



## Música e Matemática: novos projetos e perspectivas para uma abordagem interdisciplinar

Eduardo Nespoli

Universidade Federal de São Carlos  
Brasil

[edunespoli@ufscar.br](mailto:edunespoli@ufscar.br)

Chrisley Bruno Ribeiro Camargos

Instituto Federal de Minas Gerais  
Brasil

[chrisley.camargos@ifmg.edu.br](mailto:chrisley.camargos@ifmg.edu.br)

### Resumo

Este trabalho descreve algumas conjecturas e observações que surgiram em uma pesquisa envolvendo pesquisadores da Educação Musical e Educação Matemática. Mediante o surgimento de uma eventual questão matemática em uma das atividades desenvolvidas no Laboratório de Construção de Instrumentos Musicais da UFSCar, possíveis hipóteses de uma relação matemático-musical implícita na atividade realizada foram levantadas e descritas, bem como, possibilidades de inter-relacionar música e matemática utilizando o software GeoGebra e o software Pure Data (PD). O foco aqui é enxergar conexões educacionais com a matemática a partir de uma questão musical que surge em meio ao processo de criação de instrumentos eletrônicos, e não utilizar a matemática para controlar, formatar ou buscar formas para criar estes instrumentos. A partir de novas possibilidades de se pensar a música e o som por meio do uso de recursos eletrônicos e computacionais, poder-se-á promover uma interação entre áreas de conhecimento de maneira interdisciplinar.

*Palavras chave:* música, matemática, educação, softwares, projetos, interdisciplinaridade.

### Introdução

A ideia deste artigo surgiu no decorrer da disciplina “Construções de Instrumentos e Organologia 3”, por meio de um olhar matemático de um dos autores deste artigo e do professor de música, também autor deste trabalho, que percebeu a necessidade de aprofundar as relações matemáticas que utiliza em algumas de suas atividades. Porém, não queremos aqui mostrar ou muito menos reforçar a ideia de uma racionalidade musical por meio da matemática, ou do discurso eurocêntrico que se estabeleceu atualmente de que a “Matemática está em todo lugar”

conforme destaca Knijnik e outros autores (2012, p. 77), até porque temos muitas incertezas e questionamentos perante tal discurso e não queremos evidenciar a matemática como algo superior, conforme relata Walkerdine (1990, p. 5) descrevendo que a matemática tem ocupado uma “posição de rainha das ciências”, principalmente pelo fato de outras ciências terem utilizado a linguagem matemática para descrever seus fenômenos naturais, o que parece permitir à matemática assegurar o sonho da possibilidade de controlar um “universo perfeitamente racional e ordenado”.

A disciplina Construções de Instrumentos e Organologia 3 é realizada com apoio do Laboratório de Construção de Instrumentos Musicais do Departamento de Artes e Comunicação da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar). Um dos objetivos observados nesta disciplina seria ultrapassar as barreiras formatadoras musicais impostas em diversas épocas, seja em meio à tonalidade ou a um estilo próprio de composição, e romper com o estruturalismo presente em obras musicais que definem o que seria “a música”. Podemos observar na Música Tonal ocidental ou no Serialismo de Schoenberg exemplos formais deste pensamento “estruturalista” na música, um exemplo pode ser visto no Temperamento Musical que seguiu uma afinação por meio de modelos matemáticos, de uma maneira classicamente ocidental.

Sobretudo, em meio ao advento tecnológico pós-industrial, segundo Wisnik (2007, p. 56), a escuta musical se popularizou, já que não é mais necessário participar de um concerto ou apresentação musical para ouvir uma obra, pois os meios tecnológicos permitem que você ouça quando quiser, onde quiser e quantas vezes quiser.

A partir desta “dessacralização”, “toda história dos símbolos, que vibra num acorde oculto (modal, tonal, serial), fica paradoxalmente mais exposta na sua simultânea contemporaneidade” (idem, p. 56). O som faz parte agora do mundo da repetição generalizada, do mundo tecnológico, e podemos decompor ou desconstruir uma onda sonora, e fazê-la ressoar de uma forma particular até então nunca vista na modernidade musical. Essa quebra das estruturas modais, tonais, seriais e da própria onda sonora pela tecnologia nos faria adentrar em um “Pós-Estruturalismo” musical?

Evidentemente, novos conhecimentos filosóficos, científicos e tecnológicos relacionados à manipulação da matéria sonora alteraram radicalmente a compreensão do que é o som. A Música Contemporânea, segundo Wisnik (2007, pp. 202-203), vem revelando que “a relação entre tom e pulso” são elementos fundamentais do som. Laboratórios de música eletrônica que se desenvolveram na sequência da Segunda Guerra Mundial, por meio da utilização de recursos computacionais, assinalam a possibilidade de modular todos os atributos do som como refrações moduladas de um mesmo princípio, “sons contínuos e especializados podem ser correspondidos a sinais percutidos”, “o contínuo e o descontínuo, a unidade e a diferença”.

