



La visualización en la resolución de patrones

Sergio Damián **Chalé** Can
Departamento de Matemática Educativa-Cinvestav
schalecan@gmail.com
México

Resumen

El taller tiene como objetivo trabajar con los profesores aproximaciones visuales en la resolución de secuencias figurales de patrones. La aproximación visual será considerada como el puente que conecta el trabajo de análisis de los estudiantes y la simbolización algebraica. La riqueza de los diversos análisis visuales, no debe ser ignorada, por lo que se propone un análisis de algunas de sus posibilidades y limitaciones. Esperamos que surjan diversas aproximaciones visuales de los propios profesores, y por tanto distintas formas de expresiones algebraicas asociadas a ellas, lo que contribuirá a detonar una discusión en torno al papel que puede jugar el análisis visual en su práctica docente.

Palabras clave: Pensamiento algebraico, sucesiones figurales, visualización.

Antecedentes

La capacidad de razonar algebraicamente es fundamental en la formación de los estudiantes y en las oportunidades que a ellos se les presente, es por ello que esa habilidad es promovida en el curriculum mexicano de matemáticas, lo cual se ve especialmente reflejado en los planes y programas de estudio de la Secretaría de Educación Pública de México (SEP, 2010 & 2011).

En tales planes, dentro del eje llamado Sentido numérico y pensamiento algebraico, se pide que el estudiante al finalizar la educación media básica, sea capaz de “resolver problemas que impliquen expresar y utilizar la regla general lineal o cuadrática de una sucesión de números” (SEP, 2011, p. 16) buscando con esto desarrollar la capacidad de generalizar propiedades aritméticas mediante el uso del álgebra y la puesta en juego de diferentes formas de representar y realizar cálculos.

Durante los tres niveles de educación secundaria, el eje Sentido numérico y pensamiento algebraico, es el que rige los aprendizajes esperados de cada uno de los tres grados escolares en ésta área. En el primer grado el aprendizaje esperado es que el estudiante sea capaz de

“representar sucesiones de números o de figuras a partir de una regla dada y viceversa”, y como objetivo final “la obtención de la regla general (en lenguaje algebraico) de una sucesión con progresión geométrica”. Los aprendizajes esperados en el segundo grado, coinciden con los del primer año. En el tercer grado se espera que “en casos sencillos se utilicen expresiones generales cuadráticas para definir el n -ésimo término de una sucesión”, esperando con esto la obtención de una expresión general cuadrática (SEP, 2011). En general podemos decir que se busca, a través de la generalización el acceso o desarrollo del pensamiento algebraico, a través de la obtención de una regla general expresada algebraicamente.

La hipótesis que subyace a esta aproximación, es que la generalización de patrones numéricos y la formulación simbólica de relaciones entre las variables podrían llevar a los estudiantes a desarrollar la capacidad necesaria para el desarrollo de la generalización algebraica.

Las corrientes teóricas del álgebra escolar

Desde la década de los años ochenta, el contenido de los planes y programas de estudio del álgebra han experimentado un debate entre diversas tendencias y puntos de vista, las cuales tienen sus orígenes en las diferentes posturas teóricas que se tienen respecto a las formas de introducir a los estudiantes al pensamiento algebraico.

A partir de nuestra revisión bibliográfica, hemos identificado cuatro posturas relevantes, que prevalecen en la introducción del álgebra en los primeros años de la vida escolar de los estudiantes: la Tradicional, el Álgebra como una Generalización de la Aritmética, el Álgebra concebida como la Resolución de Ecuaciones, y el Álgebra como el Estudio de las Funciones.

