



## **Diseño e implementación de una asignatura de formación de docentes reflexivos de matemáticas que considera los contenidos globalizados**

José M<sup>a</sup> **Chamoso** Sánchez  
Facultad de Educación, Universidad de Salamanca  
España  
jchamoso@usal.es  
M<sup>a</sup> José **Cáceres** García  
Facultad de Educación, Universidad de Extremadura  
España  
majocac@unex.es

### **Resumen**

La forma de percibir la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se ha ido modificando en los últimos años, lo que debe tener reflejo en la formación de los futuros docentes. En este sentido, se propone un diseño e implementación de una experiencia de formación de docentes de matemáticas que considera los contenidos globalizados, reconoce la reflexión como aspecto fundamental para formar profesionales capacitados para reflexionar sobre su práctica y mejorarla, y contempla la evaluación como instrumento formativo. La propuesta se basa en la confección de un Proyecto, al principio del curso, por parte de los estudiantes, en grupos de 2, que deben mejorar y entregar de nuevo al finalizar el mismo a partir de la formación recibida. Después de experimentarlo se descubrió, por ejemplo, que los futuros docentes estuvieron motivados y realizaron algunas tareas que mejoraban las que proponían los libros de texto.

*Palabras clave:* Educación Matemática, formación de docentes, portafolio de aprendizaje, proyecto de aprendizaje, autoevaluación, reflexión

### **Introducción**

Desde las perspectivas actuales, las matemáticas ya no se pueden considerar como un conjunto de hechos y destrezas sino, más bien, una forma de pensamiento. De hecho, las directrices curriculares de la mayor parte de los países presentan las matemáticas como uno de los ámbitos de conocimiento que mejor puede ayudar al desarrollo de los alumnos como personas que piensan y razonan. Para conseguirlo parece conveniente que los estudiantes sean participantes activos en el proceso de enseñanza-aprendizaje, adquieran el conocimiento por sí mismos y desarrollen distintas capacidades (Törner, Schoenfeld y Reiss, 2007).

Por otro lado, las ideas sobre el aprendizaje y la enseñanza han evolucionado significativamente durante las últimas décadas (De Rijdt, Tiquet, Dochy y Devolder, 2006). Este cambio se ha dirigido, en la mayoría de los casos, hacia perspectivas coherentes con una visión constructivista del aprendizaje, vinculando el desarrollo de habilidades y estrategias de los alumnos con procesos activos, autorregulados y colaborativos (Van der Shaaf, Stokking y Verloop, 2008).

Para promover estos aspectos, los programas de formación de profesores de matemáticas deben involucrar a los futuros docentes en una variedad de actividades que les permitan crear nuevos referentes e imágenes sobre, por ejemplo, cómo trabajar de forma colaborativa, preguntar y responder preguntas, comprometerse en discusiones sustanciales sobre aspectos de educación matemática y reflexionar sobre qué se está aprendiendo y sobre la naturaleza de las matemáticas (por ejemplo, Goodlad, 1990). Parece necesario proponer proyectos y tareas abiertas para que los futuros docentes sean capaces de razonar críticamente, realizar actividades complejas y aplicar su conocimiento profesional a situaciones reales (Azcarate, 1999). Reflexionar sobre cómo resolver situaciones y problemas prácticos vinculados a su futura práctica profesional es lo que permite que se pongan en práctica las ideas y las formas de comprensión que tienen de la educación matemática y, por tanto, promover su evolución (Llinares y Krainer, 2006).

Esto también implica que, el sistema de evaluación que regula el proceso formativo, no esté sometido a las limitaciones consideradas como técnicas, mecánicas o de evaluación tecnológica (Craig, 2003), sino que requiere nuevos métodos de análisis e interpretación que permitan construir un saber profesional personal y colectivo sobre el aprendizaje (Silver y Kenney, 1995). Ello supone utilizar una variada colección de instrumentos que permitan proporcionar evidencias significativas sobre el conocimiento profesional elaborado tales como observaciones, trabajos escritos, diálogos, entrevistas, diarios reflexivos, estudio de casos, exposiciones, pruebas basadas en problemas o investigaciones (Darling-Hammond y Synder, 2000).

El portafolio puede incluir varios de estos aspectos. En este trabajo, el concepto de portafolio de aprendizaje se define como la colección, selección y organización del trabajo de un futuro docente a lo largo del tiempo que muestra evidencias de reflexión y aprendizaje. Consideramos el portafolio de aprendizaje como un instrumento esencialmente formativo, con posibilidad de ser modificado basado en la experiencia y la comprensión (Dinham y Scott, 2003).

El portafolio es aceptado en los programas de formación de docentes que se basan en la construcción de aprendizaje de futuros docentes (Britton y Johannes, 2003; Lajoie, 1995). Por otra parte, el portafolio es un medio para capturar el desarrollo y la comprensión del proceso de enseñanza y aprendizaje desarrollado en las aulas de formación de profesores (Wade y Yarbrough, 1996). Un programa de formación de docentes no es sólo el comienzo del desarrollo profesional, sino que representa la base para ese futuro desarrollo y el empleo adecuado del

portafolio puede ayudar a que sea así (Farr Darling, 2001). Los portafolios se consideran como una forma de mejorar la autenticidad de la evaluación del futuro docente y también como una herramienta útil para el aprendizaje de los conocimientos y competencias profesionales (Shulman, 1998). Elaborar un portafolio requiere habilidades de escritura reflexiva (Lee, 2005) que puede incluir una visión general de cómo se perciben los incidentes críticos, la capacidad de reflexionar sobre el propio papel en un conflicto, la voluntad de aceptar los propios errores y la consideración de los errores como oportunidades de aprendizaje. Además, permite la autoevaluación, que tiene una función social y motivacional que mejora la adquisición de conocimiento (Shepard, 2001).

