el aula.

Análisis de datos

El episodio que analizaremos corresponde a un curso de 7° básico (12-13 años) de un establecimiento educacional subvencionado de la ciudad de Concepción en Chile. La profesora del curso Matilde ha trabajado con el equipo de formadores en proyectos anteriores y antes del seminario ya tenía ciertos conocimientos sobre el desarrollo de la argumentación en el aula. La clase observada a la profesora tenía como intención promover la argumentación, pero sin contar una planificación para ello ni tampoco un estudio de las estrategias comunicativas.

Argumentación en el aula de matemáticas

En el curso de 7 básico se está estudiando los números enteros y Matilde presenta el siguiente problema “Un número entero y su inverso distan en la recta 12 unidades. ¿qué números son?”.

Los números que está buscando Matilde que respondan los estudiantes son -6 y 6, para ello dibuja una recta numérica para situar los números, ella escucha que la respuesta genérica de los estudiantes son los números -12 y 12. La profesora en vez de tratar el error les hace leer nuevamente el problema y pregunta por el significado de distan, varias de las respuestas de los alumnos le dan como significado la distancia entre 0 y un número, en vez de la distancia entre dos números cualquiera; ello puede explicar los valores dados de 12 y -12 que están a 12 unidades de distancia del 0 cada uno. Matilde por medio de preguntas y de la utilización de la recta numérica, sigue trabajando con los estudiantes el significado de distan para contrastar la idea instalada de que la distancia se cuenta desde 0 hasta el número; hasta que emerge en uno de los estudiantes que el significado de distan se asocia a la distancia entre dos números, y si se eligen -12 y 12, se debe contar la distancia entre ambos números. En el siguiente episodio de la clase se muestra de que manera Matilde genera un debate sobre el significado de distan.

Episodio 1

Matilde: ¿Qué significa que diste 12 unidades?

Roberto: Que está distando 12 números ¿o no?

Matilde: ¿Cómo?

Arturo: La distancia que está del...la distancia que tiene que tener el 0 del...
Alumnos: Hasta el 12.
Matilde: ¿Es la distancia del 0 hasta el 12?
Alumnos: No...al -12... [murmullo de otras respuestas]
Matilde: ¿Cómo?
Martín: Del -12 hasta el...
Matilde: A ver, escuchemos...escuchemos a su compañero. Aquí tenemos otra idea, nosotros estamos centrados en que la distancia es del 0 hasta el 12, ¿qué dices tú?
Martín: Que...la distancia es del 12...del -12 hasta el +12.
Matilde: Él me habla de que la distancia que me están hablando aquí, de 12 unidades, es de donde está [marca -12 en la recta]...hasta, y para acá [marca espacio hasta +12 en la recta] ¿Qué les parece a ustedes la opinión de él?
Alumnos: Bien [3 alumnos responden esto, el resto guarda silencio]
Matilde: O sea, ¿es del 0 ó desde...desde donde está uno hasta donde está el otro? ¿David?
David: Eeeh, es del 0 hasta donde está el otro porque de 12 hasta el otro daría 0.
Roberto: Daría 12 igual [Otros compañeros opinan, pero no se entiende lo que dicen ya que hablan todos juntos]
Mario: Daría 12 igual porque...
Matilde: ¿Francisco? ¿Escuchemos a Francisco?
Francisco: Empieza del -12 porque ahí dice que el número 12 y su inverso distan, no que el 0 dista...distan del 12.
Matilde: ¿Me lo explicas de nuevo? A ver, escuchemos a Francisco.
Francisco: Que ahí dice que el...el número entero 12 y su inverso distan, no del 0...eeeh, hasta el 12.
Matilde: ¿Se entiende? Eh, ¿Isabel?
Isabel: Pero ahí dice que la recta dista 12 unidades, y donde comienza la recta es donde el 0, entonces sería el 0.
Matilde: ¿Otra opinión? [Silencio] No importa que no nos...eh, no importa que nos equivoquemos, si lo que queremos aquí es solucionar el problema.
Matilde: Nuevamente [indica que todo el curso lea el problema]