Deste modo, a tecnologia eletrônica e computacional redimensiona os modos de percepção do som, enfatizando que a estreita relação entre pulso e tom depende fundamentalmente das frequências de oscilação. Assim, devemos considerar que se acelerarmos o pulso, o batimento, ele se torna uma “nota” e se desacelerarmos uma “nota” ela se torna um pulso. A questão possui natureza tecnológica, pois os instrumentos acústicos dependem fundamentalmente das estruturas e dimensões dos corpos vibrantes, enquanto que na música eletrônica o que está em jogo são as velocidades. Para alterar a frequência de um instrumento de cordas, por exemplo, é necessário redimensionar o tamanho de uma das cordas, conforme mostrou Pitágoras (500 a. C.), enquanto

que na música eletrônica a alteração das frequências ocorre por meio da alteração da velocidade do sinal de áudio. O que seria então o tom ou o pulso?

Fazemos aqui um contraponto entre a “Ideologia da Certeza” presente na matemática e possivelmente em conceitos musicais de teóricos tradicionais do que seria “a música” tradicional. Segundo Borba e Skovsmose (2006) a “Ideologia da Certeza”, compreende um sistema de crenças que pode controlar, esconder, mascarar ou até mesmo filtrar uma série de questões relacionadas a situações problemáticas que envolvam grupos sociais. Assim domina a certeza de que a matemática que vale é a matemática dos livros, dos brancos, acadêmica ou escolar. Os grupos dominados também passam a acreditar na ideologia de que a certeza e a exatidão são dadas por estas matemáticas, diferentes de suas práticas culturais. Será que a música que vale é também a música eurocêntrica? Dos brancos, acadêmica, erudita?

O que queremos mostrar neste texto é que, a partir destas novas possibilidades de se pensar a música e o som por meio do uso de recursos eletrônicos e computacionais, podemos promover uma interação entre áreas de conhecimento, como a matemática, a física, a educação tecnológica, dentre outras. Utilizando conceitos como artesanidade e construção manual, torna-se possível trabalhar de forma interdisciplinar, seja por meio de projetos ou por eventuais questões que surjam nesse ambiente de aprendizagem rico em possibilidades e propício à criatividade.

Neste artigo mostraremos o surgimento de uma eventual questão matemática em uma das atividades desenvolvidas no Laboratório de Construção de Instrumentos Musicais da UFSCar, possíveis hipóteses de sua relação com a atividade realizada e possibilidades de inter-relacionar música e matemática utilizando o software GeoGebra<sup>1</sup> e o software Pure Data (PD)<sup>2</sup>. O foco aqui é enxergar conexões educacionais com a matemática a partir de uma questão musical que surge em meio ao processo de criação de instrumentos eletrônicos, e não utilizar a matemática para controlar, formatar ou buscar formas para criar estes instrumentos.

### **Sobre a disciplina, seus fundamentos e métodos**

A disciplina Construção de Instrumentos e Organologia 3 sustenta-se em algumas noções contemporâneas da música, em especial as que se desdobraram após a Segunda Grande Guerra, em decorrência das transformações tecnológicas advindas da invenção dos transistores e circuitos integrados. Os anos de 1950 e 1960 são marcados socialmente pela popularização de diversos tipos de equipamentos tecnológicos que naquele momento sofreram forte redução de tamanho devido à invenção destes dois tipos de componentes eletrônicos (Holmes, 1985).

O surgimento destes novos equipamentos de áudio engendrou novos modos de criação e produção, assim como determinou novos hábitos de escuta. Sob o ponto de vista composicional, constata-se uma forte tendência de relacionar o processo composicional ao processo de criação de recursos materiais que tornassem possível a manipulação direta do material sonoro, incluindo aqui a síntese eletrônica e o trabalho com amostras sonoras gravadas, mas também o processamento de sinal de áudio adquirido em tempo real a partir de instrumentos musicais acústicos ou eletromecânicos. A criação musical adquiriu, nesta perspectiva, uma forte relação

---

<sup>1</sup> Software matemático livre que apresenta possibilidades de se trabalhar com elementos geométricos e algébricos.

<sup>2</sup> O software PD (*Pure Data*) é um software de código aberto. Este software pode ser usado para processar e gerar som, vídeos e gráficos 2D/3D. Possui dispositivos de entrada e de protocolo MIDI.

com a manipulação de componentes físicos e eletrônicos que possibilitassem a exploração da síntese sonora em sua dimensão mais ampla, redimensionando, deste modo, os sistemas musicais tradicionais baseados na noção abstrata de nota para atribuir ao fazer musical a noção concreta de som.

O que se observa como fator de destaque é que a artesanidade do processo composicional é expandida em direção aos próprios recursos técnicos por meio da produção, também artesanal, de equipamentos que possibilitassem a geração de sons complexos, que não poderiam ser, de modo algum, reduzidos ao sistema tradicional de notas e escalas. Esta perspectiva reforçou a integração entre a criação musical e a construção de recursos produtores de som, na medida em que criar os próprios instrumentos passou a ser visto como uma etapa do processo composicional. A música eletrônica experimental expande-se, neste sentido, em direção a uma perspectiva que inclui o trabalho em equipe, a interdisciplinaridade e a combinação de conhecimentos diversos necessários à produção destes equipamentos.

