



La interpretación de infantes preescolares de entre 5 y 6 años sobre imágenes didácticas vinculadas con el conocimiento numérico que implica al uso del sistema monetario (\$1, \$2, \$5 y \$10)

Jocelin **Venegas** Martínez

Departamento de Investigaciones Educativas, CINVESTAV-IPN

México

joxxik@hotmail.com

Resumen

En este documento se presenta una parte de los hallazgos obtenidos a partir de una investigación que tuvo como objetivo documentar y analizar la interpretación que 6 infantes, de entre 5 y 6 años, pueden hacer sobre un conjunto de imágenes didácticas vinculadas con el conocimiento numérico que implica el uso del sistema monetario (\$1, \$2, \$5 y \$10). Para lograr este propósito se realizaron una serie de entrevistas individuales en las cuales cada niño debía resolver, con base en la información recuperada de una imagen, diversos problemas matemáticos relacionados con situaciones de compra-venta. Los resultados obtenidos muestran que la imagen didáctica es un recurso que beneficia la enseñanza de las matemáticas, pues posibilita que los niños desplieguen sus estrategias y conocimientos numéricos vinculados con el uso del dinero (conteo de colecciones, relaciones aditivas, cálculo mental, entre otras).

Palabras clave: resolución de problemas, nivel preescolar, imagen didáctica, habilidades numéricas, estructura semántica de un problema, sistema monetario.

Introducción

Este documento se divide en cuatro secciones. En la primera, se aborda la problemática subyacente de esta investigación, así como su relevancia y el objetivo que persigue. En la segunda, se explican, a grandes rasgos, algunos de los conceptos teóricos relevantes para este estudio. Después, en la tercera sección, se describen las características de los participantes, el escenario, los instrumentos, materiales, y el procedimiento seguido para la obtención del referente empírico y su análisis. Finalmente, se muestran los resultados y las conclusiones correspondientes a una parte de la investigación global.

Planteamiento del problema

Antecedentes

El Pensamiento Matemático (PM) es uno de los seis campos formativos que incluye el Programa de Educación Preescolar 2004 (PEP04) y está integrado por aspectos relacionados con el número, la forma, el espacio y la medida (SEP, 2004). Las competencias vinculadas con el número ocupan el 50% del campo formativo de PM, sin embargo su importancia aún no se ve reflejada en las prácticas educativas utilizadas por las docentes, en gran medida porque carecen de una resolución didáctica, es decir, de las herramientas teóricas y metodológicas que les posibiliten la óptima implementación del PEP04, por lo que sigue observándose que a los niños de preescolar no se les dan oportunidades de desarrollar su pensamiento matemático, más allá de verse inmersos en tareas de correspondencia entre la cuantificación de elementos de una colección y el número que la representa (Fuenlabrada, 2005; Fuenlabrada, 1991; Griffin & Case, 1997).

Con base en el reconocimiento de esta situación, en los lineamientos metodológicos del PEP04 se propone la inserción de problemas matemáticos en contextos familiares a los niños pequeños, que tengan efectos prácticos para su vida y además los reten intelectualmente, de modo que los aprendizajes matemáticos que construyan en la escuela puedan aplicarse a situaciones reales y funcionales, por un lado, y permitan su desarrollo cognoscitivo, por otro (Edo i Baste, 2005; Fuenlabrada & Ávalos, 1996; Van den Heuvel- Panhuizen & Elia, 2013). El planteamiento de problemas desde los primeros años de escolaridad, se considera pertinente porque es una de las actividades más eficaces para la construcción del pensamiento matemático. De acuerdo con Block (1996, p. 22), “los conocimientos matemáticos son herramientas que se crean y evolucionan frente a la necesidad de resolver ciertos problemas”, por lo que se “aprende matemáticas no sólo para resolver problemas, sino al resolverlos”, razón por la cual no es necesario esperar a que los aprendices dominen determinado conocimiento matemático para así poder aplicarlo -tal como se ha hecho durante muchos años-, por el contrario, es mientras éstos resuelven problemas que están en posibilidad de desarrollar sus habilidades matemáticas. Desde este enfoque, un problema no se entiende como el planteamiento de situaciones cuyo único propósito sea la realización de operaciones o bien la aplicación de conocimientos ya adquiridos, por el contrario, un problema se denomina como tal cuando representa un obstáculo a resolver, que sea asimilable para el alumno, pero que al mismo tiempo le implique un desafío (Duhalde, 1996).