Matilde selecciona algunas de las respuestas para ponerla en común para generar conflicto con la idea instalada de medir la distancia entre 0 y 1, no solo pone en común la respuesta de Martín quien señala que la distancia es entre -12 y 12 en vez de 0 y 12, sino que incentiva que el resto del curso opine sobre su idea, al obtener solo 3 respuestas, dirige una nueva pregunta a David sobre desde que punto de referencia se mide la distancia, y este sigue sosteniendo que desde el 0 al igual que Roberto y Mario quienes lo apoyan. A continuación Matilde le da la palabra a Francisco quien es el primero en explicar por qué se mide la distancia desde -12 a 12, y asimismo refuta la idea instalada de 0 a 12. Matilde más que validar la intervención de Francisco, le invita a seguir describiendo su idea para que el resto del curso lo escuche, así hay alumnas como Isabel que siguen con la idea de que la distancia es entre 0 y 12, por lo que la profesora pide más opiniones y ante el silencio hace leer nuevamente el enunciado para dilucidar el significado de distan. A partir de su nueva lectura varios alumnos, entre ellos Roberto, señalan que los números tienen que distar 12 unidades, y no del 12 al otro, lo cual contribuye a comprender el enunciado que lo que busca es un número y su inverso cuya distancia es 12 unidades entre ellos. Esta aclaración permite que emerja la idea de Juan quien dice que debe ser del 0 al 6 para que diste 12 unidades, Matilde le incentiva a seguir repitiendo su idea, y Juan

señala como respuesta que los números son -6 y 6. Matilde no valida la respuesta sino que siga promoviendo que otros estudiantes opinen sobre este resultado, entre ellos Roberto quien no está de acuerdo con los números señalados y sigue sosteniendo que la respuesta es -12 y 12.

Para generar un conflicto Matilde pregunta cuál será la distancia entre -12 y 12, el desarrollo de dicha pregunta genera una estructura argumentativa que mostraremos por medio del esquema de Toulmin. Para comprender como actúa este esquema se transcribe el episodio.

Episodio 2

Matilde: Ya, ¿y qué distancia habría del -12, Daniel, al +12?

Alumnos: 24.

A: No, 12 señorita.

Roberto: O sea no, sería 12.

Matilde: Tenemos...

Roberto: Porque del 0 se empieza a contar de nuevo.

A: Sí.

A: No.

Matilde: Ya, si de aquí hasta aquí tenemos una distancia de 12, ¿he llegado al inverso de -12? [Señala en la pizarra la distancia que hay de -12 hasta 0]

Alumnos: No.

Matilde: Miren, voy de -12 a su inverso, avanzo, ¿cuánto llevo hasta aquí? [Marcando el 0 en la recta numérica]

Alumnos: 12.

Matilde: Si sigo...

Javier: Es como multiplicarlo por 2 y sería 24.

Arturo: 24.

Matilde: ¿Cuánto avancé para llegar al inverso?

Alumnos: 24.

Matilde: ¿Cuál es la distancia de -12 hasta 12?

Alumnos: 24.

Matilde: Distan 24 unidades entre estos dos valores.

Alumnos: Sería del -6 al 6 entonces.

El esquema de Toulmin que corresponde a una argumentación colectiva, comienza con el dato, para este caso sería la pregunta de la profesora Matilde. Luego vienen dos respuestas que actúan como conclusiones diferentes 24 y 12, pero para efectos de seguir el proceso argumentativo tomaremos como conclusión falsa el 12. En los cuadros se han puesto las intervenciones tanto de Matilde como de los alumnos que son parte de la estructura argumentativa, en cambio en los globos se han puesto las intervenciones de Matilde que contribuye por medio de preguntas a que aparezca la refutación a la falsa conclusión y luego a la conclusión verdadera (figura 2).