Os métodos de produção são aqui diferenciados em relação ao processo industrial. No lugar de uma visão universal e linear acerca da tecnologia, observa-se a expansão gradativa das noções de singularidade e rede, o que coloca, inevitavelmente, novos paradigmas para a música, as artes e os processos sociais relacionados à produção e à transmissão de informações (Nespoli, 2014). No interior desta metodologia de criação, que envolve a composição musical e a luteria experimental, a criação de instrumentos musicais adquire métodos e processos muito diferenciados daqueles normalmente realizados pela indústria. A maioria dos músicos que se envolvem com esta dimensão criativa, não possui inicialmente o conhecimento técnico especializado, nem tampouco os recursos matemáticos que possibilitem a abstração numérica voltada para a teorização anterior à execução do projeto. Eles não desenvolvem projetos teóricos de instrumentos que posteriormente serão materializados em circuitos e sistemas de controle, mas partem de uma experimentação de combinatórias lógicas que podem ser sempre reformuladas e reordenadas experimentalmente a partir da própria escuta dos resultados. Trabalha-se, deste modo, com a escuta e a recombinação de um número limitado de elementos lógicos que podem ser reinventados a cada novo instrumento a partir da reordenação das partes.

Os trabalhos realizados nas disciplinas ministradas no Laboratório de Construção de Instrumentos Musicais encontram-se relacionados com este contexto metodológico da luteria experimental, e são propostos a partir da integração de conhecimentos necessários à própria prática de criação de sistemas geradores de som. Posteriormente, os equipamentos construídos serão utilizados em apresentações musicais realizadas por meio de projetos de extensão. Neste sentido, busca-se uma integração entre ensino, pesquisa e extensão, como meio de proporcionar aos estudantes um conjunto de experiências que se desdobre em uma formação mais integrada e dinâmica, voltada para a observação e apreensão de aspectos e tendências atuais da realidade social e tecnológica.

### **Reunindo conhecimentos por meio de projetos**

Embora os procedimentos metodológicos da disciplina não partam de uma exposição teórica dos conhecimentos necessários para obtenção dos resultados, observa-se que tais conhecimentos emergem pouco a pouco pela necessidade de aquisição de referências que forneçam sustentação à prática. Deste modo, um conjunto de conhecimentos variados é reunido por meio de um único projeto que instiga os estudantes a conhecer e aprofundar diversas questões relacionadas à arte e à ciência.

Para se construir um instrumento eletrônico torna-se necessário reconhecer os princípios teóricos referentes às diversas técnicas de síntese sonora que podemos, de forma resumida, elencar em: síntese por modulação de amplitude, síntese por modulação de frequência e síntese por amostragem. Estes três princípios podem ser explorados de muitas formas, e por meio deles, pode-se alcançar diversos resultados.

Vale ressaltar que estes três procedimentos podem ser realizados por meio de recursos analógicos ou digitais, e a opção de utilizar um ou outro meio modifica significativamente as possibilidades de controle e os resultados que podem ser alcançados. Por meio de recursos computacionais e softwares, por exemplo, é possível uma observação muito mais aguçada de procedimentos matemáticos inerentes ao processo de criação de um instrumento, enquanto que, por meio de recursos analógicos, a fisicalidade dos componentes e a soldagem dos circuitos dificulta, em certa medida, a observação mais direta dos cálculos, assim como torna mais complicado o alcance de um leque amplo de recursos. Isto porque um software comumente inclui em sua linguagem uma quantidade muito mais ampla de recursos sonoros que podem ser combinados, enquanto que o trabalho com a energia elétrica em meio analógico depende da aquisição de componentes físicos específicos que muitas vezes não estão imediatamente disponíveis. Assim, a simulação de algoritmos em software, possibilita uma expansão significativa das possibilidades de combinação de materiais para a aquisição de resultados sonoros, enquanto que instrumentos construídos fisicamente com componentes eletrônicos tornam a prática mais “limitada”. Não obstante, a criação do hardware torna o processo interessantemente particular na medida em que coloca os estudantes em contato com o interior das “caixas-pretas”, possibilitando para eles a percepção de que por detrás da virtualização digital do real existe todo um universo de trajetórias químicas e energéticas. A eletrônica digital é sempre dependente da eletrônica analógica, pois é por meio desta que o registro da linguagem se conecta com a fisicalidade do mundo material.