De igual forma, es importante que los infantes comiencen a desarrollar su aprendizaje matemático desde los primeros años de escolaridad, debido a que uno de los propósitos fundamentales del PEP04 es construir los cimientos necesarios para que al ingresar a la Primaria, los niños tengan un grado adecuado de conocimientos y habilidades que les permitan desarrollarse de manera efectiva en el nivel educativo mencionado¹. Dos aspectos que inciden en que el cumplimiento de este propósito, son la formación y la capacitación docente para el mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas en preescolar, procesos en los que se considera indispensable que las educadoras conozcan y dominen diferentes recursos didácticos, pues a

¹ Los resultados obtenidos por los Exámenes de la Calidad y el Logro Educativos (EXCALE) aplicados en año 2007 y 2011 a niños que concluyen el 3° de preescolar, indican que apenas el 50% de éstos posee el nivel básico de conocimientos y habilidades matemáticas ideales para comenzar la Primaria (INEE, 2008; INEE, 2013).

través del uso adecuado de los mismos, pueden facilitar el acceso de los estudiantes a diferentes aprendizajes. Uno de estos recursos es la imagen, la cual a pesar de tener un potencial pedagógico significativo pues permite comunicar ideas matemáticas y sostener la reflexión sobre lo que se aprende (Agathangelou, Gagatsis & Papakosta, 2008; Gagatsis & Elia, 2004), ha sido poco estudiada. Probablemente, esto se debe a que las imágenes no son concebidas como un recurso fundamental para la enseñanza, y más bien se le otorga un papel secundario o complementario. Además, suele pensarse que su significado es transparente, y que por lo tanto, es innecesario ocuparse del análisis de su función en el proceso didáctico (Cruder, 2008). En consecuencia, no existe un marco de referencia que oriente a las docentes respecto al uso de imágenes en contextos educativos, llevándolas a un uso meramente intuitivo de las mismas (López & Castañeda, 1993). Tal vez esta sea la causa por la que, aun cuando puede encontrarse un número importante de ilustraciones en los libros de matemáticas para preescolar, el modo en que se trabaja con éstas, en la mayoría de los casos, no explota toda su riqueza didáctica, inclusive, hay ocasiones en las que solamente cumple una función decorativa.

Objetivo

Analizar la función de las imágenes didácticas en la enseñanza de las matemáticas. En específico, en lo que corresponde a la interpretación que elaboran 6 infantes de entre 5 y 6 años de preescolar de imágenes didácticas vinculadas con el conocimiento numérico implicado en el uso del dinero que se encuentran en el libro “El niño hace matemáticas”².

Es importante precisar que se trabaja con situaciones matemáticas en las que está implicado el dinero porque, por una parte, es un recurso que se encuentra presente en diversas actividades que los niños de preescolar realizan en su vida diaria y por otra, porque el manejo del dinero, considerado en el PEP04, requiere la movilización de múltiples conocimientos vinculados con el número, tales como: el conteo, la identificación de numerales, el cálculo de cantidades, el reconocimiento del valor de las monedas, (Duhalde & González, 2003) y sobre todo, relaciones de equivalencia.

Preguntas de investigación

1. ¿Cómo interpretan los niños de entre 5 y 6 años de edad imágenes didácticas vinculadas con el conocimiento y uso del dinero?
2. ¿Cuáles son los conocimientos y habilidades numéricas que utilizan los infantes de entre 5 y 6 años de edad en la resolución de problemas relacionados con el manejo de dinero que se plantean a partir de imágenes didácticas?

Aportaciones

- Establecer la importancia de utilizar imágenes didácticas como recurso para la promoción del conocimiento numérico por parte de los infantes de entre 5 y 6 años de edad.
- Identificar cómo puede beneficiar la utilización de imágenes didácticas a la enseñanza de las matemáticas impartida por las educadoras de este nivel educativo.

²El libro “El niño hace matemáticas”, es una propuesta didáctica diseñada para infantes que cursan el tercer grado de preescolar centrada en la resolución de problemas, y contiene actividades que favorecen el desarrollo y fortalecimiento de las competencias planteadas en el PEP04.

Marco teórico

La imagen en la resolución de problemas matemáticos

A nivel mundial existe muy poca investigación sobre el uso de imágenes para la enseñanza de las matemáticas, y aún más durante la edad preescolar. Esto a pesar de que su utilización desde los primeros años de escolaridad es conveniente porque el pensamiento de los niños pequeños es predominantemente iconográfico, es decir, que las imágenes son un elemento importante en su desarrollo cognitivo, pues les ayuda a comprender y explicar la realidad. Además de que el aprendizaje avanza a través de 3 niveles: el enactivo, el icónico y el simbólico; en otras palabras, la función de las imágenes es ser mediadoras entre el entendimiento/compreensión práctico y el nivel teórico formal (Méndez, 1997; Bruner, 1961 citado en Elia & Philippou, 2004).

