



## **Análisis de praxeologías matemáticas en cursos de especialidad en formación de ingeniero para diseño de secuencias didácticas**

Avenilde **Romo Vázquez**

Centro de investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, Instituto Politécnico Nacional  
México

[aromov@ipn.mx](mailto:aromov@ipn.mx)

Lenin Augusto **Echavarría Cepeda**

Instituto Politécnico Nacional  
México

[laugusto@ipn.mx](mailto:laugusto@ipn.mx)

### **Resumen**

En esta investigación en proceso se aborda la problemática de la formación matemática para futuros ingenieros y su adecuación a la formación de especialidad. La Teoría Antropológica de lo Didáctico y en particular las nociones de institución y de praxeología nos permiten situar esta problemática. Se analizan los cursos de Análisis Matricial de Estructuras y Análisis Numérico de la Ingeniería en Aeronáutica de una institución de educación superior mexicana a través de un análisis de tareas que permite mostrar posibles relaciones entre éstos y generar en un segundo momento una secuencia didáctica. En particular, se identifica que las fases usuales del método de elemento finito involucran técnicas que están presentes en ambos cursos.

*Palabras clave:* modelización matemática, análisis de tareas, formación de ingenieros.

### **Introducción**

Esta investigación se centra en la enseñanza matemática para la formación de futuros ingenieros y tiene por objetivo principal diseñar actividades de modelización matemática basadas en el análisis de cursos de especialidad de Diseño de la carrera de Ingeniería en Aeronáutica de la Unidad Profesional Interdisciplinaria de Ingeniería Campus Guanajuato (UPIIG) del Instituto

Politécnico Nacional (IPN). En esta especialidad, la modelización matemática juega un papel importante, particularmente en cursos como Análisis Matricial de Estructuras, Aerodinámica, Estructuras de Pared Delgada y Diseño Aerodinámico. La modelización matemática ha sido muy estudiada en la disciplina de la Matemática Educativa, por ejemplo el estudio ICMI 14 publicado en el 2007 (Blum, Galbraith, Henn y Niss, 2007) fue dedicado a este tema. También existen investigaciones (Pollak, 1988; Camarena 1999; Sevgi, 2006; Romo, 2009; Macias 2012; Soto 2013 y Romo, 2014) enfocadas específicamente a la formación de ingenieros. Pollak (1988) destaca que las necesidades matemáticas de los ingenieros pueden reconocerse a dos niveles: básicas y avanzadas. Las primeras son necesarias para resolver ecuaciones, manipular parámetros y utilizar modelos matemáticos mientras las segundas permiten construir y adaptar modelos matemáticos más sofisticados. Asimismo, Pollak reconoce que el paradigma de la modelización matemática en la formación de ingenieros puede ser eficaz. Sin embargo, instaurar este paradigma resulta complejo como lo muestran diversas investigaciones. Por ejemplo, en (Camarena, 1999) se reconoce que en el uso de las matemáticas intervienen diferentes conocimientos, lo que provoca que en el uso de las matemáticas se ignoren elementos teóricos que en la enseñanza ocupan un rol preponderante. En este mismo sentido Noss, Hoyles y Pozzi (2000) y Kent y Noss (2002) muestran que en prácticas profesionales de enfermeras, banqueros, pilotos de avión y de ingenieros civiles, las matemáticas pueden ser invisibles para los usuarios. Esto debido a que la práctica permite cristalizar los modelos matemáticos que sustentan los conocimientos en uso. Otro factor que consideran favorece la invisibilidad de las matemáticas es la división del trabajo matemático, en la práctica de ingenieros civiles los ingenieros analistas crean modelos matemáticos mientras que los ingenieros de diseño utilizan estos modelos. Bissell (2002) enfatiza que en la práctica más que la construcción de modelos existe una adaptación y refinamiento de modelos tipos. Este uso, adaptación y refinamiento de modelos puede verse afectado por el uso de la tecnología, cada vez más presente en las prácticas profesionales, la cual modifica el trabajo matemático (Kent, 2007). Todo lo anterior evidencia la complejidad de identificar las matemáticas utilizadas en las prácticas profesionales de ingenieros y por tanto la de acercar la enseñanza de las matemáticas a éstas. Sin embargo, existen trabajos y propuestas dentro de la matemática educativa para enfrentar esta complejidad. En el trabajo de Kent y Noss (2000) se presenta una propuesta para un curso corto de iniciación al uso del programa computacional Mathematica partir de una tarea de resistencia de materiales. En este mismo sentido los trabajos de Macias (2012), Soto (2013) y Romo (2014) proponen el diseño de actividades didácticas de modelización basadas en el análisis de modelos matemáticos en uso dentro de las disciplinas de la especialidad y en la práctica misma. Tanto el diseño de las actividades como el análisis de los modelos matemáticos en uso se realizan utilizando herramientas de la Teoría Antropológica de lo Didáctico, propuesta por Chevallard (1999). Esta investigación se desarrolla dentro de esta misma propuesta teórica metodológica realizando un análisis de modelos matemáticos utilizados en el curso de análisis matricial de estructuras y el curso de métodos numéricos. El primero es parte de la formación de especialidad y el segundo de la formación matemática (básica). Se detalla a continuación tanto la propuesta teórica metodológica como un ejemplo de análisis del curso matricial de estructuras y cómo puede ser base del diseño de actividades didácticas para el curso de métodos numéricos.