La reconsideración del propio trabajo es uno de los aspectos fundamentales en los que se basa el portafolio de aprendizaje (Campbell, Melenzyer, Nettles y Wyman, 1999; Hartmann, 2004). Aunque se ha escrito mucho sobre la importancia de la práctica reflexiva, la atención prestada al proceso reflexivo que los futuros docentes experimentan durante la realización de un portafolio de aprendizaje ha sido escasa (Tillema, 1998). Para ser más precisos, apenas existen estudios sobre el uso del pensamiento reflexivo con futuros docentes cuando tratan de mejorar su propio trabajo como resultado de la formación recibida en el programa de formación.

En este contexto se plantea el diseño de una asignatura de formación de docentes de matemáticas en la que se valora la construcción del conocimiento por los estudiantes, en la que los contenidos se consideran globalizados y en la que la evaluación se realiza por medio de un portafolio de aprendizaje con fines principalmente formativos. Para ello se considera como elemento fundamental la reconsideración del propio trabajo. En ese sentido los futuros docentes, al inicio de curso, tienen que elaborar un proyecto que permita llevar un contenido matemático al aula y, al finalizar el curso, reconsideran su proyecto inicial con el objetivo de mejorarlo y entregan un proyecto final a partir de la formación recibida durante el curso.

### **Objetivo**

Diseñar una propuesta de formación de docentes de matemáticas que considere los contenidos globalizados y donde es fundamental la revisión del propio trabajo.

### **Diseño de la propuesta**

Esta propuesta va dirigida a una asignatura de formación de maestros de Primaria, Matemáticas y su Didáctica II, en un contexto institucional universitario, en concreto, la Facultad de Educación de Salamanca, España. Esta asignatura es una de las tres relacionadas con matemáticas del plan de estudios de formación de docentes a lo largo de 4 años en esa Universidad, todas de 6 créditos, y se imparte en tercer curso. Se desarrolla en dos sesiones de dos horas semanales a lo largo de 15 semanas de un semestre. El objetivo es desarrollar capacidades relativas a competencias específicas para formar docentes de matemáticas utilizando contenidos de geometría plana y espacial, y medida, considerados desde el punto de vista de su docencia en la enseñanza Primaria.

### **Objetivos de aprendizaje**

Se considera que, para la formación inicial de futuros docentes de matemáticas de Primaria, además de un conocimiento teórico (saber), es necesario poseer destrezas suficientes para impartir los contenidos (saber hacer), lo que se organiza en términos de competencias desde dos puntos de vista y, a su vez, cada una de ellas clasificada en dos subaspectos diferentes (Cáceres, Chamoso y Azcárate, 2010, adaptado de Hill, Ball y Schilling, 2008):

### 1. *Competencias matemáticas:*

- a) *de conocimiento*, entendidas como conocer aquellos conceptos, propiedades y actividades matemáticas adecuadas para el nivel de Primaria,
- b) *de profundización en el conocimiento*, entendidas, por ejemplo, como la capacidad de experimentar un contenido matemático, realizar tareas abiertas o establecer relaciones con otros contenidos o áreas.

### 2. *Competencias profesionales para enseñar matemáticas en Primaria:*

- a) *de conocimiento*, entendidas como conocer lo que la educación matemática aporta para facilitar la enseñanza y aprendizaje como, por ejemplo, materiales y recursos, peculiaridades de los estudiantes de Primaria cuando se enfrentan al aprendizaje o aspectos metodológicos,
- b) *de profundización en el conocimiento*, entendidas como la capacidad de aplicar el conocimiento a la enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos en Primaria como, por ejemplo, el diseño de la aplicación de un determinado conocimiento en el aula de Primaria; la reflexión sobre las acciones propias o las de los demás, y sobre otros elementos que caracterizan una situación educativa; o el diseño de tareas creativas para Primaria.

## **El Proyecto**

Para conseguir esas competencias el curso se organiza en torno a un *Proyecto* que se explica a continuación. En concreto, los contenidos matemáticos del programa se distribuyen, al inicio del curso, entre los futuros docentes para que, cada grupo de dos de ellos, en el plazo de una semana, diseñe una propuesta (que a partir de ahora se llamará proyecto inicial) sobre cómo desarrollarían el contenido matemático al nivel de Primaria teniendo en cuenta: a) *Contenido* en el nivel de enseñanza elegido, b) *Actividades* de distintos tipos relacionadas con los contenidos desarrollados y adecuadas al nivel seleccionado, c) *Metodología* de enseñanza, d) *Evaluación*, e) *Reflexión* sobre el trabajo realizado, f) Otros aspectos que parezcan de interés. Al finalizar el curso, cada estudiante revisará su propio trabajo a partir de la formación recibida, modificará el proyecto inicial y lo incluirá de nuevo en el portafolio de aprendizaje (que a partir de ahora se denominará proyecto final). La capacidad de logro de los estudiantes referido a un contenido permite suponer sus posibilidades con cualquier otro y, de esa forma, se pueden recorrer los contenidos del programa si se tiene en cuenta el trabajo de todos los estudiantes, a los que todos tienen acceso.

## **Organización del proceso formativo en torno al Proyecto**

Con el objetivo de que los futuros docentes realicen revisiones adecuadas en el proyecto inicial a partir de la formación recibida, se han diseñado las sesiones en el aula de formación. En algunas sesiones se trabajan aspectos directamente relacionados con el proyecto mencionado mientras que en otras no se hace así, aunque se espera que también tengan repercusión en el desarrollo del proyecto final de cada estudiante. En concreto, la formación en el aula universitaria, organizada en torno a este aspecto, se realiza en los siguientes sentidos:

1. Directamente, mediante el tratamiento de aspectos relacionados con el proyecto mencionado (20% del módulo):

- Después de que los futuros docentes entregan su proyecto inicial, el profesor realiza un ejemplo de una forma en que podría ser hecho. En concreto, en una sesión el profesor realiza la construcción de la geometría plana elemental sin otro material que papel y, posteriormente, presenta una colección de actividades de diversos tipos referidos a ese tópico a partir de, por ejemplo, fotografías del entorno cercano, comics, materiales como el tangram o las señales de tráfico y papiroflexia que se ponen a disposición de los estudiantes. En una sesión posterior los estudiantes analizan cómo se puede recoger esa presentación en un trabajo escrito como el solicitado.
  - Los futuros docentes presentan un avance de su trabajo en el aula para, a partir de la valoración de los compañeros y del profesor, escuchar percepciones de sus fortalezas y deficiencias, así como obtener ideas de los trabajos de los compañeros para el propio trabajo.
2. Indirectamente, mediante el desarrollo de aspectos identificados en el proyecto pero sin mencionar el proyecto (80% del módulo):
- a. *Contenido*: No hay ninguna preparación específica en ese sentido porque, según las directrices oficiales, se considera que los futuros docentes deben poseer el dominio suficiente del mismo. El contenido matemático únicamente se considera como medio para desarrollar las diferentes sesiones en el aula de formación.
  - b. *Actividades* (20% del módulo): Al igual que en el *Contenido*, se considera que los futuros docentes deben conocerlas de manera suficiente. Sin embargo, se entiende que se debe trabajar:
    - La resolución, en grupo, de una selección de ellas referidas a los diversos contenidos del programa haciendo hincapié en el proceso de resolución, para discutir y descubrir la forma de trabajarlas.
    - El tipo de tareas que se pueden presentar en el aula ya sea ejercicios, problemas o investigaciones, por ejemplo, a la vez que problemas abiertos, auténticos y realistas (Chamoso y Rawson, 2001; Vicente y Orrantía, 2007).
    - Las diversas formas en que las tareas se pueden introducir en el aula en función del objetivo de enseñanza y aprendizaje, tanto desde el punto de vista del profesor como del estudiante, por ejemplo, para introducir una sesión, explicar un concepto, profundizar, explicar fórmulas, demostrar teoremas, descubrir formas geométricas en el entorno, plantear problemas rutinarios y de otro tipo (Chamoso, 2007).
  - c. *Metodología* (38% del módulo): Es el principal objetivo de gran cantidad de las sesiones desarrolladas en el aula de formación en diversos sentidos. Por ello, la mayor parte de las sesiones, aunque además tengan otros objetivos, se desarrollan con metodologías diferentes como, por ejemplo, la importancia del trabajo en grupo, diálogo en el aula, la manera de utilizar tareas abiertas, la importancia de tener en cuenta factores multiculturales o la capacidad de crear en situaciones no previstas. En concreto:
    - Unas se centran en valorar la utilización de materiales de cualquier tipo en el aula ya sea juego, vídeo, tecnológico o de otro tipo (por ejemplo, Chamoso, Durán, García, Martín y Rodríguez, 2004).

- Otras tienen como objetivo relacionar las matemáticas con aspectos cotidianos o con otras áreas para lo cual, por ejemplo, se crean cuentos o se desarrollan rutas matemáticas (Chamoso, 2003; Chamoso, Fernández y Reyes, 2009).
  - Un tercer grupo se centra en considerar los aspectos metodológicos que se deben considerar al preparar una sesión que se va a impartir en una aula como el trabajo en grupo, la importancia de situarse en la manera de pensar del alumno cuando se enfrenta a una actividad, la búsqueda de lo importante en el aula, materiales para el aula y el diálogo en el aula (Chamoso y Rawson, 2001, 2004).
- d. *Evaluación* (12% del curso): Organizar el trabajo en este sentido exige considerar formas de evaluación adecuadas. Por ello se construyen rúbricas y los estudiantes autoevalúan algunas de sus propuestas de trabajo. En concreto:
- Los estudiantes crean una rúbrica consensuada, a partir de la que se les proporciona, para valorar la resolución de un problema que ellos mismos resuelven previamente.
  - Los estudiantes valoran alguna de las propuestas de trabajo que realizan a partir de una rúbrica que previamente se les proporciona y consensúa con ellos.
- e. *Reflexión* (10% del curso): Los futuros docentes no suelen tener formación ni experiencia previa en hacer reflexiones en el contexto de un programa de formación. Este aspecto se desarrolla, tanto en sesiones formativas sobre la importancia de la reflexión como informativas para conocer formas de hacerlo, en dos sentidos:
- Reflexión conjunta en el aula sobre el desarrollo de cada una de las 3 sesiones iniciales. Posteriormente, los estudiantes escriben y entregan sus reflexiones individualmente. Una vez revisadas por el profesor, son devueltas con puntualizaciones, usualmente en forma de preguntas al margen, con el objetivo de clarificar el objetivo que se persigue al realizarlas.
  - Sesiones de formación en los siguientes aspectos:
    - Reflexión personal del profesor a las pocas semanas del comienzo del curso sobre el desarrollo de cada una de las sesiones que se hayan realizado hasta ese momento referidos a aspectos tales como los contenidos desarrollados, la participación de los estudiantes y profesor, las carencias presentadas y formas de mejorar. Su punto de vista se completa con la aportación de los estudiantes.
    - Formación sobre la importancia de la reflexión para los docentes y formas de hacerlo (Chamoso y Cáceres, 2009; Jay y Johnson, 2002).
    - Valoración final del desarrollo del curso realizada entre los futuros docentes y el profesor.

### **Desarrollo metodológico de la experiencia**

En las sesiones, fundamentalmente, se pretende formar un soporte intuitivo a la vez que observar, manipular, dibujar, representar, clasificar, razonar, abstraer, relacionar, crear, relacionar con el medio y con la vida diaria, y desarrollar la intuición espacial. Todo ello se hace de forma diversa buscando la participación activa de los estudiantes, tanto en el aula como fuera de ella, y tanto de forma individual como en grupo: por ejemplo, mediante presentaciones del profesor, sesiones de laboratorio, lectura de artículos o capítulos de libro y problemas abiertos.