La postura Tradicional tiene su origen desde tiempos antiguos, cuando el álgebra fue considerada esencialmente como el desarrollo de procedimientos y notaciones. Tal punto de vista del álgebra, implicó verla como una herramienta para manipular símbolos y resolver problemas, lo que ha sido reflejado en el currículo escolar, y que fue desarrollada y moldeada a través del Siglo XIX e inicios del Siglo XX (Kieran, 2007). En esta línea, los estudiantes son introducidos al álgebra a través de la operación y significación de símbolos, por ejemplo: la simplificación de expresiones, la resolución de ecuaciones, inecuaciones, y sistemas de ecuaciones por métodos formales; así como la factorización de polinomios y expresiones racionales. Se hace énfasis en la aplicación de técnicas, así como en la manipulación de expresiones polinómicas y racionales. Todo lo anterior orientado a reconocer formas, la cual es, desde este punto de vista, la tarea más importante a realizar en el álgebra (Pimm, 1995, citado por Kieran, 2007, p. 709).

Desde la postura del álgebra como una generalización de la aritmética, se afirma que éstas es inherente a la aritmética, y que la aritmética tiene un carácter algebraico, lo cual sugiere que la aritmética y el álgebra elemental no son del todo distintos (Carrahe & Shielman, 2007). La hipótesis más fuerte que subyace a esta aproximación, es la que afirma que a partir de la generalización de las propiedades y leyes de la aritmética, los estudiantes pueden acceder al conocimiento algebraico. Se considera que los aprendices noveles del álgebra manejan ciertas propiedades y leyes de la aritmética, por ejemplo la ley conmutativa para la adición de los naturales, y que a partir de éste conocimiento se puede promover la necesidad del uso de las variables obteniendo con ello una ley general, que necesariamente tiene que expresarse en letras, reconociendo en ésta última pensamiento algebraico.

El punto de vista en el cual se considera introducir a los estudiantes al álgebra a través de la resolución de ecuaciones, está basada en la idea de que la primera y más importante tarea a

desarrollar en la enseñanza del álgebra es la habilidad de operar con las incógnitas como si fueran conocidas, con esto se pretende desarrollar un “punto de corte” entre el pensamiento algebraico y aritmético (Filloy, Puig & Rojano, 2008).

La aproximación funcional, del surgimiento del pensamiento algebraico, sugiere un estudio del álgebra centrada en el desarrollo de experiencias con funciones y familias de funciones, a través de encuentros con situaciones reales del mundo, de las cuales, relaciones cuantitativas pueden ser descritas por estos modelos (Heid, 1996 citado por Kieran, 2007, p. 709).

Objetivos del taller

El presente trabajo se enmarca en la postura teórica del álgebra como una generalización de la aritmética. Para ello, nos centramos concretamente en el trabajo temprano con las letras alrededor de formulaciones de expresiones algebraicas que modelan un patrón de una secuencia de figuras.

En el taller iniciaremos con el estudio de propiedades aritméticas de secuencias (diferencias, proporcionalidad directa e indirecta, etc.), para que posteriormente, con la observación y análisis de regularidades numéricas, se formulen expresiones algebraicas de las regularidades observadas.

Se tendrá como objetivo general trabajar con los profesores aproximaciones visuales en la resolución de secuencias. El tema será tratado desde un punto de vista, en el cual la aproximación visual es considerada como el puente que conecta el trabajo de análisis de los estudiantes y la simbolización algebraica (Healy & Hoyles, 1999 citados por Kieran, 2006, p. 19).

Pensamos que la aproximación visual en tareas que involucran la generalización, puede proveer fuertes bases para la representación de secuencias y el desarrollo de un marco conceptual para las funciones. La riqueza de los diversos análisis visuales, no debe ser ignorada, y en este taller pretendemos revalorar su papel en el aprendizaje del álgebra elemental. Se buscará que los profesores realicen un análisis de las posibilidades y riquezas del análisis visual de secuencias figurales, así como de las limitaciones de ésta, para enriquecer su práctica docente (Hershkowitz, Arcavi & Bruckheimer, 2012; El Mouhayar, R. R. & Jurdak, M. E., 2012).