Assim, observamos que os limites entre a realidade material do mundo e a tendência à virtualização ou simulação do real, podem ser conjugados de modo que se evite uma hierarquização entre as diferentes tecnologias que se nos apresentam no dia a dia. Ao contrário, pela compreensão mais aprofundada e integrada das camadas que se complexificam por interação, os conhecimentos científicos e artísticos são apreendidos segundo um método arqueológico<sup>3</sup> (Parikka, 2012) que investiga as tecnologias, as tendências e os discursos, assim como o jogo de forças que ocorrem entre as margens e os centros de poder. Isto proporciona aos estudantes uma apropriação de conhecimentos voltados para seus interesses, assim como propicia o desenvolvimento de uma metodologia de criação que inclui aspectos subjetivos na operacionalização da realidade material e intelectual.

A reunião de conhecimentos ocorre, portanto, pelas necessidades de compreender e alcançar os resultados que derivam do desejo coletivo em um trabalho em equipe. Neste processo, arregimenta-se saberes que compreendem a história, a física, a matemática, a eletrônica e, obviamente, a música em sua dimensão elementar, que é o próprio conhecimento acerca do

---

<sup>3</sup> Segundo Parikka, o método arqueológico relacionado ao estudo das mídias “adota a ideia – familiar à Foucault – que a arqueologia é sempre, implicitamente ou explicitamente, sobre o presente: que é o momento presente em seus objetos, discursos, práticas, e como isto passa a ser percebido como realidade” (Parikka, 2012, p. 27). Neste sentido, a arqueologia das mídias investiga o antigo e o atual, propondo por meio de um método de criação em artes, relações não lineares entre as tecnologias “antigas” e “novas”.

som e dos sistemas vibratórios. Não são mais as notas em sua propensão abstrata que emergem como tema, mas os sistemas oscilatórios e o som em sua relação com a escuta. Desta forma, a prática e a apreensão dos saberes são vistos como elementos que se aproximam dos aspectos primordiais que dão origem ao fazer musical, que são o domínio, a ordenação e a combinação dos materiais existentes no mundo para se produzir uma sinergia que resulte num determinado sistema produtor de som (Nespoli, 2014).

Os elementos matemáticos, tão naturais ao fazer musical, e inerentes às formas e aos modos de organização do som, surgem em meio a esta proliferação de conhecimentos, e são simultaneamente, conjugados a todos os demais conhecimentos que irão constituir e materializar o instrumento musical.

### **Produzindo um sintetizador AM<sup>4</sup>**

Para melhor compreendermos esta dimensão, vejamos a seguir de modo mais direcionado o que se pode alcançar por meio da criação de um sintetizador AM, ou seja, um instrumento que produz efeitos sonoros por meio de uma técnica de modulação por amplitude. O que demonstraremos a seguir é um tipo específico de modulação por amplitude, chamada normalmente de modulação de anel (*ring modulation*). A descrição que faremos a seguir utilizou o software Pure Data (PD) para criar o instrumento digital. Trata-se de um software *opensource* que é utilizado em laboratório para se criar diversos tipos de instrumentos digitais os quais são posteriormente controlados por meio de interfaces também criadas artesanalmente. A interação dos estudantes com o software torna-se mais amigável, pois a linguagem de programação é realizada por meio de caixas e linhas que podem ser conectadas para se produzir os algoritmos necessários.

O sintetizador AM criado no software utiliza dois osciladores que produzem ondas senoidais. Os objetos que produzem estas ondas são designados nas caixas como “osc~”. Acima deles é possível observar uma caixa numérica com o valor da frequência de cada onda gerada. A primeira onda é chamada de portadora, e a segunda de moduladora. As ondas senoidais geradas por estes dois osciladores são então levadas a um objeto de multiplicação do sinal de áudio, descrito na caixa como “\*~”.

Em situações musicais, entende-se que a frequência da onda portadora é modulada pela frequência da onda moduladora, por meio do objeto que multiplica os valores de suas amplitudes. Ao multiplicar as duas ondas senoidais uma pela outra obtemos uma terceira onda, derivada desta multiplicação, chamada de onda resultante. O algoritmo abaixo mostra uma onda portadora de 500HZ sendo multiplicada por uma onda moduladora de 20HZ. As imagens à direita mostram as duas ondas geradoras (acima) e a onda resultante (abaixo).

---

<sup>4</sup> *Amplitude Modulation* (Modulação por Amplitude).

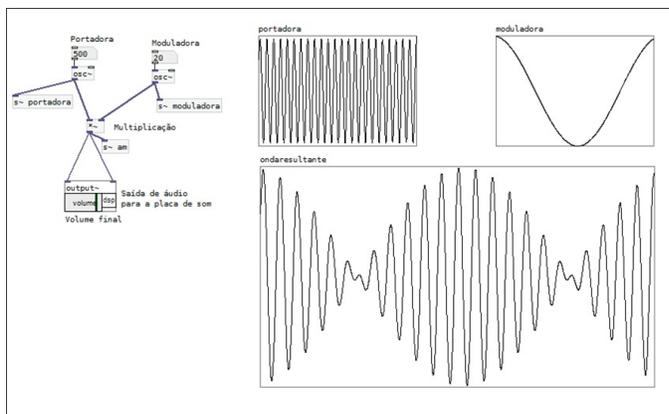


Figura 1. Princípio fundamental da modulação de amplitude no software Pure data.