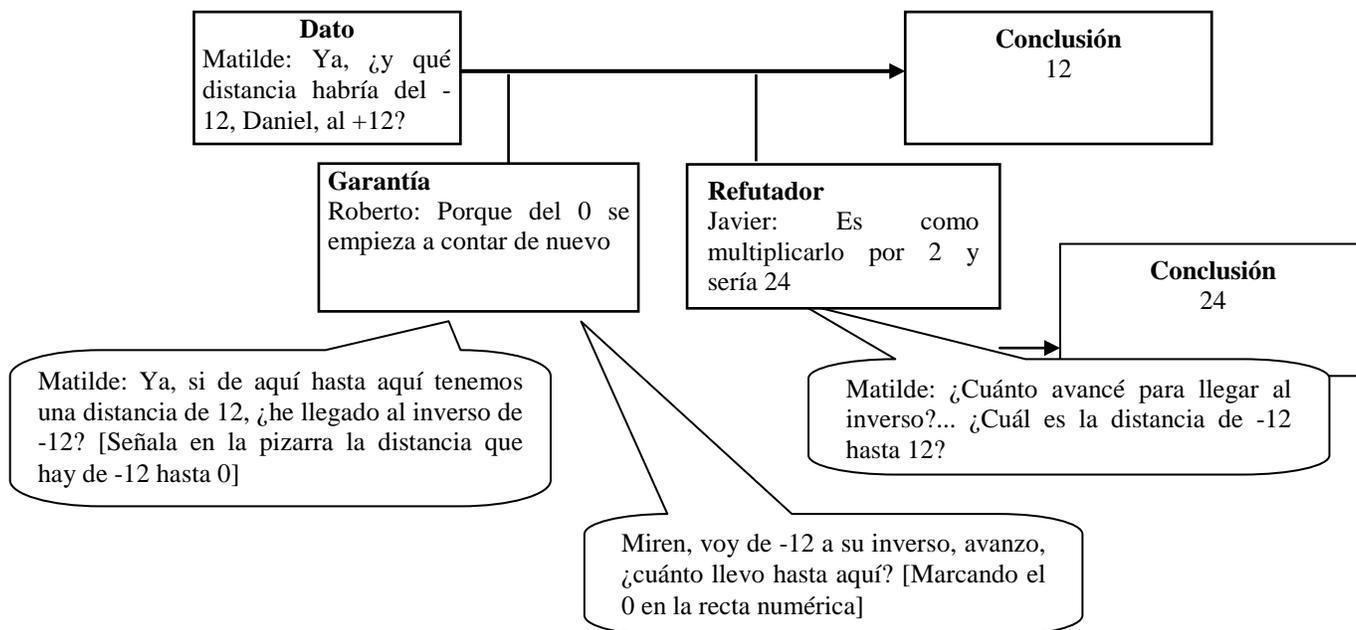


Figura 2. Mapa de la argumentación colectiva según el modelo de Toulmin

En las clase de Matilde aparece diferentes momentos argumentativos, pero hemos escogido este momento para ser analizado con la estructura de Toulmin porque la conclusión original es falsa y emerge la refutación por medio de las preguntas de Matilde. Si bien es la profesora quien comienza con el proceso de argumentación por medio del dato, son los propios alumnos los que van desarrollando la argumentación. Las dos preguntas seguidas que hace Matilde gatillan que Javier refute la garantía de Roberto, en ese sentido se aprecia la importancia que tienen las intervenciones de la profesora para gestionar el error por medio de la indagación en el curso, en vez de que ella tenga una posición de validar las respuestas de los alumnos.

Estrategias comunicativas

Una vez analizada el desarrollo de la competencia de argumentación en la clase de Matilde, nuestro objetivo es caracterizar la gestión de ala argumentación de Matilde desde el punto de vista de las estrategias comunicativas. Para ello se ha aplicado un instrumento de análisis con ocho estrategias comunicativas con sus respectivos indicadores, en particular mostraremos el análisis con tres de ellos que resultaron ser los más representativos para el episodio: oportunidades de participación, gestión del error y tipo preguntas.

Oportunidades de participación: Esta estrategia tiene relación con asegurar que todos tengan la oportunidad de aportar. En la tabla 1 se presentan los doce indicadores que caracterizan esta estrategia representados con una sigla Oi (O de oportunidades).

Tabla 1

Estrategia Oportunidades de participación

<p>O1 Incluir, en las actividades, preguntas que favorezcan la descripción y explicación de procedimientos e ideas.</p> <p>O2 No validar las respuestas de los alumnos antes de la socialización de algunas respuestas y de las explicaciones de las técnicas, ni en la pizarra, ni puesto por puesto.</p> <p>O3 Pasear por la sala de clases observando los desarrollos de los estudiantes, para así reconocer procedimientos distintos, respuestas erradas o errores frecuentes.</p> <p>O4 Promover el debate de procedimientos distintos que permiten resolver una misma situación.</p> <p>O5 No concentrarse sólo en aquellos alumnos que siempre responden sino que también hacer intervenir a aquellos que no quieren hablar o no se motivan a hablar.</p> <p>O6 Promover que distintos alumnos pasen al mismo tiempo a la pizarra a registrar sus procedimientos.</p> <p>O7 No invalidar ninguna pregunta de los estudiantes; en vez de ello, promover una socialización sobre la relación de la pregunta con el tema en estudio.</p> <p>O8 No invalidar los errores; en su socialización de los errores, retomar al niño/a que originó la discusión, y pedir su opinión sobre lo planteado por sus compañeros.</p> <p>O9 Gestionar con flexibilidad el hecho que los alumnos puedan interrumpir al profesor.</p> <p>O10 Gestionar para que los estudiantes socialicen sus dudas y soluciones propuestas en el aula.</p> <p>O11 Cada grupo expone las ideas principales del problema propuesto, y sus estrategias.</p> <p>O12 Trabajar a pares “el que sabe le enseña a otro” y luego cambiar sus roles.</p>