1. Considera la siguiente lista ordenada de figuras:

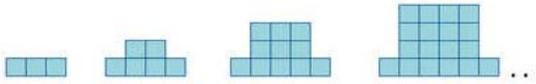


Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3 Fig. 4 ...

a) ¿Qué figura sigue en la lista? _____

b) ¿Qué se hace para pasar de una figura a la siguiente? _____

c) Dibuja en tu cuaderno la figura que ocupa la posición número 10.

d) ¿Cuántos cuadritos forman la figura que va en la posición número 20? _____

e) ¿Cuál es el patrón que rige esta sucesión? _____

Figura 1. Ejemplo de tarea con secuencias de figuras.

En la resolución de este tipo de tareas (Figura 1), a los estudiantes se les pide predecir el siguiente elemento en un conjunto ordenado, construido bajo cierto patrón. Posteriormente se

espera que éstos puedan abstraer la regla que subyace a la secuencia, para finalmente generalizarla, lo que se considera sucede cuando el estudiante logra escribir una fórmula algebraica. Sin embargo, resulta difícil, si no imposible para algunos estudiantes, generar una regla o expresión algebraica debido a que esta acción subyace la idea de generalización (Stacey, 1989). Hay que notar que al extender un conjunto ordenado y estructurado de objetos, los estudiantes muestran algún grado de generalización, pero esta actividad puede fallar, al pasar de una generalización expresada en lenguaje convencional a una expresada en las formas propias de la matemática (Carraher, Martínez & Schliemann, 2008).

La generalización de patrones

Los patrones no son admitidos como un concepto estrictamente algebraico; libros de texto, maestros y estudiantes toman una postura amplia y una aproximación inconsistente hacia los patrones, sus propiedades y sus operaciones. Prueba de lo anterior es la falta de definiciones, tanto en la literatura matemática especializada, así como en los libros de texto en las escuelas acerca de lo que es un patrón. No hay un acuerdo entre los matemáticos acerca de lo que son los patrones, sus propiedades y operaciones (Carraher, Martínez & Schliemann, 2008) pese a considerarlos.

¿Cómo se generaliza un patrón?

Rivera & Rossi (2008, p.66), señalan los resultados que en diversas investigaciones se han obtenido al tratar de responder o caracterizar el proceso para generalizar un patrón:

En la etapa inicial de la investigación, los estudiantes deben “centrarse en” o “llamar la atención” en una posible propiedad invariante o relación dentro del patrón (Lobato, Ellis & Muñoz, 2003), “tomar algo común” o una “regularidad” (Radford, 2006), y “notar” o “llegar a ser conscientes” de sus propias acciones en relación con el fenómeno sometido a generalización (Mason, Graham & Johnston-Wilder, 2005).

Las autoras prosiguen señalando que:

En Lee (1996), se describe el rol central de la “agilidad perceptiva” en la descripción y generalización de un patrón, la cual consiste en “ver varios modelos y estar dispuestos a abandonar aquellos que no resulten útiles (es decir aquellos que no conduzcan a una fórmula)”. Masón (2005), puntualiza que en ruta hacia la generalización, los estudiantes requieren actos en los que deben de “prestar atención” a los detalles, sobre todo a los aspectos que cambian o se mantienen iguales y “ver lo general a través de lo particular”. Los resultados de Rivera & Becker (2007, 2003) confirman un acto preparatorio por el cual la percepción es necesaria y fundamental en la generalización –como una “forma de llegar a conocer” un objeto o alguna propiedad o hecho acerca de un objeto- (Rivera & Rossi, 2008, p. 66-67)

Según Kieran (1989, citado por Radford, 2006, p. 5), “una de las características que pueden constituir el núcleo de la generalización de un patrón es la capacidad de percibir algo general en lo particular y que uno debe ser capaz de expresarlo algebraicamente. Un componente necesario de la generalización algebraica es el simbolismo algebraico para razonar acerca de ella y expresar la generalización”.

Radford (2006), se declara de acuerdo con las exigencias de Kieran y afirma que él podría agregar que la generalidad algebraica está hecha de diferentes niveles, unos más profundo que otros. Además, que el grado de generalidad que se puede alcanzar dentro de un nivel

determinado es entretejido con la forma material que utilizamos para razonar y expresar lo general.