Deliyianni, Monoyiou, Elia, Georgiou, y Zannettou (2009) afirman que en los últimos años los efectos positivos del uso de imágenes en la resolución de problemas matemáticos se han estudiado, principalmente, desde dos vertientes. La primera, indaga la influencia de las representaciones visuales en la resolución de situaciones matemáticas, mientras que la segunda, tiene como objetivo analizar el rol de las representaciones visuales, espontáneas o funcionales, hechas por los estudiantes durante el proceso de solución de un problema. En adherencia con la primer vertiente, Theodoulou, Gagatsis y Theodoulou (2004), construyeron con base en la propuesta de Carney y Levin (2002)³, una clasificación de las funciones que pueden desempeñar las imágenes en la resolución de problemas matemáticos. Ésta se integra por las siguientes categorías:

1. Decorativa. Sólo acompaña el problema sin proveer de información que es relevante para el contenido matemático del mismo.
2. Representativa. Como su nombre lo dice, representa una parte o todo el contenido del problema, pero no es indispensable para su comprensión o resolución.
3. Organizativa. Da dirección para la organización de la información matemática del problema, ya sea para elaborar imágenes o trabajo escrito que pueden ayudar a encontrar la solución (representaciones, números, etc.). Tampoco son necesarias para la solución del problema.
4. Informativa. Provee información que es esencial para la solución del problema, en otras palabras, el problema está basado en la imagen (e. g. una imagen en la que se presenta un aparador con ropa y sus precios tiene una función informativa, si se acompaña de un problema relacionado con la cantidad de dinero que un cliente de la tienda debe pagar al comprar determinadas prendas).

A partir de diversos estudios, varios investigadores coinciden en que las imágenes representativas, informativas y organizativas, pero no las decorativas tienen un efecto positivo en la resolución de problemas matemáticos (Agathangelou et al., 2008; Elia & Philippou, 2004). Pyke (2003) argumenta que las imágenes informativas tienen un rol más complejo en la resolución de problemas en comparación con el uso de otros modos de representación, pues requiere procesos mentales adicionales y más elaborados.

³ Carney y Levin (2002) conceden 5 funciones a las imágenes, específicamente en el procesamiento de textos: decorativa, representativa, organizativa, interpretativa y transformativa.

Para la presente investigación, una imagen didáctica es un recurso diseñado para propiciar aprendizaje a través de la interacción de los estudiantes con ésta. Esto significa que los niños pueden y deben obtener de la imagen los datos necesarios y suficientes para resolver situaciones matemáticas diversas, que se les planteen, en otras palabras, el problema está basado en la imagen. Esta definición posee características de la función informativa de la imagen.

Una experiencia en la que se utilizaron imágenes didácticas, desde esta perspectiva, fueron los libros de texto para matemáticas elaborados por Block y Fuenlabrada en el cambio curricular del nivel Primaria ocurrido en 1993. Cada lección del libro estaba integrada por una imagen con muy poco texto, a partir de la cual podían plantearse diversos e interesantes problemas para los niños (Block & Fuenlabrada, 2007). Otro caso similar se presentó en el libro correspondiente al segundo nivel de matemáticas del proyecto denominado “Dialogar y descubrir”, diseñado para el sistema de cursos comunitarios a petición del Consejo Nacional del Fomento Educativo (CONAFE) por el Departamento de Investigaciones Educativas del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN (CINVESTAV). En este libro se proponen problemas a nivel gráfico “Por ejemplo, se plantean problemas en los que es necesario seleccionar la información de una fuente de datos, como el dibujo de una tienda en el que aparece varios artículos con sus precios, una nota de compra, un fragmento de mapa de carreteras, etcétera” (Block & Fuenlabrada, 1999, p. 282).

Resolución de problemas en el preescolar

La resolución de problemas como actividad generadora de conocimientos matemáticos, fue ampliamente reconocida en México a partir de la reforma curricular efectuada en 1993 para el nivel Primaria (Ávila, 2006). Sin embargo, aun cuando en los programas de educación matemática y en el discurso docente se resalta la importancia de plantear y solucionar problemas como recurso principal para favorecer el aprendizaje matemático, prevalece un predominio de la enseñanza de los signos matemáticos (e. g. algoritmo de la suma) sobre el desarrollo de la capacidad para resolver problemas (Baroody, 2000; Fuenlabrada, 1995). Esta situación permea el nivel preescolar, pues los problemas se utilizan como “un espacio de aplicación del conocimiento” y no como un recurso para propiciarlo y favorecerlo. Por el contrario, las educadoras concentran sus esfuerzos en la enseñanza de aspectos específicos del número -como el conteo y la representación gráfica de los primeros números-, más allá de promover el uso significativo de tales conocimientos en diversas situaciones matemáticas. Es probable que esta realidad sea consecuencia de algunas creencias docentes que aún persisten. La primera, es que los infantes preescolares son muy pequeños para resolver un problema y necesitan que se les diga qué hacer. Y la segunda, es la idea generalizada, incluso en niveles educativos más avanzados, de que es necesario tener cierto dominio sobre el recurso convencional de cálculo (operaciones, ecuaciones, etc.) para poder resolver un problema (Fuenlabrada, 2009).