En la tabla 1 se han ennegrecido dos indicadores que son especialmente relevantes en la gestión de la profesora. El primer indicador relevante es P2 asociado a no validar, y es una acción docente que está presente en Matilde a lo largo de toda su práctica en la clase, y que podemos evidenciar de manera particular en el inicio del segundo episodio en las preguntas que hace Matilde para promover la refutación, en vez de valorar las respuesta errónea de Roberto 12 y quedarse con la respuesta inicial que dan algunos alumnos de 24 antes de que aparezca la explicación de Roberto que hace de garantía. El segundo indicador relevante es P9 asociado la flexibilidad que tienen los alumnos para intervenir en la discusión, el cual también se aprecia a lo largo de toda la clase, y en particular en el primer episodio en que diferentes alumnos intervienen y Matilde tiene la particularidad de ir relevando intervenciones clave, tales como la de Francisco, y da el espacio a alumnos como Isabel.

Gestión del error: Esta estrategia tiene relación con asegurar a los estudiantes que sus ideas/respuestas equivocadas son importantes para construir el conocimiento matemático. En la tabla 2 se presentan los seis indicadores que caracterizan esta estrategia representados con una sigla E_i (E de error).

Tabla 2

Estrategia Gestión del error

<p>E1 Establecer como norma que las respuestas equivocadas revelan errores que el profesor necesita aclarar</p> <p>E2 Promover que alumnos con respuestas correctas e incorrectas salgan a exponer, sin validar antes la calidad de éstas.</p> <p>E3 Gestionar el error socializando de manera colectiva los conocimientos matemáticos que van mejorando la respuesta inicial.</p> <p>E4 Gestionar el error, con foco en las explicaciones incorrectas, y no en las respuestas incorrectas. Anticipar las posibles respuestas incorrectas de los estudiantes que se relacionan con el contenido matemático.</p> <p>E5 No revisar en forma anticipada los errores, sino hasta después que los alumnos se han dado cuenta del error.</p> <p>E6 Promover entre los estudiantes una discusión asertiva y constructiva sobre las respuestas incorrectas. Utilizar el error como fuente para la solución de dudas.</p>
--

De forma semejante que la estrategia anterior, en la tabla 2 se han ennegrecido dos indicadores que son especialmente relevantes en la gestión de la profesora: el indicador E3 enfocado a poner en común los conocimientos matemáticos para enfrentar el error, y el indicador E5 que hace mención a la acción docente de no revisar de forma anticipada el error. Ambos indicadores están muy presentes en el episodio 2, y podemos señalar que son estas acciones docentes asociadas al error las que permiten que se genere la discusión entre los dos respuestas (12 y 24) y el proceso argumentativo descrito.

Tipo de preguntas: Esta estrategia pone el foco en la formulación de preguntas adecuadas por parte del docente. En la tabla 3 se presentan los seis indicadores propuestas que caracterizan esta estrategia representados con una sigla *Pi* (P de pregunta). Se han ennegrecido 4 indicadores que encontramos que aparecen en los episodios y se describen evidencias para mostrar ejemplos de dichos indicadores.

Tabla 3

Estrategia Tipos de preguntas

Indicadores	Evidencia
P1 Realizar actividades con preguntas que favorezcan la explicación por sobre un sí o no	Matilde: ¿Qué significa que diste 12 unidades?
P2 No hacer preguntas retóricas, es decir hacer la pregunta y responder inmediatamente.	Matilde: Ya, ¿y qué distancia habría del -12, Daniel, al +12?
P3 Realizar contra-preguntas a los estudiantes a partir de las respuestas dadas por ellos.	Matilde: ¿Qué significa que diste 12 unidades? Roberto: Que está distando 12 números ¿o no? Matilde: ¿Cómo? Arturo: La distancia que está del...la distancia que tiene que tener el 0 del... Alumnos: Hasta el 12. Matilde: ¿Es la distancia del 0 hasta el 12?
P4 Plantear preguntas con distintos fines, según el rol de la actividad dentro de la clase.	
P5 Devolver buenas preguntas planteadas por alumnos al resto del curso.	
P6 Plantear preguntas que no cambien de un foco a otro muy rápidamente; tratar que las preguntas promuevan que las ideas evolucionen.	Matilde: Ya, ¿y qué distancia habría del -12, Daniel, al +12? Alumnos: 24. .. Matilde: Ya, si de aquí hasta aquí tenemos una distancia de 12, ¿he llegado al inverso de -12? [Señala en la pizarra la distancia que hay de -12 hasta 0] Alumnos: No. Matilde: Miren, voy de -12 a su inverso, avanzo, ¿cuánto llevo hasta aquí? [Marcando el 0 en la recta numérica] Alumnos: 12.