La visualización

No hay duda de la participación de los aspectos visuales en el proceso de construcción del conocimiento matemático, pero decir cuál es el papel que juega es un asunto en el que no existe un acuerdo general entre los investigadores. Hershkowitz (1989) ha identificado dos posturas: en la primera, la visualización se concibe como un paso perceptual necesario para introducirse a una problemática, posteriormente puede dejarse de lado en el momento en el que intervienen procesos de pensamiento más avanzados, que la relegan a una participación marginal; en la segunda, se le concibe como un actor directo del proceso de construcción del pensamiento, pieza fundamental para el desarrollo del pensamiento matemático, y por tanto instrumento que participa directamente de él.

Desde nuestro particular punto de vista, pensamos que en un primer acercamiento a la matemática, la visualización debe jugar un papel importante, y que una de las maneras como el estudiante puede introducirse a este apasionante mundo, es a través de tareas donde lo visual esté presente y juegue un rol importante. La información que nos proporcionan los elementos visuales, serán una herramienta importante en el proceso de pensamiento, pero habrá momentos en que deberá ser abandonada o disminuida en la medida en que deje de ser la base de información fundamental, dependiendo esto de las necesidades del problema o situación a resolver.

Una caracterización de la visualización

Consideramos que no es posible dar una definición precisa y clara de lo que es la visualización, ya que sólo puede ser analizada a través de la evidencia que los individuos van proporcionando cuando la usan. Sin embargo, podemos considerar caracterizaciones de la misma sugeridas por diversos autores para tener un acercamiento de su naturaleza.

Desde el punto de vista de Duval (1999), la visualización es una organización de una cadena de unidades (palabras, símbolos y proposiciones), la cual implica tomar una estructura y comprender sus relaciones; ésta actividad no es inmediata, requiere de un largo proceso de entrenamiento, y puede ser mental o física. La complejidad de la visualización matemática consiste en la selección implícita de cuáles valores de contraste visual, dentro de las configuraciones de las unidades, son relevantes y cuales no lo son.

La visualización es diferente de la visión, ésta última es inmediata, consiste en aprehender simultáneamente diversos objetos o un campo completo, en otras palabras la visualización parece dar inmediatez a una aprehensión completa de algún objeto o situación, provee acceso directo a los objetos y está al nivel de lo que se percibe. La visión: detecta, observa; la visualización: estructura, relaciona.

Consideramos necesario, tener en cuenta otras caracterizaciones de la visualización que diversos autores han realizado (Arcavi, 2003; Hershkowitz, Arcavi & Bruckheimer, 2001; Noss, Healy y Hoyles, 1997), las cuales tratamos someramente a continuación:

Para Arcavi (2003), la visualización es un componente cognitivo central en la actividad matemática, es un producto y proceso de creación sobre gráficos o imágenes. El autor se refiere a ella como un método para ver lo invisible; tiene un rol complementario que ayuda a ver más allá

de lo aparente, respalda e ilustra los resultados simbólicos esenciales, entre otras tantas características que el autor le confiere a la visualización.

Por otro lado para Hershkowitz, *et al* (2001), la visualización en general se refiere a la capacidad de representar, transformar, generar, comunicar, documentar, y reflexionar acerca de la información visual, como tal es un factor crucial para el aprendizaje de los conceptos matemáticos. Los autores, dan evidencia de que la visualización puede ser más que un soporte intuitivo y perceptual de niveles avanzados de razonamiento, podría constituir la esencia de una matemática rigurosa dependiendo del tipo de uso que se haga de ésta; además la visualización puede ser central, no solamente en áreas que están asociadas con las imágenes visuales (tal como la geometría), sino también en aquellas donde un argumento simbólico formal es necesario (por ejemplo el álgebra).

La visualización y la generalización de patrones algebraicos

Otras investigaciones se han llevado a cabo, concretamente estudiando los procesos de visualización que se dan cuando se generalizan patrones o secuencias algebraicas. Por ejemplo Rivera & Rossi (2008), analizaron el caso concreto de tareas que involucraban la resolución de patrones donde aparecen sucesiones de figuras, notando que existen dos tipos de percepción de las figuras, el cual desarrolla las habilidades de análisis y síntesis.