En el nivel de preescolar, el desarrollo del pensamiento matemático puede favorecerse si a los niños se les da ocasión de “recrearse” con el conteo, resolviendo problemas que involucren a los primeros diez números (el resultado puede rebasar al 10); en este caso sus procedimientos tendrán que ver con juntar colecciones, separarlas, igualarlas, distribuir las, compararlas; pero “darles” como recurso la operatoria (sumas y restas) no tiene sentido, éste les resulta ajeno y distante a lo que ellos espontáneamente hacen cuando su conocimiento se sitúa en los primeros números y el conteo. No obstante que para muchos (educadoras y padres de familia) la aparición de las “cuentas” les resulte “más matemático” o “de mayor nivel” (Fuenlabrada, 2009).

Tipos de problemas aditivos

En los últimos años el estudio de los problemas matemáticos se ha concentrado en el análisis de su estructura semántica, ya que, de acuerdo con Maza (1989, p. 26), ésta determina “las acciones y relaciones (entre las cantidades) implícitas en un problema”. De esta forma, la estructura semántica influye en el grado de dificultad de un problema y por lo tanto en las estrategias implementadas para solucionarlo (Bermejo & Rodríguez, 1987; Lago, Rodríguez, Lozano & Dopico, 2001). En el preescolar, más allá de ocupar una determinada operación, es importante que los más pequeños puedan establecer la relación semántica entre los datos del problema, lo que implica “razonar sobre las acciones” que realizan frente a éstos (Fuenlabrada, 2009). Pues además de que la operatoria se aborda hasta la Primaria, la comprensión de la relación que guardan los datos contenidos en un problema, implica ya en sí misma, una tarea cognitiva compleja que lleva a los niños a poner en juego las diversas estrategias y conocimientos matemáticos que poseen (e. g. conteo, conocimiento de las relaciones aditivas).

De acuerdo con Vergnaud (1991), los problemas de tipo aditivo pueden ser de medida, de transformación y de relación. A continuación se explica, de manera general, en qué consiste cada uno de ellos:

1. Medida. Dos medidas componen una tercera. Ejemplo. *Emir tiene 3 paletas de chile y 5 paletas de dulce ¿Cuántas paletas tiene Emir?*

En este problema el 3 y el 5 son la medida (la cantidad de) paletas de chile y de dulce que tiene Emir.

2. Transformación. Implican una acción directa sobre una cantidad a la que se añade o quita algo para dar como resultado una cantidad mayor o menor (Bermejo & Rodríguez, 1991; Orrantía, González, & Vicente, 2005).

- a) Una medida sufre una transformación y da lugar a otra medida. Ejemplo. *Emir tenía 3 paletas y su mamá le regaló 5 paletas ¿Cuántas paletas tiene Emir?*

El 3 es una medida (las paletas que tiene Emir) el 5 ya no lo es; ahora está funcionando como una transformación, porque modifica la cantidad de paletas que tenía Emir (de 3 pasó a tener 8 paletas).

- b) Dos transformaciones se componen para dar lugar a otra transformación. Ejemplo. *Emir tenía algunas paletas, le regaló 3 a Yahir y a su mamá le regaló 5. A Emir ya no le quedaron paletas ¿Cuántas paletas tenía Emir?*

En este problema tanto el 3 como el 5 son transformaciones, cada uno modificó la cantidad de paletas que tenía Emir, en el proceso él se quedó sin paletas; “recuperar” la cantidad de paletas que éste tenía antes de regalarlas pasa por desandar el camino.

3. Relación. Se establece una relación entre los elementos (medidas -cantidades-) que integran el problema. Ejemplo. *Emir tiene 3 paletas y su mamá tiene 5 paletas más que Emir ¿Cuántas paletas tiene la mamá de Emir?*

En este problema, el 3 nuevamente es una medida; sin embargo el 5 es una relación. El 5 en ese problema no es una medida, porque ni Emir ni su mamá tienen 5 paletas; tampoco el 5 modifica la cantidad de paletas de Emir como tampoco las que tiene su mamá, el 5 no es una transformación. El 5 en este problema, establece una relación entre la cantidad de paletas que tienen ambos sujetos.

Otros tipos de problemas que pueden plantearse en el preescolar son los de separación y comparación. Éstos se describen en seguida:

4. Separación. Para solucionar este tipo de problemas es necesario separar o “dividir”, una cantidad en determinadas partes. Ejemplo. *¿Para cuántas paletas de \$2 te alcanza con estos \$5?*

En este caso, es preciso “estimar” cuántas paletas de \$2 se pueden comprar con \$5. Para lo cual se separan o “dividen” los \$5 en conjuntos de \$2 para obtener la respuesta requerida.

5. Comparación. Como su nombre lo dice, implican la comparación de dos cantidades -colecciones-, una es la comparada y otra la que sirve de referente; es decir, se establece una relación de similitud o equivalencia entre dos o más colecciones. Ambas se comparan para producir una tercera (Orrantia et al., 2005). Ejemplo. *Emir tiene 5 paletas y su mamá tiene 2 paletas ¿Quién tiene más paletas?*

En este problema tanto el 2 como el 5 son medidas, mismas que deben compararse para determinar el resultado deseado.