Los cuatro indicadores destacados en la tabla 3 con foco en preguntas que: favorezcan la explicación, evitar que sean retóricas, contra-preguntas, y no cambiar el foco, corresponden al tipo de preguntas que se evidencian en los episodios. Matilde a lo largo de la clase hace uso también del resto indicadores de esta estrategia, y podemos decir que es la estrategia más importante para una gestión adecuada de la argumentación. Dicho de otra manera, sin la presencia de estas preguntas se complica que aparezcan por los propios alumnos procesos argumentativos con garantías y refutaciones.

Las tres estrategias comunicativas descritas son especialmente relevantes para gestionar la argumentación, en particular vemos que el tipo de preguntas ha sido especialmente importante para la gestión especializada de la argumentación, en cambio las otras dos sirven de apoyo para que se dé la argumentación. Sin participación es difícil que aparezca argumentación, y la gestión del error promueve la contraposición de ideas.

Conclusiones

El desarrollo de las competencias matemáticas en la actividad matemática escolar es un tema que actualmente está presente en gran parte de los currículum de matemáticas y de las propuestas educativas, pero a la hora de poner en práctica el desarrollo de estas competencias matemáticas en el aula, se carece de investigaciones y experiencias que permitan al profesor hacerse una idea de cómo gestionarlas. En el caso de la argumentación, el profesor tiene poca familiaridad con esta competencia puesto que no es un foco de la actividad matemática que usualmente el profesor desarrolle en su formación inicial y hasta hace muy poco no era un tema relevante en los procesos de formación continua ya que la preocupación del profesor estaba más en el aprendizaje de contenidos en vez del desarrollo de competencias. En consecuencia, el profesor maneja pocas herramientas para la gestión de la argumentación en el aula de matemáticas. No obstante, dada la realidad actual, el profesor se ha hecho consciente de la importancia de desarrollar competencias como la argumentación en clase lo que vemos reflejado en el interés que despertó en el profesorado el seminario de formación en torno a la argumentación. Sus concepciones al inicio del seminario fue que la argumentación consiste en explicar las ideas, y por medio de la Metodología de Trabajo Docente (MTD) que articula el estudio de un tema con el análisis de la práctica por medio de videos de clase, los profesores se apropiaron de la idea de que la argumentación va mucho más allá de la explicación, pues depende que de exista contraposiciones de ideas, es decir refutación. En el caso de la profesora Matilde esta visión de argumentación se ve reflejada en la clase analizada, dado que existen varios momentos en que los estudiantes requieren refutar, y ello fue promovido por medio de las estrategias comunicativas de la profesora. La gestión que hemos visto no es algo común dentro de este cuerpo de profesores del seminario, pues otros profesores que se les ha observado no han logrado que se den procesos argumentativos en su clase con estas características. Más aún podemos señalar que no es habitual encontrar prácticas de argumentación en las clases de matemáticas, pues ello no depende solo del docente, sino de que los estudiantes estén acostumbrados a debatir sobre sus ideas, y ello se logra por medio de las normas en la clase de matemáticas.

Las estrategias comunicativas contribuyen a promover el desarrollo de la argumentación, en especial hemos visto que tres de éstas: oportunidades de participación, gestión del error, y tipo de preguntas, han sido las más relevantes en la clase analizada de Matilde. Existen otras estrategias comunicativas tales como: desarrollar actividades que todos los alumnos consideren que merecen reflexión; fijar objetivos que dejen claro que el profesor espera que todo el mundo contribuya; asignar tiempos adecuados para la elaboración de ideas; crear un contexto de lenguaje matemático; y permitir que los estudiantes corrijan la redacción matemática de sus pares, que también son relevantes para la gestión de la argumentación, y que se pueden dar en otras clases. Por ello vemos que el profesor utilice estrategias comunicativas es una de las condiciones principales para que se promueva argumentación en el aula de matemáticas.