Consideramos que dichas habilidades, consideramos no se dan de manera espontánea en los estudiantes, y mucho menos a la par del desarrollo de nuestras capacidades perceptuales. Y por eso es necesario desarrollar la habilidad en los estudiantes de “aprender a ver”, es decir, que los estudiantes aprendan a enfocar la información relevante y organizarla adecuadamente. Coincidimos con Hershkovitz, Parzysz & Van Dormolen (1997) cuando afirman que el ojo de los estudiantes debe ser educado, y que para lograrlo se deben presentar tareas donde se fomente: a) Analizar formas a partir de elementos básicos y desarrollar síntesis de éstas a formas complejas, b) Afinar la codificación y decodificación visual, y desarrollar la c) Flexibilidad perceptual.

En el caso que nos ocupa, la capacidad de percibir los patrones visuales requiere de la identificación de una estructura subyacente a la secuencia, y otras que se derivan de ésta. De hecho percibir ciertas estructuras así como su transformación, requiere de la capacidad de intuir y atender estructuralmente el cambio presente en ellas. Esta capacidad de percibir, identificar y atender nace de la sensibilidad que los estudiantes deben desarrollar, acompañados de sus profesores y compañeros de clase.

El taller

Como se ha mencionado líneas arriba, el objetivo del taller es trabajar con los profesores aproximaciones visuales en la resolución de secuencias o patrones algebraicos para que: 1. Construyan y analicen secuencias de figuras; 2. Observen que las soluciones de las secuencias no son únicas; 3. Den sentido a la diversidad de expresiones algebraicas asociadas a una misma secuencia; 4. Se percaten de la importancia de mostrar que las expresiones asociadas se refieren a distintas formas de asociar los elementos de las figuras.

El tema será tratado desde un punto de vista, en el cual la aproximación visual sea considerada como el puente que conecta el trabajo de análisis de los estudiantes y la simbolización algebraica. Se buscará que los profesores realicen un análisis de las posibilidades

y riquezas del análisis visual de secuencias figurales, así como de las limitaciones de ésta, para enriquecer su práctica docente.

Pensamos que la aproximación visual en tareas que involucran la generalización, puede proveer fuertes bases para la representación de secuencias y el desarrollo de un marco conceptual para las funciones. La riqueza de los diversos análisis visuales, no debe ser ignorada, y en este taller pretendemos revalorar su papel en el aprendizaje del álgebra elemental.

Los elementos teóricos que jugarán un papel importante para el desarrollo del taller, son los mencionados en páginas anteriores. Discutiremos los objetivos planteados en los planes y programas de estudio de la Secretaría de Educación Pública de México, así como las corrientes contenidas en el álgebra desde el punto de vista de las diversas investigaciones consultadas. Posteriormente se discutirán las ideas relativas a la generalización de patrones y la visualización, así como los últimos resultados obtenidos en investigaciones donde se estudia este tema.

Durante la fase de actividades, esperamos que los profesores discutan, y puedan desarrollar sus habilidades para identificar y explicar las acciones de los estudiantes en la generalización de tareas de patrones, y que durante este proceso puedan dar cuenta de la variación de explicaciones que surgen cuando se abordan este tipo de problemas.