En el trabajo individual se promueve el estudio, la reflexión y la presentación de ideas y estrategias utilizadas en las tareas que se desarrollan. En el trabajo en grupo se fomenta el análisis, la reflexión crítica y la discusión durante la realización de las tareas.

El principal objetivo de las sesiones es conseguir que los futuros docentes alcancen *Competencias Profesionales de Profundización en el conocimiento* en algún sentido; es decir, piensen como docentes de matemáticas para lo cual necesitan, además de poseer el *Conocimiento Matemático*, utilizar la *Profundización en el conocimiento Matemático* y mostrar el *Conocimiento Profesional*. Para ello las sesiones se centran en el trabajo del estudiante para maestro donde se compagina el conocimiento y profundización de *Competencias matemáticas* y *Competencias profesionales* con el desarrollo de propuestas de trabajo para el estudiante vinculadas a los cuatro subaspectos indicados anteriormente de dichas competencias. Una sesión habitual siempre utiliza el tratamiento de un contenido matemático del programa y suele iniciarse con una presentación del profesor (unos 10 minutos), trabajo en pequeños grupos basado en la adquisición de *Competencias matemáticas de Profundización en el conocimiento* o de *Competencias Profesionales de Conocimiento* (alrededor de 60 minutos), una puesta en común final cuyo principal objetivo es reflexionar sobre el trabajo efectuado y, referido al mismo, profundizar en aspectos relacionados con *Competencias Profesionales de Profundización en el conocimiento* (unos 35 minutos) y, finalmente, una reflexión conjunta sobre el trabajo realizado y el conocimiento adquirido por los estudiantes y el profesor (5 minutos).

Tanto los objetivos que se quieren alcanzar durante el proceso formativo como los criterios de evaluación se presentan inicialmente y se consensúan con los estudiantes. Además, en su desarrollo en el aula se mantiene un diálogo continuo entre profesor y alumnos durante todo el proceso que permite modificar la planificación cuando parezca adecuado.

### **Propuestas de trabajo para el estudiante y sistema de evaluación**

Cada uno de los estudiantes desarrolla, a lo largo de todo el proceso formativo, un portafolio de aprendizaje que debe mostrar el conocimiento adquirido por medio de las propuestas de trabajo. Para cada una de las propuestas de trabajo se proporcionan plantillas de valoración con la finalidad de que cada uno pueda realizar una autoevaluación del trabajo desarrollado, identificar carencias o errores y modificarlo a medida que avanza su formación. En este sentido, las propuestas de trabajo para los estudiantes se vinculan a esos cuatro subaspectos explicados previamente y, en función del número de ellos que involucran, se denominan:

- *Ejercicios* (son voluntarios y se suelen proponer para hacerlos fuera del aula), un único subaspecto, por ejemplo, el ejercicio 2 era “Construye la recta de Euler utilizando solamente un trozo de papel”.
- *Actividades* (son obligatorios y se suelen hacer en el aula), más de un subaspecto, por ejemplo, la actividad 5 tiene el objetivo de identificar cómo cada estudiante relaciona y aplica su comprensión de ejemplos de matemáticas extraídas de otros contextos culturales o de su propia experiencia. Para ello se desarrolla una sesión de aula con el fin de utilizar prácticas matemáticas para analizar la actitud intercultural de los futuros docentes y donde se utilizan ejemplos reales de diferencias interculturales relacionadas con geometría, aritmética y resolución de problemas (ver Planas, Chamoso y Rodríguez, 2007). Posteriormente, los estudiantes tienen dos semanas para escribir su propia definición de actitud intercultural y buscar ejemplos de diferencias culturales relacionadas con

matemáticas que cumplan esa definición. Las actividades que realicen los estudiantes se presentan posteriormente para su discusión en parte de una sesión usual de aula.

- *Proyectos* (son obligatorios y se suelen hacer fuera del aula), los cuatro subaspectos, por ejemplo, el proyecto 1 consiste en el desarrollo de un contenido matemático a nivel de Primaria según se ha explicado. El proyecto 2 propone realizar un diario con la reflexión individual crítica semanal del propio trabajo, el de sus compañeros y sobre el desarrollo de las sesiones. El proyecto 3, individual o en grupos de 2 estudiantes, consiste en la valoración de cada capítulo de un libro que incluye los contenidos del programa desde el punto de vista de su docencia y que debe incluir opinión personal, aspectos positivos y negativos, aplicación al aula de alguno de los aspectos que se incluyen relacionados con la geometría y cualquier otro aspecto que parezca apropiado.

En total se proponen seis ejercicios, diez actividades y cinco proyectos. Para todos ellos existe posibilidad de revisión y mejora. Algunas propuestas de trabajo se desarrollan en pequeños grupos, pero cada estudiante tiene que realizar la presentación final, individualmente, en su portafolio. Algunas se pueden completar fuera del aula y otras se desarrollan exclusivamente fuera de ella. El profesor actúa como mediador e informa a los alumnos, por ejemplo, sobre objetivos de enseñanza y aprendizaje, metodología, criterios y formas de valoración, y revisión de los trabajos. Además, orienta a los estudiantes en el desarrollo de las diferentes propuestas de trabajo.

Como apoyo para realizar la experiencia se cuenta con la plataforma virtual Studium de la Universidad de Salamanca, basada en Moodle, con tres objetivos fundamentales: proporcionar información previa del objetivo, desarrollo y documentación de cada sesión y de otros aspectos del desarrollo general del curso; gestionar la recogida del trabajo de los futuros docentes, aunque también se puede entregar presencialmente, y ampliar las posibilidades de comunicación entre los estudiantes y de éstos con el profesor.

### **Algunos resultados**

Este diseño de la asignatura ya se ha experimentado con futuros docentes que estaban matriculados en la asignatura Matemáticas y su Didáctica II, en la Facultad de Educación de la Universidad de Salamanca. En concreto, los 60 estudiantes (20 varones, 33%, y 40 mujeres, 67%) que completaron todas las tareas del curso estaban organizados en grupos de 2. Su media de edad era 20.9 años. Ninguno tenía experiencia previa en la utilización de un portafolio de aprendizaje. La experiencia fue desarrollada por el profesor habitual de la asignatura, uno de los autores de este artículo, que tenía 27 años de experiencia en formación de maestros.