Os resultados sonoros desta operação ocorrem de duas formas. Quando a onda portadora é multiplicada por uma frequência produzida pela onda moduladora que se encontra com valor igual ou abaixo à 20Hz, ouve-se um batimento resultante da modulação produzida pela alteração de intensidade gerada na onda portadora. Na imagem acima, observa-se uma onda de 500Hz sendo multiplicada por uma onda de 20Hz, e a oscilação abaixo mostra a resultante da variação de amplitude. Entretanto, quando a moduladora ultrapassa o valor de 20Hz, tornando-se assim audível ao ouvido humano, a velocidade de batimento tende a torna-se imperceptível e o que se passa a ouvir é a geração de parciais harmônicas que resultam da soma e da diferença entre os valores de frequências da portadora e da moduladora. Assim, na modulação de amplitude, quando a frequência da onda portadora é 500Hz e a da moduladora é 100Hz, o espectro sonoro resultante são duas frequências: 400Hz e 600Hz.

### Surge uma questão matemática

Conforme descrevemos anteriormente, podemos observar e abstrair relações matemáticas na produção de um sintetizador AM e em outras atividades realizadas pelo professor de música no Laboratório de Construção de Instrumentos Musicais, que poderiam ser abordadas e discutidas sob um viés educacional.

Em uma das aulas da disciplina observada, surgiu uma hipótese que chamou a atenção de um dos autores deste artigo, porém, em um primeiro olhar, não foi possível obter detalhes para não interromper a aula. A hipótese relatada pelo professor a seus alunos foi: se temos duas ondas, uma denominada portadora e outra denominada moduladora (síntese AM) combinado elas teremos uma nova onda, denominada “resultante” que apresenta as seguintes características:

$$X_1 = \text{Portadora} + \text{Moduladora}$$

$$X_2 = \text{Portadora} - \text{Moduladora}$$

Assim, a onda resultante, apresenta um espectro sonoro resultante pelas duas frequências  $X_1$  e  $X_2$ .

Em outra aula, ao trabalhar com o software PD, o professor nos mostra uma simulação no software de uma síntese AM: “Se tenho uma frequência (um som) de 200Hz (portadora) e combino (multiplico) com uma de 20Hz (moduladora) terei uma onda emitindo 220Hz e 180Hz”. Surge aqui, uma questão matemática... O professor de música pergunta ao professor de matemática se ele poderia “explicar porque isso acontece”. Conforme estabelecemos no início

deste artigo, não queremos “forçar” uma relação matemática na disciplina observada, porém, esta surgiu de forma espontânea, por meio de observação ou curiosidade de como funcionaria ou como o computador interpretaria a síntese AM. Foram discutidas algumas possíveis hipóteses para a questão e o professor de matemática ficou responsável por analisar e tentar trazer algo sobre a questão na aula seguinte.

### **Análise da questão**

Pudemos constatar que a questão levantada poderia ser transposta para um problema que envolveria funções senoidais simples, partindo do Teorema de Fourier que um sinal periódico qualquer pode ser decomposto em uma série de ondas senoidais com frequências múltiplas inteiras (mais simples) da frequência fundamental, conforme observa-se em Camargos (2011, pp. 61-62), Fourier percebeu que, até mesmo o mais complicado dos gráficos, podia ser desmembrado em ondas senoidais simples da nota fundamental e dos harmônicos de cada um dos instrumentos.

Partindo do princípio de que estávamos trabalhando com funções periódicas (ondas periódicas), observamos que muitas características destas funções podem ser descritas mediante os conceitos de velocidade da onda, amplitude, período, frequência e comprimento da onda, como nos mostra Young (2008, pp. 107-109) em seu livro de Física sobre Termodinâmica e Ondas.

Portanto, uma função de uma onda senoidal pode ser expressar de diversas formas, como por exemplo:

$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$$

onde, a partícula oscila executando um Movimento Harmônico Simples (MHS) com amplitude  $A$ , frequência  $f$ , uma constante  $k$  encontrada pela equação  $k = 2\pi/\lambda$ , comprimento de onda<sup>5</sup>  $\lambda$ , frequência angular<sup>6</sup>  $\omega$ , deslocamento  $x$  e tempo  $t$ .

No entanto, pretendíamos trabalhar com uma função mais simples, onde pudéssemos verificar a relação de multiplicação entre a frequência das ondas portadoras e moduladoras. Observe que se considerarmos  $x = 0$ , teremos uma função com uma variável  $t$  (tempo) que nos mostrará o deslocamento  $y$  da onda em função do tempo. Desta forma, procuramos trabalhar com funções do tipo<sup>7</sup>  $y(t) = A \cdot \text{sen}(mt)$  ou  $y(t) = A \cdot \text{cos}(mt)$ .