Referencias y bibliografía

- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics* 52(3), 215-241.
- Carraher, D., & Schielman, A. (2007). Early algebra and algebraic reasoning. En F. K. Lester (Ed). *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 669-705). USA: NTCM.
- Carraher, D., Martines, M., & Schliemann, A. (2008). Early algebra and mathematical generalization. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-The International Journal on Mathematics Education*, 40(1), 3-22.
- Duval, R. (1999). Representation, Vision and Visualization: Cognitive Functions in Mathematical Thinking. Basic Issues for Learning. En F. Hitt, & M. Santos (Eds.), *Proceedings of the 21st Annual Meeting of the North America Chapter of the International Group of PME* (pp. 3-26). Cuernavaca, Morelos, Mexico: PMENA.
- El Mouhayar, & Jurdak, M. E. (20012). Teacher's ability to identify and explain students' actions in near and far figural pattern generalization tasks. *Educational Studies in Mathematics* 82(3), 379-396.
- Filloy, Rojano, & , Puig, (2008). *Educational Algebra*. United States: Springer.
- Hershkowitz, R. (1989). Visualization in Geometry-Two sides of the coin. *Focus on Learnig Problems in Mathematics*, 11(1), 61-76.
- Hershkowitz, R., Parzysz, B., & Van Dormolen, J. (1997). Space and Shape. En A. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & C. Laborde (Eds.) *International Handbook of Mathematics Education 4*, (pp. 205-237). Kluwer International Handbooks of Education.
- Hershkowitz, R., Arcavi, A., & Bruckheimer, M. (2001). Reflections on the status and nature of visual reasoning -the case of the matches. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 32(2), 255-265.
- Kieran, C. (2006). Research on the learnign and the teaching of algebra. A Broadening of sources of meaning. A. Gutiérrez, & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future* (pp. 11-49). Rotterdam: Sense Publishers.

- Kieran, (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels. Buildig meaning for symbols and their manipulation. En F. K. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 709- 755). USA: NTCM.
- Noss, R., Healy, L., & Hoyles, C. (1997). The construction of mathematical meanings: connecting the visual with the symbolic. *Educational Studies in Mathematics* 33(2), 203-233.
- Radford, L. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective. Alatorre, S., Cortina, J.L., Sáiz, M., & Méndez, A. (Eds.) *Proceedings of the 28th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp.2-21). Mérida, México: Universidad Pedagógica Nacional.
- Rivera, F., & Rossi, J. (2008). Middle school children's cognitive perceptions of constructive and deconstructive generalizations involving linear figural patterns. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-The International Journal on Mathematics Education*, 40(1), 65-82.
- Secretaría de Educación Pública (2011). *Programas de estudio 2011. Guía para el maestro. Educación Secundaria. Matemáticas*. México: SEP.
- Secretaría de Educación Pública (2010). *Serie: Programas de Estudio. Dirección General de Bachillerato*. México: SEP. Recuperado el 21 de marzo del 2013 de: http://www.dgb.sep.gob.mx/informacion_academica/programasdeestudio/cfb_1ersem/MATEMATICAS_I.pdf
- Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalising problems. *Educational Studies in Mathematics* 20, 147-164.
- Warren, E. & Copper T. (2008). Generalising the pattern rule for visual growth patterns: Actions that support 8 year olds' thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 67(2), 171-185.

Apéndice A

Formulario adicional para propuesta de talleres

Pertinencia e interés de la temática de este trabajo para desarrollarse como un taller

En la introducción del extenso referente a nuestro taller, se consigna que la capacidad de razonar algebraicamente es básica en la formación futura de los estudiantes, y por lo anterior esa habilidad es promovida en el currículum mexicano (SEP, 2010 & 2011), concretamente en la Educación Básica, en el nivel llamado Secundaria, donde asisten estudiantes entre los 11 y 15 años de edad.

Entre los objetivos y propósitos plasmados en los planes y programas de estudio, está el de desarrollar la capacidad de que los estudiantes puedan resolver problemas que impliquen expresar y utilizar la regla general lineal o cuadrática de una sucesión de números, buscando con lo anterior la capacidad de generalizar propiedades aritméticas mediante el uso del álgebra y la puesta en juego de diferentes formas de representar y realizar cálculos. Durante los tres cursos de la educación media básica, en el eje Sentido Numérico y Pensamiento Algebraico, se pide que los estudiantes puedan desarrollar las habilidades antes mencionadas (SEP, 2011).