Los estudiantes entregaron, en la primera semana del proceso formativo, el proyecto inicial consistente en la planificación del desarrollo de la enseñanza de un contenido matemático en un aula, que revisaron para entregar un proyecto final después de la formación recibida durante el curso. Hubo evidencias de mejora en el proyecto final con relación al proyecto inicial principalmente en Metodología y Reflexión pero no tanto en Contenido y Actividades, donde incluso 4(13% del total) y 6(20% del total) grupos, respectivamente, obtuvieron una valoración inferior en el proyecto final que en el proyecto inicial. La falta de homogeneidad entre los apartados, tanto del proyecto inicial como del proyecto final de cada estudiante para maestro, permite sugerir que percibían la enseñanza como una lista de cosas que hay que saber y saber hacer, con pocas justificaciones o fundamentos y sin concepción global (Delandshere y Arens, 2003).

El portafolio de aprendizaje se consideró un instrumento que aportaba evidencias sobre el aprendizaje de los futuros docentes en el desarrollo de las diferentes propuestas de trabajo, aspectos que los estudiantes podían utilizar en sus modificaciones. Esto permitió que algunos realizaran una revisión profunda del proyecto inicial. Por ejemplo, en el proyecto inicial, 7(23%) grupos de futuros docentes aludieron a propuestas de trabajo en grupo y 8(27%) propusieron tareas abiertas y, como la mayor parte de las sesiones de formación se desarrollaron en grupos y a partir de tareas abiertas, en el proyecto final 15(50%) aludieron a propuestas de trabajo en grupo y 19(63%) propusieron tareas abiertas. Además, algunos futuros docentes incorporaron algunas propuestas similares a las realizadas en el aula de formación en su proyecto final como la invención de un cuento (2, 7%) o solicitaron la reflexión tras la realización de una actividad (2, 7%). Sin embargo, llama la atención que, a pesar de dedicar sesiones específicas y propuestas de trabajo a algunos aspectos que los futuros docentes podían incorporar en su portafolio de aprendizaje como, por ejemplo, la consideración de aspectos multiculturales, ninguno de los futuros docentes los tuvieron en cuenta en sus proyectos finales (más detalle Cáceres, Chamoso y Azcárate, 2010). Las conexiones entre la enseñanza y el aprendizaje nunca son fáciles de explicitar en la práctica (Delandshere y Arens, 2003).

Atendiendo a algunos aspectos concretos, por ejemplo, referido a *Reflexión*, los futuros docentes, fundamentalmente, describieron aspectos relacionados con el proceso de enseñanza-aprendizaje sin llegar a involucrarse y, en un porcentaje mucho menor, argumentaron o realizaron aportaciones, a pesar de la formación en reflexión realizada en el aula (más detalle, Chamoso y Cáceres, 2009; Chamoso, Cáceres y Azcárate, 2012). En concreto, en este aspecto, el 62% de los alumnos tuvo más del 50% de *Descripción* (nivel 1) y ninguno tuvo menos del 31%. Ninguno superó el 50% de *Argumentación* (nivel 2). En el nivel 3, *Aportaciones*, solo hubo un alumno cuyas argumentaciones estuvieron por encima del 20% y el 41% no realizó ninguna. Estos resultados son similares a los obtenidos en investigaciones con futuros docentes con objetivos similares (por ejemplo El-Dib, 2007; Goodell, 2006; Ward y McCotter, 2004). La literatura proporciona evidencias de que, si sólo se involucra a los estudiantes en reflexiones escritas, no se suele promover una reflexión realmente productiva (Loughran, 2002).

No todas las tareas realizadas en el aula universitaria de formación provocaron los mismos niveles de reflexión. De hecho, los niveles más altos se alcanzaron en aquéllas en las que los futuros docentes participaron activamente y en los que se sintieron involucrados, lo que hace pensar que la calidad de la reflexión depende de los aspectos a los que se refieran, como sugirieron, por ejemplo, Mansvelder-Longayroux, Beijaard y Verloop (2007). Esto nos hace suponer que los estudiantes eran capaces de reflexionar con profundidad pero no estaban acostumbrados a hacerlo.

Los resultados obtenidos en *Reflexión* mostraron diferencias significativas con los referidos a *Conocimiento*, *Creatividad* y *Examen tradicional*, lo que refleja que cada uno de ellos valora habilidades diferentes. Ello refuerza la necesidad de utilizar diferentes instrumentos para valorar las diversas capacidades que se pretendan conseguir en la formación de los futuros docentes de Matemáticas.

En otro sentido, el tipo de tareas que se proponen en el aula condiciona la respuesta de los futuros docentes y, por tanto, su aprendizaje de manera que, cuando se plantean tareas motivadoras, en general, los estudiantes suelen implicarse (Christiansen y Walther, 1986; Hiebert y Wearne, 1997; Sullivan, Clarke, Clarke y O'Shea, 2010). Por ejemplo, uno de los Proyectos proponía que cada estudiante, en grupos de dos, eligiera un oficio y desarrollara las matemáticas

de ese oficio para poder llevarlo al aula de Primaria. Las tareas se podían estructurar a lo largo de los días de una semana. Es decir, “Una semana en la vida del... carpintero / taxista / campesino / bombero / sastre / pescador / cartero...”. Además, debían presentarlo explicando, por ejemplo, en qué consistía, las herramientas que se utilizaban y el lugar donde se realizaba, con el objetivo de contextualizar aquello que se emplearía en las tareas matemáticas. Para que entendieran el objetivo se consideró un ejemplo. Tenían un mes para realizarlo. En una sesión posterior de aula, cada estudiante defendió su trabajo. Este proyecto permitió analizar las tareas propuestas por los estudiantes en los 30 proyectos presentados en función de su complejidad cognitiva y su autenticidad.