### **Herramientas teóricas metodológicas**

La Teoría Antropológica de lo Didáctico ofrece un modelo epistemológico para el estudio de la actividad humana en su dimensión institucional y en particular para el estudio de la actividad matemática. Dos nociones definidas dentro de esta teoría son consideradas para el

desarrollo de esta investigación: institución y praxeología, éstas se detallan a continuación.

La praxeología  $[T, \tau, \theta, \Theta]$  es entendida como la unidad mínima de análisis de la actividad matemática y tiene cuatro componentes  $T$ , tipo de tareas,  $\tau$  técnicas,  $\theta$  tecnologías y  $\Theta$  teorías. Las tareas pertenecen a un tipo de tareas y corresponde a la consigna, lo que se hace; las técnicas corresponden a la forma de realizar las tareas, cómo se hace; las tecnologías son los discursos que permiten producir, justificar y explicar las técnicas, el por qué se hace así y las teorías son discursos más generales que producen, justifican y explican las tecnologías. Así la actividad de modelización en este trabajo será analizado en términos de praxeologías, que tendrán lugar en diferentes instituciones, que son definidas de la siguiente manera.

“Las instituciones, es decir, organizaciones sociales estables, enmarcan las actividades humanas y simultáneamente las hacen posibles por los recursos que estas instituciones ponen a disposición de sus sujetos. Estos recursos materiales e intelectuales han sido producidos por comunidades, a lo largo de procesos de enfrentamiento a situaciones problemáticas, para resolverlas con regularidad y eficacia” (Castela & Romo, 2011, p.85).

Esta noción nos parece fundamental para situar la formación de ingenieros en términos de las instituciones que la componen, para lo cual consideramos el modelo propuesto en Romo-Vázquez (2009). En dicho modelo se consideran tres tipos de instituciones: de producción, de enseñanza y de uso. Aunque se precisa que éste corresponde a un modelo “limitado” pues pueden existir muchas más instituciones que participen en dicha formación. Las instituciones de producción son las que producen el modelo matemático, visto como praxeología, haciendo pesar sobre éste todas sus condiciones y restricciones, pero también generando puntos de apoyo. Se reconocen dos instituciones de producción:

- Matemáticas (como disciplina)  $P(M)$ .
- Disciplinas Intermediarias (como disciplina)  $P(DI)$ .

Las instituciones de enseñanza son las responsables de transmitir las praxeologías (modelos matemáticos), operando las transposiciones necesarias para adaptarlas a las condiciones y restricciones de la enseñanza, incluso cuando dichas praxeologías están en uso, por ejemplo un curso de la especialidad. Se reconocen dos instituciones de enseñanza:

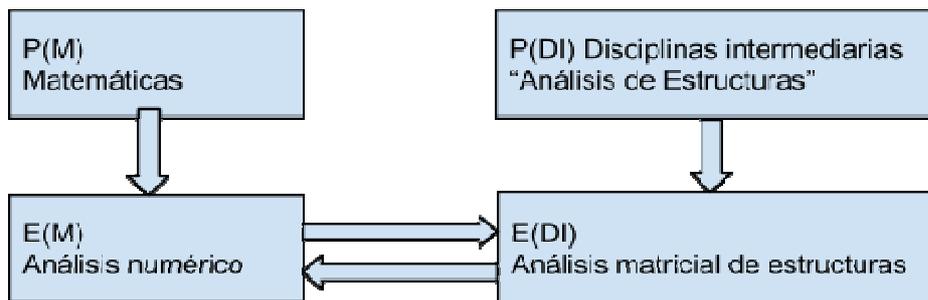
- Enseñanza de las Matemáticas  $E(M)$ .
- Enseñanza de las Disciplinas Intermediarias  $E(DI)$ .