Tomando en cuenta los reportes de diversas investigaciones, en las que se analizan las formas de proceder de los estudiantes cuando resuelven el tipo de tareas en las que se busca la generalización de patrones (Stacey, 1989; Nos, *et al.*, 1997; Carraher, *et al.*, 2008), los procesos cognitivos que ponen en juego (Rivera, *et al.*, 2008) y las capacidades y formas de proceder de los profesores cuando enseñan esta temática (Hershkowitz, *et al.*, 2001; Waren & Cooper, 2008; El Mouhayar & Jurdak, 2012) y dada la importancia que la temática tiene en el currículum actual mexicano, consideramos de suma importancia fomentar un espacio de discusión en la XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática en la cual los profesores reflexionen y discutan alrededor de los fenómenos que se dan cuando este tipo de tareas son propuestas a los estudiantes.

Acciones, objetivos y metodología que se desarrollarán durante este taller

En el taller iniciaremos con el estudio de propiedades aritméticas de secuencias (diferencias, proporcionalidad directa e indirecta, etc.), para que posteriormente, con la observación y análisis de regularidades numéricas, se formulen expresiones algebraicas de las regularidades observadas. En particular, a nosotros nos gustaría tener 3 horas de 60 minutos para desarrollar completamente el taller y lograr nuestros objetivos, a saber:

Se tendrá como objetivo general trabajar con los profesores aproximaciones visuales en la resolución de secuencias. El tema será tratado desde un punto de vista, en el cual la aproximación visual es considerada como el puente que conecta el trabajo de análisis de los estudiantes y la simbolización algebraica.

Se buscará que los profesores realicen un análisis de las posibilidades y riquezas del análisis visual de secuencias figurales, así como de las limitaciones de ésta, para enriquecer su práctica docente.

Las acciones a desarrollar en el taller serán, a grandes rasgos:

Momento 1. Se iniciará con la presentación de los elementos teóricos que sustentan el taller: las tendencias teóricas que sustentan el actual currículum escolar, las acciones de los

estudiantes al resolver tareas con patrones visuales, los procesos cognitivos que aparecen durante la resolución de este tipo de tareas y el papel que la visualización podría jugar.

Momento 2. Inicio de la resolución de las actividades. Se buscará sobre todo la participación activa del profesor en la resolución y presentación de la solución de las actividades al resto de sus compañeros presentes.

Momento 3. A partir de los modelos teóricos propuestos realizar un análisis de las posibles acciones de los estudiantes al resolver el tipo de tareas que proponemos.

Para cada uno de los tres momentos, por experiencias pasadas, calculamos se lleven a cabo cada una en horas de 60 minutos, sumando con ello tres horas completas de taller.

Información general sobre el taller

| | | | | | |
|---|-------------------------|------------------------|--|---------------------|---------|
| Nivel educativo al que va dirigido el taller | Preescolar | Primaria: 1 a 6 grados | Secundaria: 7 a 12 grados | Terciaria | General |
| | | | Todos los niveles de nivel Secundaria. | | |
| Número máximo de personas | Ninguno | | | | |
| Equipos audiovisuales o informáticos que requeriría | Proyector multimedia | TV grande | Laboratorio de computación | Conexión a Internet | |
| | Requerimos un proyector | | | | |

Apéndice B

Guías de trabajo

A continuación se adjuntan un ejemplo de las actividades que desarrollaremos en las guías de trabajo.

- I. Primera parte.** En la página 2 y 3 (*paginación según guías de trabajo*) se representan acciones que algunos estudiantes realizaron al resolver unas secuencias de patrones visuales representados en la Figura 1.

Basándose en las estrategias dadas:

- i. Explique cómo los estudiantes realizaron el análisis de las figuras.
- ii. ¿Cuál de los arreglos figurales podría ser la mejor manera para llegar a una fórmula que represente el perímetro del n -ésimo término? ¿Por qué?
- iii. Para cada una de las situaciones algebraicas, de ser posible, ofrezca una expresión algebraica y una explicación.