Referido a la complejidad cognitiva, es decir, del tipo de procesos cognitivos que se activan en los estudiantes para llevarlas a cabo, se consideraron tres grupos de capacidades (OECD, 2006): reproducción (evocación de conocimientos que ya han sido practicados), conexiones (que se sustentan sobre la base que proporcionan las capacidades del grupo de reproducción, pero abordan ya problemas cuyas situaciones no son rutinarias, aunque sigan presentándose en unos marcos familiares o casi familiares) y reflexión (es decir, sobre la base de las capacidades del grupo de conexión, requieren que el alumno aporte un elemento de reflexión sobre los procesos que se necesitan o se emplean en la solución de un problema). En concreto, la mayoría de las tareas propuestas por los estudiantes, en el Proyecto, desarrollaban dominios cognitivos mayoritariamente del grupo de capacidades *Reproducción* (62%), con un 5% del de *Reflexión*. Es decir, de forma similar a los manuales escolares, el nivel de complejidad de las tareas propuestas fue de dificultad baja o media, lo que quiere decir que, en la mayor parte de las propuestas, se demandaba la evocación o aplicación directa de algoritmos o procesos conocidos que exigían un razonamiento elemental, pero se percibió un interés por proponer tareas para que el alumno desarrollara habilidades propias del grupo de reflexión como justificar, investigar, analizar o inferir.

Referido a la autenticidad, entendida como si la actividad representa alguna situación de la vida real de manera que aspectos importantes de esa situación se simulan en un grado razonable (Palm, 2008), se consideraron evento, pregunta, información y datos, especificidad de los datos y propósito en el contexto figurativo como las dimensiones principales que deben aparecer para que un problema sea considerado auténtico (Chamoso, Vicente, Manchado y Muñoz, 2013) y se organizaron en tres categorías: Auténticas, Verosímiles y Ficticias. El estudio conjunto de los dominios cognitivos que se desarrollaron y la autenticidad (Figura 1) mostró que los porcentajes de propuestas *Auténticas* aumentó en función del nivel de capacidades que activaron, de modo que casi todas las del grupo de *Reflexión* fueron *Auténticas* al contrario que las *Ficticias* que, en su mayoría, desarrollaron capacidades del grupo de *Reproducción*. Por otro lado, fue sorprendente la cantidad de tareas auténticas que los estudiantes plantearon en sus proyectos si se compara con los resultados de estudios previos (por ejemplo, Chamoso, Vicente, Manchado y Muñoz, 2013; Depaepe, De Corte y Verschaffel, 2010).

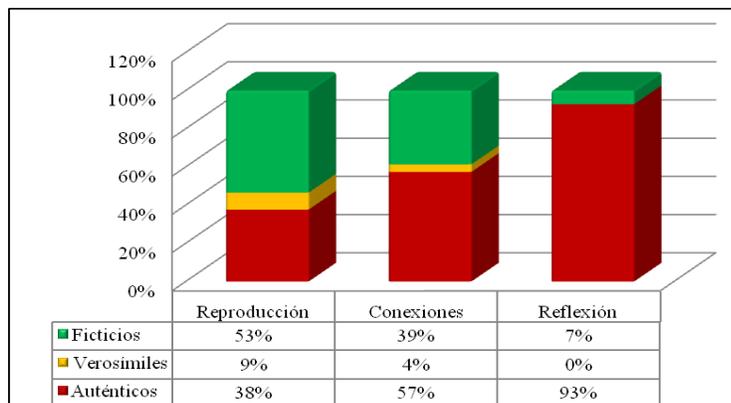


Figura 1. Propuestas de los estudiantes organizadas por nivel de autenticidad relacionadas con las capacidades de los dominios cognitivos.

Además se tuvo en cuenta si las tareas propuestas eran *Abiertas*, entendidas como aquellas que permiten más de una solución correcta, o *Realistas*, entendidas como aquellas que reproducen situaciones de la vida cotidiana y para cuya resolución es necesario saber cuándo y cómo debe aplicarse el conocimiento matemático pero también no matemático de modo que exigen la toma de decisiones (Gravemeijer, 1999; Heuvel-Panhuizen, 2003; Verschaffel, Greer y De Corte, 2000). En concreto, 56 de las 306 propuestas fueron *Abiertas* (18%) y 25 *Realistas* (8%), de las cuales 5 fueron *Abiertas* y *Realistas* a la vez. Estos resultados son muy superiores a los obtenidos en estudios previos (por ejemplo, Chamoso, Vicente, Manchado y Múñez, 2013).

### Conclusiones

El presente trabajo puede contribuir a la investigación empírica de los procesos de pensamiento de los futuros docentes y cómo toman conciencia de la formación que han recibido. Esto es especialmente relevante cuando a cada estudiante para maestro se le da la oportunidad de reflexionar en su portafolio de aprendizaje aunque se necesita más experimentación e investigación sobre ello.

Se ha realizado poca investigación sobre las revisiones que docentes en formación realizan sobre su propio trabajo. Entre los resultados obtenidos al experimentarlo destacan los siguientes aspectos:

- Los futuros docentes realizaron un proyecto inicial y lo revisaron para entregarlo de nuevo en un proyecto final al terminar del curso. Como se esperaba, hubo evidencias de mejora en el proyecto final especialmente en los aspectos relacionados con metodología y reflexión pero no tanto en los de contenido y actividades.
- La formación recibida en el aula durante el curso influyó significativamente en el tratamiento de los proyectos finales de los futuros docentes en algunos aspectos, como las propuestas relacionadas con el trabajo en grupo, los problemas abiertos o la diversidad en la clasificación de tareas, aunque no siempre.
- La naturaleza de la enseñanza en el aula afectó significativamente a la naturaleza y nivel del aprendizaje de los estudiantes como en el proyecto de los oficios, lo que recuerda la importancia de que el profesor proporcione oportunidades de aprendizaje proponiendo tipos de tareas adecuadas (Hiebert y Grouws, 2007; Stevens y Grymes, 1993).

