



Significação do conceito de números inteiros por futuros professores

Fabiana Fiorezi de Marco

Faculdade de Matemática, Universidade Federal de Uberlândia
Brasil

fabianaf@famat.ufu.br

Resumo

Este artigo discute possíveis implicações didático-metodológicas sobre a significação do conceito de números inteiros provenientes da vivência de atividades orientadoras de ensino por futuros professores de matemática. Foram selecionados para este artigo os registros de licenciandos da disciplina “Metodologia do Ensino de Matemática” do 2º semestre de 2010 e analisadas segundo a categoria intitulada significação conceitual. As análises tiveram fundamentação teórica na teoria histórico-cultural, principalmente em Vigotski, Davidov, Leontiev. Como resultados, as análises indicam que os protagonistas da pesquisa desenvolveram um processo de reflexão sobre a atividade orientadora de ensino, concebendo-a como geradora da necessidade e do motivo para ensinar e aprender matemática.

Palavras-chave: formação de professores de matemática, perspectiva histórico-cultural, atividade orientadora de ensino, números inteiros, significação conceitual.

Introdução

A proposta de vivência de atividades orientadoras de ensino por futuros professores se apresenta como um recurso importante por possibilitar despertar e desenvolver nestes um envolvimento pessoal e significativo que possa levá-los a (re)construção de seu próprio conhecimento.

Para produzir significados e atribuí-los à problematizações de práticas que envolvam matemática poderia pensar-se em um ensino fundado no princípio histórico-cultural da atividade, que teria como ponto inicial a necessidade de organizar “as ações pedagógicas de maneira que os sujeitos interajam entre si e com o objeto de conhecimento” (Moura, 2002, p.159) e como objetivo solucionar um problema.

Produzir significados, segundo a Teoria da Atividade leontieviana, é estar envolvido com o

próprio processo de aprendizagem, uma vez que o domínio de técnicas de solução de problemas não oportuniza ao estudante compreender as origens e o desenvolvimento histórico de conceitos matemáticos.

Diante deste contexto, neste estudo, procurou-se responder a seguinte questão de investigação: *Quais implicações didático-metodológicas para a formação inicial do professor de Matemática que a vivência de atividades de ensino sobre números inteiros pode oferecer?*

A pesquisa foi desenvolvida tendo abordagem qualitativa e de intervenção como metodologia de pesquisa e utilizou como instrumentos de coleta de dados: diários de campo da pesquisadora; entrevistas; questionários; audiografações, registros produzidos por futuros professores e seus trabalhos finais elaborados na disciplina Metodologia do Ensino de Matemática, no segundo semestre de 2010, no Curso de Matemática da Faculdade de Matemática de uma Universidade Federal brasileira, ministrada pela pesquisadora.

As análises foram realizadas em uma perspectiva histórico-cultural e, nesta perspectiva, estão baseadas as referências teóricas para o estudo e a análise dos dados que auxiliaram na definição de quais implicações didático-metodológicas a vivência de atividades de ensino pode trazer para a formação inicial do professor de matemática.

A formação inicial do professor de matemática e a atividade orientadora de ensino

Nesta pesquisa, o foco de interesse centra-se na formação inicial do professor de matemática frente à vivência de atividades orientadoras de ensino nessa formação. Procurou-se romper com a concepção empírica de ensino “de que basta saber fazer, atribuindo ao formador o papel de transmissor de técnicas eficientes de ensino” (Araújo, 2003, p.8). Isso significa acreditar na necessidade de oferecer condições para que os futuros professores possam refletir sobre o que fazem e “olhar” para a ação pedagógica como mediadores; entender conceitos científicos como conhecimentos humanamente construídos em busca da compreensão de fenômenos (Araújo, 2003); compreender o ensino como um processo intencional que gere, nos alunos, uma necessidade e um motivo para aprender e promova uma interação entre estes para que a produção do conhecimento ocorra.

O sujeito, ao construir seu conhecimento a partir da relação com o outro ou com o meio pode estar em atividade, que segundo Leontiev (2001) esta é uma unidade de formação do sujeito na qual as necessidades emocionais e materiais dirigem as suas ações. Porém, para que uma situação se caracterize como uma atividade, segundo Leontiev (1978), é necessário que ela compreenda: o objeto, o motivo, a operação/ação, a consciência e o objetivo.

Pode-se considerar a ação como o componente básico da atividade, como um meio de realizar a atividade e, conseqüentemente, de satisfazer o motivo. O traço característico de uma ação é o fato de que é sempre orientada para um objetivo. Enquanto a ação está relacionada aos objetivos conscientes para os quais ela se dirige, a operação está relacionada com as condições da ação, isto é, as operações constituem as formas de realização de uma ação (Leontiev, 1983).