Las instituciones usuarias es donde las praxeologías matemáticas son utilizadas para atender a las necesidades de la práctica:

- Práctica profesional  $Ip$ .
- Actividades prácticas  $Ap$ .

Las instituciones que consideramos aparecen en el Esquema 1,  $E(M)$  está representada por el curso de métodos numéricos,  $E(DI)$  está representada por el curso de análisis matricial de estructuras. En una primera etapa los dos cursos serán analizados para reconocer las relaciones que existen entre éstos y sobre todo cómo podría diseñarse una secuencia didáctica para el curso de métodos numéricos que atienda necesidades del curso de análisis matricial de estructuras. Esto aparece representado por las dos flechas, una que va del curso de métodos numéricos al de

análisis matricial de estructuras y la otra en el sentido inverso. Las instituciones de producción aparecen como instituciones de referencia, es decir como sustento general de las de enseñanza que pueden aparecer a diferente nivel en las de enseñanza: convocadas, invocadas, evocadas o ignoradas. Estos niveles de relación entre las instituciones de producción P y de enseñanza E se detallan en Romo-Vázquez (2009). Se dice que una institución de producción es convocada si las praxeologías se realizan en E de la misma manera (o muy cercanamente) que en P. Se dice que se invocan si se reconoce que las tecnologías que sustentan las técnicas provienen de P, aunque no se presenten. La evocación corresponde a un nivel menor y es cuando sólo se dice que existe una tecnología en P que sustenta las técnicas presentadas en E. En el nivel de ignorancia no hay ninguna referencia a P en E.



Esquema 1. Instituciones consideradas para esta investigación.

### Observación del curso de análisis matricial de estructuras

- Se observa el curso de Análisis Matricial de Estructuras. Cuando hay disponibilidad de videocámara, se filman las sesiones observadas.
- Se toman notas considerando las siguientes palabras clave: modelar, comparar resultados analíticos con numéricos, ... Se suelen tomar fotografías como evidencia de algunas observaciones.
- Se analiza el libro de texto y se contrasta lo ahí escrito con lo que dice el profesor. Se detectan las mismas palabras clave que en el párrafo anterior.

### Reflexión sobre el curso análisis numérico

- A través de entrevistas con un profesor del curso de análisis numérico, se puede conocer más acerca de la propia filosofía del curso.
- Se hace un análisis de los reactivos de tareas y de exámenes para detectar las tendencias del curso.
- Se completa una bitácora después de cada sesión tratando de retomar momentos en los que se mencionó la modelación o soluciones numéricas vs. soluciones analíticas.

### Identificación de praxeologías

Tanto en el curso de análisis numérico como en el de análisis matricial de estructuras, se presentan tipos de teorías. En análisis numérico se tratan de buscar tareas que:

- Impliquen algún tipo de modelación.
- Impliquen una contrastación entre el método numérico y el analítico.

En el curso de análisis matricial de estructuras se intentan buscar tareas que

- Involucren conocimientos de matemáticas explícitas.
- Involucren una contrastación entre soluciones analíticas y numéricas.
- Pongan de relieve creencias sobre la modelación.

### Ejemplos de tareas

Las observaciones hechas en en el curso de análisis matricial de estructuras nos han permitido distinguir elementos que permiten una comparación analítica con el curso de análisis numérico. Durante las clases y en entrevistas, el profesor del curso de análisis matricial de estructuras ha manifestado la importancia que tienen las relaciones entre los métodos analíticos, los métodos numéricos y la experimentación en laboratorio para estudiar problemas de estructuras. Entre sus objetivos de enseñanza, está que los estudiantes aprendan a conducir una comparación adecuada de las soluciones obtenidas mediante diferentes métodos. Dentro de este objetivo, el profesor busca que los estudiantes sean, en principio, capaces de desarrollar programas en los que se implementen los métodos numéricos.