- Parece necesario trabajar y evaluar según múltiples herramientas para conseguir una formación integral del futuro docente.
- Los futuros docentes necesitan experimentar sus nuevas ideas y reflexionar sobre dicha experimentación para consolidar los cambios (Watts y Jofili, 1998).

La formación de docentes debe adoptar enfoques progresivos y constructivistas, tal como se propone en este estudio. Esto permitirá a los futuros docentes elaborar referentes prácticos que cada uno deberá adaptar a su formación y creencias. Parece necesario que los futuros docentes contrasten sus propias visiones con prácticas alternativas y no sólo con informaciones teóricas (Duit y Treagust, 2003).

Sin embargo, Flores, López, Gallegos y Barojas (2000) señalaron la necesidad de moderar las expectativas de cambio en las tareas formativas y procurar transiciones progresivas que supongan avances consolidados en las concepciones de los futuros docentes en vez de dar saltos al vacío con pocas posibilidades de mantenerse en el tiempo. Las reflexiones sobre el diseño de la práctica, una de las estrategias dominantes en los programas de formación, tienen una clara influencia en las ideas de los futuros docentes como se ha comprobado en este estudio.

El diseño e implementación realizados necesitaría más experimentación para depurarlo y descubrir desajustes pero abre perspectivas para futuros trabajos. Por ejemplo, referido a la experiencia, quizás se podrá realizar un diseño más sistemático de las tareas formativas en términos de competencias. En otro sentido, referido a la implementación y resultados, sería conveniente analizar las razones de la escasa influencia de ciertos temas tratados en el aula de formación, como la perspectiva multicultural en el proyecto final de los futuros docentes, así como comparar los resultados obtenidos en las revisiones del proyecto presentado con las de otros trabajos incluidos en su portafolio de aprendizaje.

### Referencias

- Azcárate, P. (1999). Conocimiento profesional. Naturaleza, fuentes, organización y desarrollo. *Cuadrante*, 8, 111-138.
- Britton, K. L. y Johannes, J. L. (2003). Portfolios and a Backward Approach to Assessment. *Mathematics teaching in the middle school*, 9(2), 70-76.
- Cáceres, M. J.; Chamoso, J. M. y Azcárate, P. (2010). Analysis of the revisions that pre-service teachers of Mathematics make of their own project included in their learning portfolio. *Teaching and Teacher Education*, 26(5), 1115-1226.
- Campbell, D. M.; Melenzyer, B.J.; Nettles, D.H. y Wyman, R.M. (1999). *Portfolio and Performance Assessment in Teacher Education*. Needham Heights, MA: Allyn and Bacon.
- Chamoso, J. M.; Cáceres, M. J. y Azcárate, P. (2012). La reflexión como elemento de formación docente en matemáticas: análisis e instrumentos. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 10, 13-51.
- Chamoso, J.M. (2003). Considering dialogue as a social instrument in the Mathematics class. *For the Learning of Mathematics*, 23(1), 30-40.
- Chamoso, J.M. (2004). In pursuit of patterns: a dialogued enquiry. *Mathematics Teaching*, 188, 22-26.
- Chamoso, J. M. (2007). A mathematics vision from the usual environment. *Scientific Research and Essays*, 2(7), 222-231.

- Chamoso, J. M. y Cáceres, M.J. (2009). Analysis of the reflections of student-teachers of Mathematics when working with learning portfolios in Spanish university classrooms. *Teaching and Teacher Education*, 25(1), 198-206.
- Chamoso, J. M. y Rawson, W. (2001). En la búsqueda de lo importante en el aula de Matemáticas. *Suma*, 36, 33-41.
- Chamoso, J. M. y Rawson, W. (2004). *Contando la Geometría*. Colección Diálogos de Matemáticas. Madrid: Nivola.
- Chamoso, J. M.; Vicente, S.; Manchado, E. y Muñoz, D. (2013). Los problemas de matemáticas escolares de primaria, ¿son solo problemas para el aula? En *I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe (I CEMACYC)* (pp, 1-17). Santo Domingo, República Dominicana.
- Chamoso, J. M.; Durán, J.; García, J.; Martín, J. y Rodríguez, M. (2004). Análisis y experimentación de juegos como instrumentos para enseñar matemáticas. *Suma*, 47, 47-58.
- Chamoso, J. M.; Fernández, I. y Reyes, E. (2009). *Burbujas de arte y matemáticas*. Colección Diálogos de Matemáticas. Madrid: Nivola.
- Christiansen, B. y Walther, G. (1986). Task and activity. In B. Christiansen, A. G. Howson, y M. Otte (Eds.), *Perspectives on Mathematics Education* (pp. 243-307). Dordrecht, Netherlands: D. Reidel.
- Craig, C.J. (2003). What teachers come to know through school portfolio development. *Teaching and Teacher Education*, 19(8), 815-827.
- Darling-Hammond, L. y Synder, J. (2000). Authentic assessment of teaching in context. *Teaching and Teacher Education*, 16(5-6), 523-545.
- De Rijdt, C.; Tiquet, E.; Dochy, F. y Devolder, M. (2006). Teaching portfolios in higher education and their effects: An explorative study. *Teaching and Teacher Education*, 22(8), 1084-1093.
- Delandshere, G. y Arens, S.A. (2003). Examining the quality of the evidence in preservice teacher portfolios. *Journal of Teacher Education*, 54(1), 57-73.
- Depaepe, F.; De Corte, E. y Verschaffel, L. (2010). Teachers' approaches towards word problem solving: Elaborating or restricting the problem context. *Teaching and Teacher Education*, 26, 152-160.
- Dinham, S. y Scott, C. (2003). Benefits to Teachers of the Professional Learning Portfolio: a case study. *Teacher Development*, 7(2), 229-244.
- Duit, R. y Treagust, D. (2003). Conceptual change: a powerful framework for improving science teaching and learning. *International Journal of Science Education*, 25(6), 671-688.
- El-Dib, M. (2007). Levels of reflection in action research. An overview and an assessment tool. *Teaching and Teacher Education*, 23(1), 24-35.
- Farr Darling, L. (2001). Portfolio as practice: the narratives of emerging teachers. *Teaching and Teacher Education*, 17(1), 107-121.
- Flores, F.; López, A.; Gallegos, L. y Barojas, J. (2000). Transforming science and learning concepts of physics teachers. *International Journal of Science Education*, 22(2), 197-208.
- Goodell, J. E. (2006). Using critical incident reflections: A self-study as a mathematics teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(3), 221-248.
- Goodlad, J. (1990). Studying the education of educators: From conceptions to finding. *Phi Delta Kappan*, 72(9), 698-701.
- Gravemeijer, K. (1999). How Emergent Models May Foster the Constitution of Formal Mathematics. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(2), 155-177.