Metodología

Este estudio es de tipo cualitativo, por lo que para la exploración de los conocimientos matemáticos de los niños, se privilegió su punto de vista, ya que permite profundizar en sus teorías personales y comprender cómo, a partir de las mismas, se explican, construyen y emplean las matemáticas; en este caso, lo referente al manejo del dinero y las competencias numéricas implicadas en la resolución de problemas.

Escenario y participantes

La experimentación se llevó a cabo en un Centro de Educación Preescolar privado ubicado en la delegación Coyoacán del Distrito Federal. La muestra quedó constituida por seis infantes, 3 niños y 3 niñas, cuyas edades oscilaron entre los 5 años 8 meses y los 6 años 8 meses, 3 de los niños y 2 de las niñas cursaban el 3° de preescolar, mientras que sólo una niña pertenecía al 2° del mismo nivel educativo.

Instrumentos y materiales

Se utilizaron cinco lecciones del libro “El niño hace matemáticas” (Fuenlabrada, Ortega, Valencia y Vivanco, 2008), porque a partir de las imágenes que lo conforman se pueden plantear situaciones matemáticas que es probable que se presenten en ambientes que son familiares para los infantes preescolares, por medio de las cuales desarrollen una comprensión mayor y una conciencia crítica de cómo y cuándo emplear cualquier contenido matemático (SEP, 2004). El libro se acompaña del otro texto denominado “Secuencias de enseñanza propuestas en ¿Cómo desarrollar el pensamiento matemático? Fichero de Actividades didácticas para Preescolar”, éste contiene 40 fichas distribuidas de acuerdo con el peso curricular que se otorga a cada aspecto del campo formativo PM en el PEP04. Cada ficha se estructura en tres o cuatro versiones, éstas van aumentando progresivamente de grado de dificultad con el propósito de atender las posibilidades cognitivas de los niños en el tratamiento de cada contenido temático del PEP04. La versión de las fichas que se utilizó en este estudio fue la que implica mayor grado de dificultad, ya que en ellas se indica cómo trabajar con las imágenes didácticas de las lecciones elegidas.

Todas las sesiones se grabaron en audio y video. Asimismo, se registró en un cuaderno de notas las respuestas y expresiones de los participantes que se consideraron relevantes.

También se usaron monedas de diferente denominación (\$10, \$5, \$2 y \$1) como material de apoyo para la resolución de los problemas planteados en caso de ser necesario, ya que en la mayoría de los casos, los infantes podían decidir si las utilizaban o no.

Procedimiento

Primero se elaboraron diferentes problemas de comparación, separación, medida y relación, con base en las 5 lecciones seleccionadas del libro “El niño hace matemáticas”. Además, se diseñaron una serie de actividades cuyo objetivo fue explorar los conocimientos que tenían los niños sobre el valor de las monedas y la equivalencia de cantidades.

Después se solicitó a los participantes, en una entrevista individual, resolver los problemas planteados para cada lección. En total se tuvieron 5 sesiones con cada niño, una por lección. En concreto, la tarea que se les solicitaba era explorar la imagen y reconocer los elementos que la integraban, para después resolver los problemas que se les planteaban con base en la información observada. En total se plantearon 59 situaciones matemáticas, en el Cuadro 1 puede observarse el modo en que se distribuyen por tipo de problema, lección y sesión.

Cuadro 1. *Distribución de los problemas por lección y sesión.*

Tipo de Problemas	Lección 14 Sesión 1	Lección 38 Sesión 2	Lección 15 Sesión 3	Lección 39 Sesión 4	Lección 40 Sesión 5	Total
Comparación	2	3	3	2	2	12
Medida (+)	3	5	2	7	3	20
Medida (-)	5	2	1	2	4	12
Relación (+)	1	1	2	0	0	6
Relación (-)	1	1	0	0	0	2
Separación	0	1	2	2	2	7
Total	12	13	10	13	11	59

Finalmente se realizó la transcripción y la organización de los datos por lección, de modo que por cada niño se tienen 5 entrevistas, es decir 30 archivos en total. La codificación de los datos se elaboró mediante el programa *Atlas-ti 4.1.*, debido a que sus características favorecen el análisis cualitativo de grandes cuerpos de datos textuales, gráficos y de vídeo.

Resultados

A continuación se presentan, de manera sucinta, los resultados correspondientes a las estrategias utilizadas por los participantes de este estudio para resolver los problemas planteados a partir de la Lección 15 “¿Cuánto gasta cada niño?”. Se seleccionaron solamente tres problemas por considerarse los más representativos, así como por optimizar la información.

De acuerdo con la clasificación de Carpenter y Moser (1984) y Baroody (2000), en los siguientes ejemplos se realizó un análisis de las estrategias que los infantes pusieron en juego para enfrentarse a las situaciones matemáticas que se les presentaron.