Existen otras condiciones que estamos estudiando en el proyecto para promover la argumentación, una de ellas es que el docente planifique tareas matemáticas que potencialmente promuevan argumentación (problemas semi abiertos, con preguntas que permitan ir a los procedimientos matemáticos más que a la solución), además que planifique con detalle su gestión en los momentos potencialmente argumentativos utilizando las estrategias comunicativas. De este modo esperamos que en clases que han sido diseñadas para promover el desarrollo de la argumentación, efectivamente aparezcan más prácticas argumentativas en clase.

Finalmente queremos destacar que un proceso de formación con profesores para promover la argumentación requiere de un tiempo considerable, y no es viable en un formato de capacitación de corto plazo, ya que para muchos profesores requiere romper barreras que solo es posible con un análisis de la práctica más que de la teoría. En este sentido la MTD como modelo para el seminario ha resultado una plataforma adecuada para modificar de forma articulada las prácticas y concepciones de los profesores sobre el propósito de la actividad matemática escolar con sus estudiantes, encaminada más el desarrollo de competencias que de la adquisición de contenidos.

Referencias y bibliografía

- Bryman, A. (2004). *Social Research Methods*. Second Edition. Oxford: Oxford University Press.
- Chapin, S. H., O'Connor, C. & Anderson, N.C. (2009). *Classroom Discussions: Using Math Talk to Help Students Learn*. Math Solutions.
- Conner, A. M., Singletary, L., Smith, R. C., Wagner, P. A. & Francisco, R. T. (2014). Teacher support for collective argumentation: A framework for examining how teachers support students' engagement in mathematical activities. *Educational Studies in Mathematics*, 86, 401-401.
- Goizueta, M. & Planas, N. (2013). Temas emergentes del análisis de interpretaciones del profesorado sobre la argumentación en clase de matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias*, 31 (1), 61-78.
- Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. En P. Cobb y H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (pp. 229-269). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education*. San Francisco: Jossey-Bass Publishers.
- Lee, C. (2010). *El lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Ediciones Morata.
- Mineduc (2012). *Bases curriculares 2012. Matemática Educación Básica*. Chile: autor.
- Miles, M. B. & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: an expanded sourcebook* (2ª ed.). Thousand Oaks: Sage Publication.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).(2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sociedad Andaluza de Educación Matemática. España: Thales.
- OCDE. (2013). *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*: OECD Publishing.
- Ponte, J., Boavida, A., Graça, M. y Abrantes, P. (1997). *Funcionamiento de la clase de matemáticas. Didáctica da matemática* (pp. 71-95). Lisboa, Portugal: Ministerio de Educação. Recuperado de: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos_sp.htm
- Romero, S, Roquefort, A. M. & Solar, H. (2012). La argumentación matemática en los estudiantes de 2º básico en el campo aditivo. Un estudio de caso. *RECHIEM: Revista Chilena de Educación Matemática*, 6(1) 229-247.
- Smith, M. S. & Stein, M. K. (2011). *5 Practices for Orchestrating Productive Mathematics Discussions*. EEUU: NCTM.
- Solar, H. (2009). *Competencias de modelización y argumentación en interpretación de gráficas funcionales: propuesta de un modelo de competencia aplicado a un estudio de caso*. Tesis doctoral. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona.
- Solar, H.; Gómez, B.; Rojas, F. & Coronado, A. (en prensa). *Propuesta de un Modelo de*

Competencia Matemática como articulador entre el currículum, la formación de profesores y el aprendizaje de los estudiantes.

Solar, H., Rojas, F., & Ortiz, A. (2011). Competencias matemáticas: Una línea de investigación. *XIII CIAEM - Conferencia Interamericana de Educación Matemática, Recife (Brasil)*.

Solar, H., Espinoza, L., Rojas, F., Ortiz, A., González, E. & Ulloa, R. (2011). *Propuesta metodológica de trabajo docente para promover competencias matemáticas en el aula, basadas en un Modelo de Competencia Matemática (MCM)*. FONIDE 511091. Santiago: Mineduc.

Solar, H., Azcárate, C. & Deulofeu, J. (2012). Competencia de argumentación en la interpretación de gráficas funcionales. *Enseñanza de las Ciencias*, 30 (3), 133-154.

Solar, H., Rojas, F., Ortiz, A. & Ulloa, R. (2012). Reflexión docente y competencias matemáticas: un modelo de trabajo con docentes. *RECHIEM: Revista Chilena de Educación Matemática*, 6(1) 257-267.

Toulmin, S. (1958). *The uses of argument*. Cambridge: Cambridge University Press.