- Hartmann, C. (2004). Using Teacher Portfolios to Enrich the Methods Course Experiences of Prospective Mathematics Teachers. *School Science and Mathematics*, 104(8), 392-407.
- Heuvel-Panhuizen, M. Van Den. (2003). The didactical use of models in Realistic Mathematics Education: an example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational Studies in Mathematics*, 54, 9-35.
- Hiebert, J. y Grouws, D. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In F. Lester (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 371-404. NCTM: Information Age Publishing.
- Hiebert, J. y Wearne, D. (1997). Instructional tasks, classroom discourse and student learning in second grade arithmetic. *American Educational Research Journal*, 30(2), 393-425.
- Hill, H. C.; Ball, D.L. y Schilling, S.G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372-400.
- Jay, J. y Johnson, K. (2002). Capturing complexity: a typology of reflective practice for teacher education. *Teaching and Teacher Education*, 18(1), 73-85.
- Lajoie, S.P. (1995). A Framework for Authentic Assessment in Mathematics. En T.A. Romberg (Ed.), *Reform in School Mathematics and Authentic Assessment*, 19-37. Albany: State University of New York Press.
- Lee, H. J. (2005). Understanding and assessing preservice teachers reflective thinking. *Teaching and Teacher Education*, 21(6), 699-715.
- Llinares, S. y Krainer, K. (2006). Mathematics (students) teachers and teacher educators. En A. Gutiérrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present, and Future* (pp. 429-459). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers B.V.
- Loughran, J.J. (2002). Effective reflective practice. In search of meaning in learning about teaching. *Journal of Teacher Education*, 53(1), 33-43.
- Mansvelder-Longayroux, D.D.; Beijaard, D. y Verloop, N. (2007). The portfolio as a tool for stimulating reflection by student teachers. *Teaching and Teacher Education*, 23(1), 47-62.
- OECD (2006). *Assessing Scientific, Reading and Mathematical Literacy: A Framework for PISA 2006*. París. OECD, <http://www.pisa.oecd.org/>. Traducción castellana (2006), Evaluación de la Competencia Científica, Lectora y Matemática: Un marco teórico para PISA 2006. Madrid: INECSE/MEC, <http://www.ince.mec.es/index.htm>.
- Palm, T. (2008). Impact of authenticity on sense making in word problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 67, 37-58.
- Planas, N.; Chamoso, J.M. y Rodríguez, M. (2007). Retazos interculturales para la formación del profesorado de matemáticas. *XIII Jornadas para la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas (XIII JAEM)*. Granada.
- Shepard, L.A. (2001). The Role of Classroom Assessment in Teaching and Learning. En V. Richardson (Ed.), *Handbook of Research on Teaching* (pp.1066-1101). Washington: American Educational Research Association.
- Shulman, L.S. (1998). Teachers portfolios: A theoretical activity. En N. Lyons (Ed.), *With portfolio in hand: Validating the new teacher professionalism* (pp. 23-37). New York: Teachers College Press.

- Silver, E.A. y Kenney, P.A. (1995). Sources of Assessment Information for Instructional Guidance in Mathematics. En T.A. Romberg (Ed.), *Reform in School Mathematics and Authentic Assessment* (pp. 38-86). Albany: State University of New York Press.
- Stevens, F. y Grymes, J. (1993). *Opportunity to learn: Issues of equity for poor and minority students*. Washington, DC: National Center for Education Statistics.
- Sullivan, P.; Clarke, D.; Clarke, B. y O'Shea, H. (2010). Exploring the relationship between task, teacher actions, and student learning. *PNA*, 4(4), 133-142.
- Tillema, H.H. (1998). Design and validity of a portfolio instrument for professional training. *Studies in Educational Evaluation*, 24(3), 263-278.
- Törner, G.; Schoenfeld, A.H. y Reiss, K.M. (2007). Problem solving around the world: summing up the state of the art. *ZDM Mathematics Education*, 39(5), 353-563.
- Van der Shaaf, M. F.; Stokking, K.M. y Verloop, N. (2008). Teachers beliefs and teacher behaviour in portfolio assessment. *Teaching and Teacher Education*, 24(7), 1691-1704.
- Verschaffel, L.; Greer, B. y De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Netherlands: Swets y Zeitlinger.
- Vicente, S. y Orrantia, J. (2007). Resolución de problemas y comprensión situacional. *Cultura y Educación*, 2007, 19 (1), 61-85.
- Wade, R.C. y Yarbrough, D.B. (1996). Portfolios: a tool for reflective thinking in teacher education? *Teaching and Teacher Education*, 12(1), 63-79.
- Ward, J. R. y McCotter, S.S. (2004). Reflection as a visible outcome for preservice teachers. *Teaching and Teacher Education*, 20(3), 243-257.
- Watts, M. y Jofili, Z. (1998). Towards critical constructivist teaching. *International Journal of Science Education*, 20(2), 173-185.