Problema de medida. *¿Cuánto pagaría el segundo niño por un cuaderno (\$8) y un pegamento (\$3)?*

MJ y M eligen pagar \$8, el precio del cuaderno, una de las cantidades que forman parte del planteamiento, por lo que podría decirse que éste es un *error de representación*, el cual es común en niños preescolares y se refiere a la falta de comprensión del problema. Por lo general,

este tipo de error se refleja en las siguientes tres acciones: repetir una de las cantidades mencionadas en el problema, seleccionar una operación o estrategia inadecuada, o bien, inventar una respuesta. La mayoría de los errores cometidos por los niños pequeños se producen en esta fase.

T, E1, C y E2 responden que pagarían \$11. E1, C y E2, se apoyan en el conteo de sus dedos para llegar a este resultado. C y E1 comienzan representado el número menor con sus dedos, es decir, 3, y a éste le agregan 8. Así, utilizan primero la estrategia de *pautas digitales* pues representan con sus dedos el 3 y después cuentan dedo por dedo las 8 unidades que les falta, es decir, que en esta última parte ocupan la estrategia de *cuenta concreta global*.

Por el contrario, T resuelve el problema mediante una estrategia mental. Cuando se le cuestiona cómo llegó a este resultado, representa el 8 con sus dedos (el precio del cuaderno) y dice “y si le sumo 3” (del pegamento), son 11”, agrega las últimas 3 unidades de manera mental. Tal parece que ocupa la estrategia de *contar todo a partir del término mayor*, pues comienza contando desde el número más grande y agrega la cantidad menor. Este es el procedimiento informal de adición más económico.

Problema de relación. *Tenías una moneda de \$10 y no te sobró nada ¿qué pudiste haber comprado?*

Tres de los participantes, E2, C y T responden que comprarían una lonchera (\$9) y una goma (\$1). Y ya que todos comenzaron por elegir el producto de mayor precio, puede decirse que echaron mano de la estrategia *contar a partir del término mayor*.

Por otro lado, E1 comienza a resolver el problema eligiendo un producto que tenga un precio “chiquito”, y a éste le va agregando otros productos de mayor precio. Primero selecciona la goma (\$1), después el sacapuntas (\$3), el pegamento (\$3) y finalmente, un lápiz (\$4). Al parecer lleva la suma mental de los productos, pero después verifica su resultado con el conteo de sus dedos “1 más 2 (el precio de la goma y el sacapuntas), 3 más 3 (resultado más el pegamento) 6, más 4, 1, 2, 3, 4 (va levantando sus dedos uno por uno), 10 (a los 6 que tenía le suma los \$4 del lápiz y pone el número 10 con sus dedos”. En lo que corresponde a la estrategia concreta, lo que hace E1 es utilizar primero la *pauta digital* al representar el número 1, 2 y 6, sin embargo después ocupa la estrategia de *cuenta concreta global*, que implica contar elemento por elemento, esto ocurrió cuando se contaron las últimas 4 unidades.

Problema de medida. *¿Cuánto pagaría el primer niño por unas crayolas (\$6) y las etiquetas (\$5)?*

MJ dice que pagaría “un 5 y un 6”. Para llegar a esta respuesta agrupa 5 monedas de diferente denominación (que representa el precio de las etiquetas) y otro conjunto de 6 monedas, también de distinta denominación (que representa el precio de las crayolas). Sin embargo no considera juntar ambos conjuntos para saber cuánto pagaría en total, es decir que manifiesta un *error de representación*.

E1 y C utilizan estrategias mentales y concretas. E1 dice de inmediato que pagaría 11, utiliza una estrategia mental, sin embargo, verifica su respuesta contando con sus dedos, pone primero 6 dedos (el precio de las crayolas) y dice “6 más 5, y llevo 4, más 5, 11”, quita el 6 y pone con los dedos de su mano el número 5, utilizando así la estrategia de *contar todo a partir del término mayor*. Por su parte, C se auxilia de sus dedos, primero cuenta 6 con sus dedos (el

precio de las crayolas) a partir de ahí suma mentalmente el precio de las etiquetas, o sea 5, es decir que ocupa la *estrategia de pauta digital* y de ahí suma el resto.

T y E2 resuelven el problema de manera mental. Al cuestionarle a T cómo llegó a su respuesta dice “lo sumo, 6 más 6, 12 y si, y si, y si le quitó 1, es 11”. Esta estrategia correspondería a la de *hechos numéricos*, es una de las más avanzadas y consiste en el descubrimiento de reglas del sistema de numeración y propiedades de las operaciones como la conmutatividad y la asociatividad. Tal como lo hace T, se trata de componer y descomponer los números para hallar la suma total o resultado de un problema.

En resumen, las estrategias utilizadas por los infantes se dividen en concretas y mentales (Carpenter & Moser, 1984; Baroody, 2000). En las estrategias concretas podemos encontrar la que corresponde a la *cuenta concreta global* y la denominada como *pauta digital*. En lo que se refiere a las estrategias mentales, se observó con mayor frecuencia la estrategia de *contarlo todo a partir del término mayor*, así como estrategias de *hechos numéricos*, por ejemplo, el descubrimiento de ciertas reglas sobre el sistema de numeración. Asimismo, se observaron también *problemas de representación*, lo que refleja la necesidad de seguir planteando situaciones que lleven a los niños a pensar matemáticamente.