Una tarea típica del curso de Análisis Matricial de Estructuras consiste en determinar las reacciones en O en la Figura 1. Para realizar esta tarea, la técnica propuesta es la siguiente: 1) se dibuja un diagrama de cuerpo libre, 2) se vectorizan las fuerzas, 3) se aplican las ecuaciones de equilibrio y 4) se resuelven dichas ecuaciones. Resolver dichas ecuaciones (paso de esta técnica) constituye un tipo de tarea que suele presentarse en el curso de análisis numérico, sin embargo no suelen ser un tipo de tareas de los más retadores.

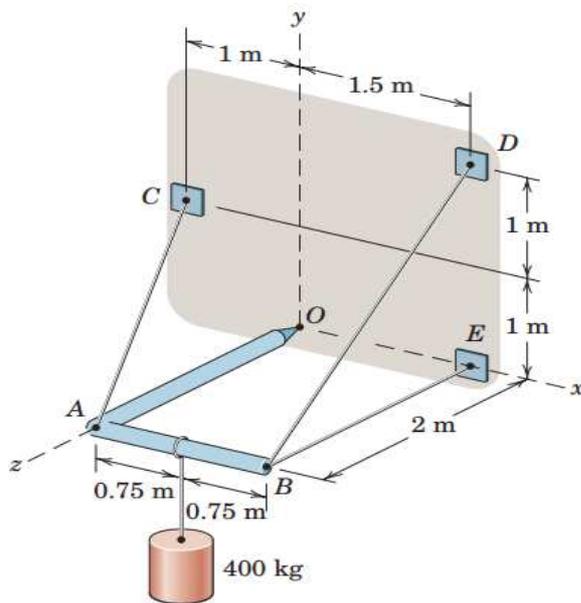


Figura 1. Tarea típica de análisis matricial de estructuras.

Otra tarea consiste en determinar la fuerza en cada miembro de la armadura de la Figura 2. Una técnica para resolver esta tarea requiere del uso del programa computacional ANSYS. Para resolverlo se siguen los pasos usuales del método de elemento finito. En la fase de pre-procesamiento, se modela el problema en ANSYS, se asignan los valores de los materiales

involucrados y se aplican las restricciones. Este paso de la técnica de solución es propia del curso de análisis matricial de estructuras. En la fase de solución, se resuelven las ecuaciones simultáneas numéricamente, es decir, un paso propio del curso de análisis numérico. En la fase de pos-procesamiento, se interpretan las soluciones obtenidas en términos del problema original. Esta última fase es propia del curso de análisis matricial de estructuras. De esta manera, de una forma natural, podría darse la interacción de ambos cursos. En la fase de solución, los estudiantes del curso de análisis numéricos pueden comparar y analizar las soluciones obtenidas mediante varios métodos, por ejemplo, usando el método de Galerkin o el de mínimos cuadrados (Moaveni, 2003).

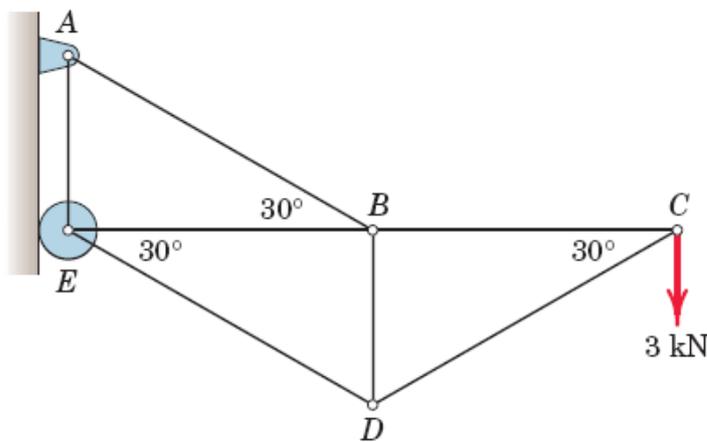


Figura 2. Armadura para una tarea que involucra técnicas de análisis matricial de estructuras y análisis numérico.

### Diseño de actividad didáctica

A partir de las fases típicas del método de elemento finito, se puede plantear la interacción entre los estudiantes de los cursos de análisis numérico y de análisis matricial de estructuras. Es decir, podría diseñarse una secuencia didáctica para los dos cursos en la cual, los estudiantes de análisis matricial de estructuras se encargan de las fases de pre y post-procesamiento porque el estudiar las características de los materiales, el planteamiento de problemas y la interpretación de soluciones de estructuras forma parte natural de los objetivos de este curso. Mientras tanto, la fase de solución puede ser realizada por los estudiantes de análisis numérico porque la obtención de soluciones numéricas, su análisis y comparación son actividades propias de este curso. El diseño de esta secuencia se encuentra en proceso, debido a que el análisis de tareas se está profundizando, pero consideramos que sería una base para el diseño de una actividad didáctica que pudiera ser parte de los dos cursos. Su diseño sería posible debido al trabajo colaborativo que durante este semestre los profesores de estos dos cursos están realizando. Es un elemento metodológico que también deberá ser analizado en el marco de la investigación.