Pelo fato da constante “ $A$ ” modificar a amplitude da onda, a consideramos como uma constante  $A = 1$ , pois, uma das observações que chamaram nossa atenção e auxiliaram a descobrir uma possível resposta para o problema foi que, no programa PD, apesar de mudarem os valores da frequência com a multiplicação, a amplitude da onda continuava entre o intervalo  $[-1, 1]$ .

Como o software utilizado (PD) permite manipular ondas senoidais simples, para análise da questão levantada, buscamos transformações trigonométricas que apresentassem multiplicações de senoidais, objetivando o resultado descrito anteriormente.

<sup>5</sup>  $\lambda = v/f$ , sendo  $v$  a velocidade da onda e  $f$  sua frequência.

<sup>6</sup>  $\omega = 2\pi f$

<sup>7</sup> O parâmetro  $m$  varia o período da função.

Analisando possíveis fórmulas trigonométricas observamos uma possível relação com a seguinte equação:

$$\text{Equação 1: } \text{sen}(x).\text{sen}(y) = 1/2[\cos(x - y) - \cos(x + y)]$$

Observe que nesta equação, se tivermos ondas senoidais conforme o exemplo dado pelo professor de música, “sen(200x) e sen(20x)”, teremos:

$$\text{sen}(200x).\text{sen}(20x) = 1/2[\cos(180x) - \cos(220x)]$$

Levando essa conjectura para o software GeoGebra, pudemos testá-la com diferentes ondas senoidais. Criamos várias ondas senoidais do tipo  $y = \text{sen}(m.x)$ , com  $m$  variável e obtivemos ondas idênticas às exibidas no software PD. Um exemplo a seguir, combinamos as ondas (funções)  $f(x) = \text{sen}(200x)$  e  $g(x) = \text{sen}(20x)$ , obtendo a função  $i(x) = f(x).g(x)$ , observe a figura:

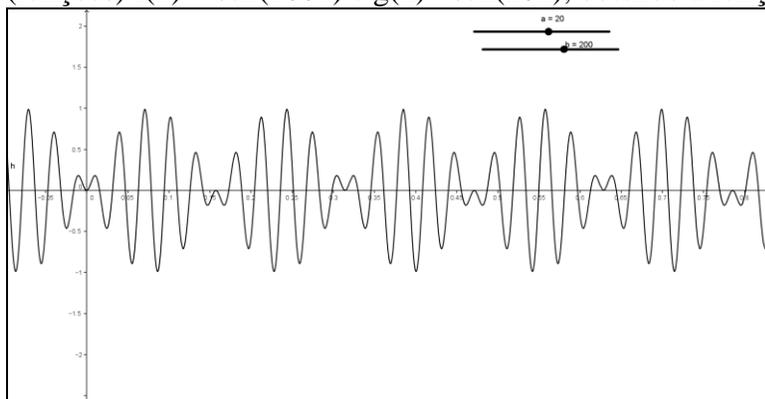


Figura 2.  $i(x) = \text{sen}(200x).\text{sen}(20x)$

Observe que a função  $i(x)$  combina as variações das ondas  $f(x)$  e  $g(x)$  e não ultrapassa o limite do intervalo  $[-1, 1]$ , assim como no programa PD, isso porque a multiplicação de senos dada pela equação 1:  $\text{sen}(x).\text{sen}(y) = 1/2[\cos(x - y) - \cos(x + y)]$ , nos dá uma função que combina as funções senoidais anteriores em uma expressão de soma e subtração de cossenos, que também possuem formatos senoidais em seus gráficos, multiplicado pelo escalar  $1/2$ , isso faz com que na soma de seus extremos no intervalo  $[-1, 1]$  tenhamos a imagem:

Obtendo o menor valor de  $\text{sen}(x).\text{sen}(y)$ :  $1/2.(-1 - (1)) = -1$  ou

Obtendo o maior valor de  $\text{sen}(x).\text{sen}(y)$ :  $1/2.(1 - (-1)) = 1$ , continuando assim no intervalo  $[-1, 1]$ .

Para testar com várias ondas ao mesmo tempo, criamos dois parâmetros (controles deslizantes) no GeoGebra, um parâmetro “a” variando de  $(-200$  a  $200)$  e um parâmetro “b” variando de  $(-1000$  a  $1000)$ , obtendo diferentes combinações da multiplicação das funções criadas:  $p(x) = \text{sen}(a.x)$  e  $q(x) = \text{sen}(b.x)$ .