Conclusiones

Los resultados mostrados evidencian que al enfrentar a niños preescolares con problemas matemáticos diseñados a partir de una imagen didáctica, se propicia que éstos pongan en juego las estrategias vinculadas con el número que poseen, lo que repercute de manera favorable en su comprensión de las matemáticas, ya que eventualmente podrán complejizar dichas estrategias hasta conseguir hacer uso de recursos convencionales de solución, como la operatoria. Por lo tanto, se puede decir que, en efecto, la incorporación de imágenes didácticas para la enseñanza de las matemáticas conforma un recurso que propicia la construcción del pensamiento matemático infantil, que sin embargo, ha sido poco estudiado. Es necesario, además de seguir realizando investigaciones sobre el tema, brindar una orientación metodológica pertinente a las educadoras, desde su formación, en lo que respecta al uso de recursos didácticos, pues no basta con que exista una innovación para que se implemente de manera eficaz.

Referencias y bibliografía

- Agathangelou, S., Gagatsis, A., & Papakosta, V. (2008). The role of verbal description, representational and decorative picture in mathematical problem solving. En Gagatsis, A. (Ed.), *Research in Mathematics Education. Conference of Five Cities: Nicosia, Rhodes, Bologna, Palermo, Locarno* (39-56). Nicosia-Cyprus: University of Cyprus. Recuperado de <http://www.academia.edu/2657822/An ICT environment to assess and support students mathematical problem-solving performance in non-routine puzzle-like word problems>
- Ávila, A. (2006). *Transformaciones y costumbres en la matemática escolar*. México: PAIDÓS EDUCADOR.
- Baroody, A. (2000). *El pensamiento matemático de los niños. Un marco evolutivo para maestros de preescolar, ciclo inicial y educación especial*. Madrid: Visor.
- Bermejo, V. & Rodríguez, P. (1991). La operación de sumar: el caso de los problemas verbales. *SUMA*, 8, 35- 39. Recuperado de <http://revistasuma.es/IMG/pdf/8/035-039.pdf>
- Bermejo, V., & Rodríguez, P. (1987). Estructura semántica y estrategias infantiles en la solución de problemas verbales de adición. *Infancia y Aprendizaje*, 39, 71-80. Recuperado de

<http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=749248>

- Block, D. (1996). Comparar, Igualar, Comunicar en Preescolar: análisis de situaciones didácticas. *Básica. Revista de la escuela y del maestro*, 11(3), 21-33. Recuperado de <http://www.die.cinvestav.mx/Portals/0/SiteDocs/Investigadores/DBlock/EstudiosDidEPN/compararIgualarcomunicar.pdf>
- Block, D. & Fuenlabrada I. (2007). Innovaciones curriculares en matemáticas. *Documento DIE* 45, 1-16.
- Block, D. & Fuenlabrada I. (1999). Materiales curriculares de matemáticas para el nivel básico. En E. Remedi(Ed.), *Encuentros de investigación educativa* 95-98 (259-286). México: Plaza y Valdes Editores. Recuperado de <http://www.die.cinvestav.mx/Portals/0/SiteDocs/Investigadores/DBlock/Ensayos/1315-materialesCurriculares1.pdf>
- Carney, R., & Levin, J. (2002). Pictorial Illustrations Still Improve Students' Learning From Text. *Educational Psychology Review*, 12 (1), 5-26. Recuperado de http://www.ucs.mun.ca/~bmann/0_ARTICLES/Graphics_Carney02.pdf
- Carpenter, T. & Moser J. (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15, 179-202. doi: [10.2307/748348](https://doi.org/10.2307/748348)
- Cruder, G. (2008). La educación de la mirada: sobre los sentidos de la imagen en los libros de texto. Buenos Aires: La Crujía.
- Deliyianni, E., Monoyiou A., Elia, I., Georgiou, C., & Zannettou, E. (2009). Pupils' visual representations in standard and problematic problem solving in mathematics: their role in the breach of the didactical contract. *European Early Childhood Education Research Journal*, 17(1), 95-110. doi: [10.1080/13502930802689079](https://doi.org/10.1080/13502930802689079)
- Duhalde, M. (1996). Al encuentro de la matemática. En M. González (Ed.), *Articulación entre el jardín y la EGB. La alfabetización expandida* (85-111). Buenos Aires: AIQUE.
- Duhalde, M., & González, M. (2003). *Encuentros cercanos con la matemática*. Buenos Aires, Argentina: AIQUE.
- Edo i Baste, M. (2005). La educación matemática en infantil. *EDUCAR: Revista de Educación*, 32, 23-38.
- Elia, I. & Philippou, G. (2004) The functions of pictures in problem solving. En Johnsen, M. & Berit, A. (Eds.), *Proceeding of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 327- 33. Bergen, Norway: Bergen University College. Recuperado de http://www.emis.de/proceedings/PME28/RR/RR193_Elia.pdf
- Fuenlabrada, I. (2009). *¿Hasta el 100? ¡NO! ¿Y las cuentas?... TAMPOCO Entonces ¿Qué?* México: SEP. Recuperado de http://www.curriculobasica.sep.gob.mx/pdf/preescolar/pensamiento_matematico/FUENLABRADA.pdf
- Fuenlabrada, I. (2005). El programa de educación preescolar 2004: una nueva visión sobre las matemáticas en el jardín de niños. *Cero en conducta*, 51, 55-74.
- Fuenlabrada, I. (1995). Actualización en la enseñanza de las matemáticas. *Sinéctica*, 7, 30-34.
- Fuenlabrada, I. (1991). La investigación en didáctica de la matemática. Un problema actual. *Avance y Perspectiva*, 10, 226-230.
- Fuenlabrada, I. & Ávalos, A. (1996). Cómo se resuelven los problemas matemáticos. Las estrategias espontáneas vs. las estrategias convencionales. *Educación* 2001, 19, 32-35.