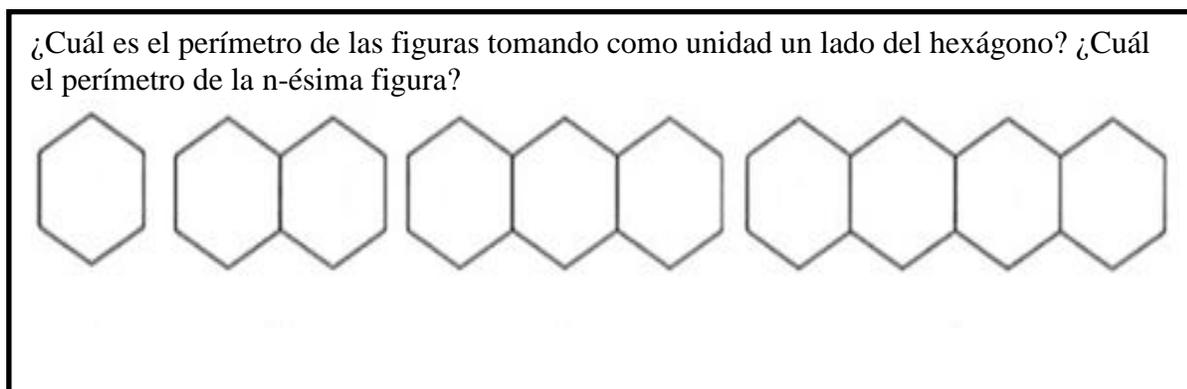
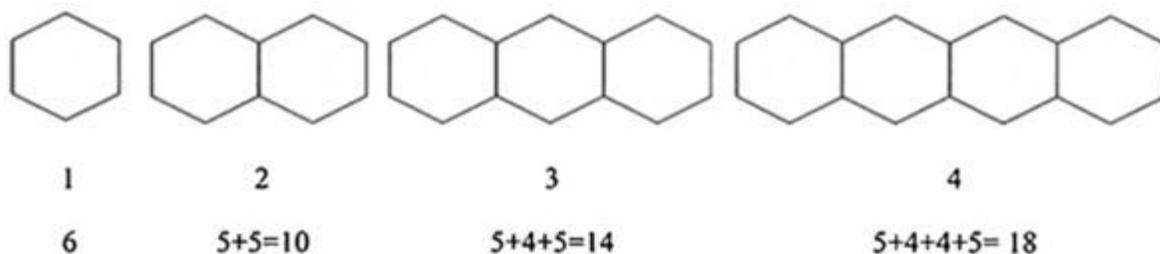
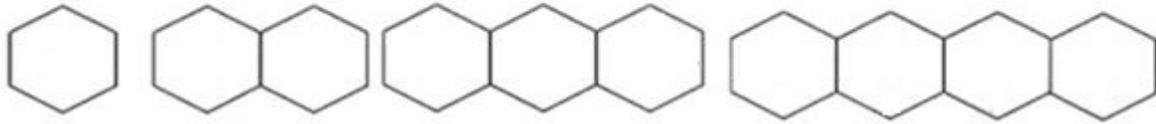


Figura 1

a)



b)



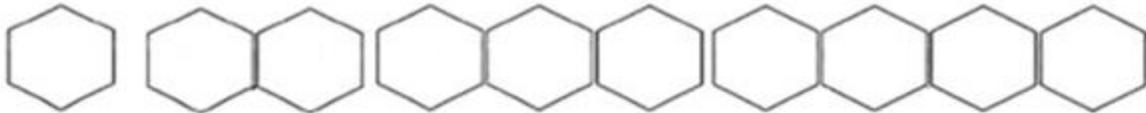
1
 $2 \times 2 + 2$

2
 $2 \times 4 + 2 = 10$

3
 $2 \times 6 + 2 = 14$

4
 $2 \times 8 + 2 = 18$

c)



1
6

2
 $2 \times 6 - 2 = 10$

3
 $3 \times 6 - 2 \times 2 = 14$

4
 $4 \times 6 - 3 \times 2 = 18$

d)

1
6

2
10

3
14

4
18