Assim foi possível verificar a combinação das ondas e que essas não ultrapassaram o limite da imagem no intervalo  $[-1, 1]$ :

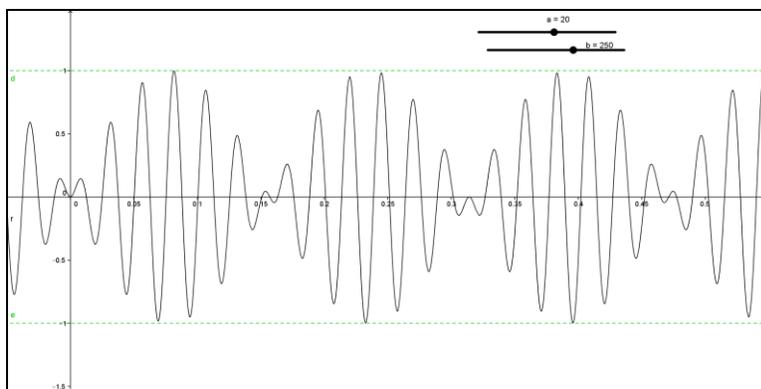


Figura 3. Função  $r(x) = \text{sen}(20x) \cdot \text{sen}(250x)$

Não foi possível por meio do software GeoGebra verificar se o resultado das multiplicações das funções senoidais foram dadas pela equação 1, no entanto, trata-se de uma transformação trigonométrica válida (Spiegel, 1992, p. 29) e já demonstrada, logo, pudemos perceber um resultado idêntico ao observado no software PD mediante a simulação de ondas sonoras, observe a função  $r(x) = \text{sen}(20x) \cdot \text{sen}(250x)$  comparada à síntese AM feita com ondas de 20Hz (portadora) e 250Hz (moduladora):

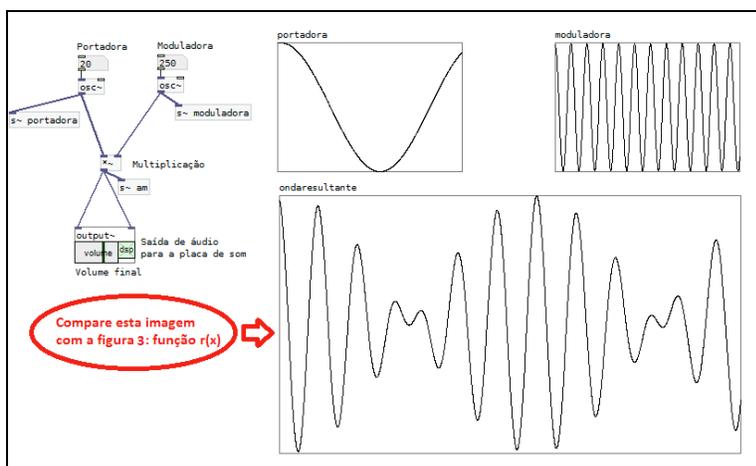


Figura 4. Software PD - Síntese A.M.: Portadora 20Hz e moduladora 250Hz.

Conforme podemos observar nas figuras 3 e 4, a modulação das ondas de 20Hz e 250Hz feita no software GeoGebra por meio da multiplicação de funções senoidais nos forneceu uma onda que pôde ser observada também no software PD. Foram feitos vários testes no sintetizador AM do software PD e no software GeoGebra, constatamos que as ondas apresentavam características idênticas.

Consideramos aqui, que por meio da música eletrônica experimental, podemos fornecer meios ou hipóteses para um trabalho interdisciplinar entre duas áreas aparentemente disjuntas como a música e a matemática, seja por meio de projetos, ou numa perspectiva de trabalho em equipe, por professores de matemática e de música sob um viés educacional.

### Considerações finais

O que descrevemos neste artigo foi um primeiro contato entre pesquisadores da Educação Musical e da Educação Matemática que anteriormente, em trabalhos específicos de cada área, já

percebiam em meio às suas pesquisas, ou no dia a dia em sala de aula, situações onde a música e a matemática poderiam ser compreendidas por meio de uma abordagem interdisciplinar. Talvez, estejamos diante do início de um trabalho que possa promover ações pedagógicas que permitam levantar conhecimentos musicais e matemáticos de uma forma conjunta e possibilitem promover estas ações em sala de aula.

Uma forma interessante de pensar tal questão pode ser encontrada sob o ponto de vista de que tais áreas de conhecimento podem ser observadas como componentes de um dispositivo (Deleuze, 1990) maior e mais heterogêneo que envolve a própria operação da realidade, tanto do ponto de vista cognitivo quanto do ponto de vista material. Neste sentido, estamos vendo a junção da música e da matemática como dispositivo de compreensão e criação do mundo sonoro, mas também do modo de operacionalizar a percepção que se tem da realidade em que se vive.

Em meio à sociedade contemporânea altamente mediatizada, a relação que encontramos com estas áreas de conhecimento é inseri-las de forma prática no trabalho de criação de dispositivos tecnológicos realizado com os estudantes. Trabalhando num campo de maior multiplicidade prática e teórica, passamos a viabilizar tais linguagens enquanto instrumentos agenciadores de percepções e ações; tratando, assim, o trabalho humano em seu aspecto ontológico: a construção do mundo cognitivo, social e material.