- Fuenlabrada, I. Ortega, J. Valencia, R & Vivanco, B. (2008). El niño hace matemáticas. Libro para tercero preescolar. México: Fuenlabrada Velázquez, Irma Rosa.
- Gagatsis, A. & Elia, I. (2004). The effects of different modes of representation on mathematical problem solving. En Johnsen, M. & Berit, A. (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 447- 454). Bergen, Norway: Bergen University College. Recuperado de http://emis.impa.br/EMIS/proceedings/PME28/RR/RR171_Gagatsis.pdf
- Griffin, S. & Case, R. (1997). Re-thinking the primary school math curriculum: An approach based on cognitive science. *Issues in Education*, 3, 1-20.
- INNE (2008). *El aprendizaje en tercero de preescolar en México*. Recuperado de <http://www.inee.edu.mx/index.php/72-publicaciones/resultados-de-aprendizaje-capitulos/563-el-aprendizaje-en-tercero-de-preescolar-en-mexico-lenguaje-y-comunicacion-pensamiento-matematico-resumen-ejecutivo>
- INEE (2013). *Exámenes de la Calidad y el Logro Educativos. Tercer grado de preescolar, aplicación 2011. Tablas de resultados de logro académico de los niños*. Recuperado de <http://www.inee.edu.mx/index.php/bases-de-datos/bases-de-datos-excale/excale-00-ciclo-2010-2011>
- Lago, M., Rodríguez, P., Lozano, M. & Dopico, C. (2001). La reformulación de los enunciados del problema: un estudio sobre las variables que inciden en el éxito infantil en los problemas de comparación. *SUMA*, 37, 55-62. Recuperado de <http://revistasuma.es/IMG/pdf/37/055-062.pdf>
- López, M. & Castañeda, S. (1993). Inducción y empleo de la imagen como recurso instruccional. En Jiménez, R. & Yankelevich, G. (Eds.), *Imágenes. De los Primates a la Inteligencia Artificial* (75-98). México: UNAM, Instituto de Investigaciones Sociales.
- Maza, C. (1989). *Sumar y restar. El proceso de enseñanza y aprendizaje de la suma y de la resta*. Madrid: Visor.
- Méndez, J. (1997). Dimensiones asociadas con el papel de la imagen en material didáctico. *Perfiles Educativos*, 75, 1-14. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/132/13207506.pdf>
- Orrantia, J., González, L., & Vicente, S. (2005). Un análisis de los problemas aritméticos en los libros de texto de Educación Primaria. *Infancia y Aprendizaje*, 28(4), 429-451. Recuperado de <http://hdl.handle.net/10366/22530>
- Pyke, C. (2003). The use of symbols, words, and diagrams as indicators of mathematical cognition: A causal model. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(5),406-432. doi: [10.2307/30034794](https://doi.org/10.2307/30034794)
- SEP (2004). *Programa de renovación curricular y Pedagógica de la Educación Preescolar*. México.
- Theodoulou, R., Gagatsis, A. & Theodoulou, A. (2004). Un' imagine vale piu di mille parole...Ma che tipo di imagine risulta piu efficace nell attivita di problem solving matematico degli studenti? *La matematica e la sua didattica*, 2, 4-32. Recuperado de http://www.researchgate.net/profile/Ricardo_Cantoral/publication/262257328_Uno_studio_socioepistemologico_sul0la_predizione/links/0c960537a4b85a967600000
- Vergnaud, G. (1991) *El niño, las matemáticas y la realidad: Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*. México: Trillas
- Van den Heuvel- Panhuizen, M. & Elia, I. (2013). The role of picture books in young children's mathematical learning. En L. English, & J. Mulligan (Eds.), *Reconceptualizing Early Mathematics Learning* (227-251). Springer: Dordrecht. doi: [10.1007/978-94-007-6440-8_12](https://doi.org/10.1007/978-94-007-6440-8_12)