### Conclusión

Esta investigación considera la problemática de la formación matemática de futuros ingenieros. En particular, el lugar que la modelización matemática pueden tener en los cursos de esta asignatura. Las nociones de institución y de praxeología definidas en la Teoría Antropológica de lo Didáctico nos permiten reconocer tres tipos de instituciones que participan en la formación de ingenieros, de producción, de enseñanza y práctica así como analizar la

actividad de modelización matemática que tienen lugar en las instituciones de enseñanza. Estas instituciones están representadas por el curso de métodos numéricos E(M) y el curso de análisis matricial de estructuras. Estos cursos son analizados para reconocer las praxeologías y/o sus elementos que mantengan alguna relación. El trabajo colaborativo de los profesores responsables de estos cursos ha permitido iniciar un análisis de tareas que evidencie dichas praxeologías y permita en un segundo momento el diseño de una secuencia didáctica. Esta secuencia deberá ser parte de ambos cursos, se espera que pueda diseñarse e implementarse hacia la parte final del semestre. El análisis de tareas se encuentra en proceso, pero consideramos que los ejemplos aquí presentados permiten ilustrar que existen técnicas matemáticas que son parte de las técnicas del análisis matricial de estructuras. El uso de estas técnicas es distinto al que se tiene en las tareas propias de los métodos numéricos, pues los elementos tecnológicos que las explican no son los mismos. Un análisis más fino permitirá precisar las praxeologías y hacer el diseño de la secuencia didáctica. Consideramos que este tipo de trabajos enfrenta la complejidad de comprender las lógicas que rigen cada institución de enseñanza, sin embargo esta ruta metodológica nos parece necesaria para comprender las necesidades matemáticas de la formación de especialidad y adecuar en efecto la formación matemática.

### Referencias y bibliografía

- Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H.-W., & Niss, M. (Eds.). (2007). *Modelling and Applications in Mathematics Education* (Vol. 10). Boston, MA: Springer. doi:10.1007/978-0-387-29822-1.
- Camarena, P. (1999). *Las funciones generalizadas en ingeniería, construcción de una alternativa didáctica* (Tesis de doctorado no publicada). CINVESTAV, México.
- Castela, C. , & Romo, A. (2011). Des mathématiques a l'automatique: étude des effets de transposition sur la transformée de Laplace dans la formation des ingénieurs. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 31(1), 79-130.
- Chevallard Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique Des Mathématiques*, 19(2), 221–265.
- Kent, P., & Noss, R. (2000). The Visibility of Models: Using technology as a bridge between mathematics and engineering. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 31(1), 61–69.
- Kent, P., & Noss, R. (2002) The mathematical components of engineering expertise: The relationship between doing and understanding mathematics. *Proceedings of the IEE Second Annual Symposium on Engineering Education: Professional Engineering Scenarios 2* (pp. 39/1 -39/7)
- Macias, C. (2012). *Uso de las nuevas tecnologías en la formación de ingenieros* (Tesis de maestría no publicada). CICATA-IPN, México.
- Moaveni, S. (2003). *Finite element analysis: theory and application with ANSYS*. India: Pearson Education.
- Noss, R., Hoyles, C., & Pozzi, S. (2000). Working Knowledge: Mathematics in use. En A. Bessot & J. Ridgway (Eds.), *Education for Mathematics in the workplace*, (pp.17-35). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Pollak, H. (1988). Mathematics as a service subject-why? En A. G. Howson et al. (Eds), *Mathematics as a service subject* (pp. 28-34). Cambridge: Cambridge University Press (Series : ICMI study).
- Romo, A. (2009). *La formation mathématique des futurs ingénieurs* (Tesis de doctorado). Université Diderot Paris 7.

Sevgi, L. (2006). Modeling and simulation concepts in engineering education: Virtual tools. *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences*, 14(1), 113–127.

Soto, S. (2013). *Una secuencia didáctica basada en modelación matemática* (Tesis de maestría no publicada). CICATA-IPN, México.