A busca aqui é por um processo mais voltado para aquilo que o filósofo Félix Guattari chama de Ecosofia<sup>8</sup> (Guattari, 1990). Trata-se, portanto, de unificar as esferas do pensamento às das ações sociais, indo de encontro ao ambiente e à sua reconstrução. Trabalhar nesta dimensão criativa por meio de projetos de ensino, pode garantir a produção de agenciamentos coletivos que estabeleçam uma intensificação de percepções singulares e não universais da operacionalização dos dispositivos técnicos que, neste caso, deixam de ser observados somente como elementos de uso (consumo), para serem vistos como elementos de mediação da criatividade. Esta operação permite tirar a relação com o conhecimento da esfera sacra-intelectual para inseri-la numa esfera de mediação prática e criativa do meio.

Mostramos neste artigo algumas possibilidades de se pensar a música por meio da interação com novas tecnologias e possíveis conexões com outras áreas, neste caso com a matemática, trazendo e comparando resultados em softwares matemáticos como o GeoGebra e em softwares de geração de sons como o PD, de uma forma onde pudéssemos comparar e comprovar uma questão matemática que surgiu espontaneamente em meio às atividades desenvolvidas no Laboratório de Construção de Instrumentos Musicais da UFSCar.

Por meio da questão aqui abordada e de outras questões ou hipóteses também observadas neste primeiro contato entre nós pesquisadores no primeiro semestre de 2014, percebemos novas possibilidades de inter-relacionar música e matemática. Desta forma, pretendemos em trabalhos ou pesquisas futuras, analisar conexões educacionais entre a música e a matemática a partir da criação de instrumentos acústicos, eletromecânicos ou eletrônicos, de uma maneira interdisciplinar, buscando evidenciar o potencial de experiências que envolvam ambos os conhecimentos, sobretudo, com o cuidado de não utilizar a matemática para controlar, formatar

---

<sup>8</sup> Trata-se da noção descrita por Félix Guattari em seu livro “As três ecologias” (Guattari, 1990). O autor busca ampliar a definição de ecologia ao englobar a ela três universos, a saber: o do ambiente, o das relações coletivas e o da singularidade do indivíduo. A unidade formada pela relação entre estes três universos é chamada por Guattari de Ecosofia.

ou buscar formas para criar estes instrumentos. Neste sentido, observamos estas duas áreas de conhecimento como componentes de um único dispositivo que integra saberes heterogêneos que permitem fazer e compreender a música em sua dimensão sonora e matemática.

Obviamente, esta é uma reflexão inicial, e esperamos poder continuar nos aventurando por esses caminhos, sejam em leituras, discussões e pesquisas, mostrando não o poder formatador da matemática ou a Ideologia da Certeza descritos por Borba e Skovsmose (2006), mas uma forma de pensar diferente, pensar o poder “desformatador”, criador ou inspirador da música e da matemática, mostrando formas de se trabalhar ou enxergar uma nova maneira de se unir educacionalmente estas duas artes: a música e a matemática.

### Referências e bibliografia

- Borba, M. C., & Skovsmose, O. (2006). A Ideologia da Certeza em Educação Matemática. En *Educação Matemática Crítica: A Questão da Democracia* (3a ed., pp. 127-148). Campinas, SP: Papirus,
- Camargos, C. B. R. (2011). *Música e Matemática: A harmonia dos números revelada em uma estratégia de modelagem*. São Paulo, SP: Edgard Blücher.
- Deleuze, G. (1990). ¿Que és un dispositivo? *Michel Foucault, filósofo* (pp. 155-161). Barcelona: Gedisa, Trad.: Wanderson Flor do Nascimento. doi: <http://escolanomade.org/pensadores-textos-e-videos/deleuze-gilles/o-que-e-um-dispositivo>
- Guattari, F. (1990). *As Três Ecologias*. Campinas: Papirus.
- Holmes, T. (1985). *Electronic and Experimental Music: Technology, Music, and Culture* (3a ed.). Nova York: Routledge.
- Knijnik, G., et al. (2012). *Etnomatemática em movimento*. Belo Horizonte: autêntica Editora.
- Nespoli, E. (2014). Máquinas em transformação: arte sonora, agência e indeterminação. En *Antropologia e performance: ensaios na pedra*. São Paulo: Terceiro Nome.
- Parikka, J. (2012). *What is Media Archaeology*. UK: Polity Press.
- Spiegel, M. R. (1992). *Manual de fórmulas, métodos e tabelas de matemática* (Trad. Roberto Chioccarello. Ed. rev. e ampl). São Paulo: Makron, McGraw-Hill, Coleção Schaum. Walkerdine, V. O. (1995). Raciocínio em Tempos Pós-Modernos. (Trad. Tomaz Tadeu da Silva). *Educação e Realidade*, 20(2), 207-226. jul./dez.
- Wisnik, J. M. (2007). *O Som e o Sentido* (2a ed.). São Paulo: Companhia das Letras.
- Young, H. D. (2008). *Sear and Zemansky's University physics*. Física II: Termodinâmica e Ondas / Young e Freedman. (Trad. Cláudia Santana Martins, 12th ed.). São Paulo: Addison Wesley.