É importante destacar que o que distingue uma atividade de outra é o seu objeto, o seu motivo, e estes devem coincidir dentro da atividade. Pode-se dizer que um sujeito se encontra em atividade quando o objetivo de sua ação coincide com o motivo de sua atividade, e esta deverá satisfazer uma necessidade do indivíduo e do grupo em sua relação com o mundo, procurando atingir um objetivo.

Moura (2000) transpõe a definição de atividade para o ensino esta deve envolver o aluno em situações-problema e de reflexão que gerem a necessidade do desenvolvimento de significados próprios do conceito em questão. Enfatiza que atividade orientadora de ensino é

aquela que se estrutura de modo a permitir que sujeitos interajam, mediados por um conteúdo, negociando significados, com o objetivo de solucionar coletivamente uma situação-problema. É atividade orientadora porque define elementos essenciais da ação educativa e respeita a dinâmica das interações que nem sempre chegam a resultados esperados pelo professor. Este estabelece os objetivos, define as ações e elege os instrumentos auxiliares de ensino, porém não detém todo o processo, justamente porque aceita que os sujeitos em interação partilhem significados que se modificam diante do objeto de conhecimento em discussão (Moura, 2002, p.155, grifos nossos).

É importante que as atividades orientadoras de ensino estejam carregadas de intencionalidade por parte do proponente; que haja um motivo que permita estabelecer metas e objetivos bem definidos para a criação de estratégias que irão compor o plano de ação daquele que a propõe, pois sua finalidade maior é o ensino (de matemática, no nosso caso).

Entende-se que a “atividade de ensino quase sempre está associada à idéia de busca do professor por um modo de fazer com que o aluno aprenda um determinado conteúdo escolar” (Moura, 2000, p.23), valorizando a troca de significados na relação professor-aluno mediada pelos conteúdos escolares. A atividade orientadora de ensino elaborada *na e para* a sala de aula é vista como uma ação interativa que “tem por objetivo organizar uma sequência de conteúdos escolares que permite cumprir um determinado objetivo educacional” (Moura, 2000, p.22) e proporcionar, aos envolvidos no processo, aprender a pensar os conceitos matemáticos.

Entende-se que o compartilhar significados e experiências com o outro constitui um momento muito importante na atividade orientadora de ensino, pois pode encaminhar para a resolução do problema coletivamente, mediante a análise de ideias e diferentes pontos de vista dos envolvidos no dinâmico processo de ensino e aprendizagem.

Tal condição foi criada nesta investigação a partir da proposta de resolução de uma situação de ensino, mobilizada pela dinâmica indivíduo-grupo-classe e caracterizada pela busca dos protagonistas por soluções e situações matemáticas que lhes fossem familiares e significativas, vivenciadas em aulas ao longo de suas vidas escolares. Esse processo, a nosso ver, constituiu-se em uma atividade de formação para licenciandos de matemática.

Na disciplina Metodologia do Ensino de Matemática, campo de nossa investigação, algumas discussões foram realizadas tendo textos teóricos e atividades orientadoras de ensino como norteadores das reflexões. Tais discussões e vivências de atividades constituíram-se atividades de formação para os protagonistas deste estudo. Segundo Moura (1996), a

atividade de ensino deve conter em si a formação do professor que toma o ato de educar como uma situação-problema, já que esta possui o elemento humanizador do professor: a capacidade de avaliar as suas ações e poder decidir por novas ferramentas e novas estratégias na concretização de seus objetivos (p.36).

Neste estudo, na produção de uma solução para atividade orientadora de ensino de matemática: a proposta coletiva é a atividade a ser vivenciada e explorada; a exigência colocada pela disciplina Metodologia do Ensino de Matemática é a necessidade gerada; o ensino é o seu objeto; propor situações para o desenvolvimento de conceitos matemáticos, pensar a aprendizagem do futuro aluno são os motivos. Quando o grupo discute e define ideias e

instrumentos a serem inseridos e utilizados na proposta, está realizando uma operação; e a discussão como um todo é uma ação dentro da produção de uma solução para a atividade de ensino, motivada pelo objetivo de levar os futuros alunos a compreender significativamente um conceito matemático. No entanto, isso só acontecerá quando a intencionalidade da atividade de formação coincidir com o motivo do aluno (graduandos, neste caso) para realizá-la.

É importante que o professor tenha uma intencionalidade com a atividade proposta e faça a mediação do trabalho sempre, pois “ao agir sobre o objeto também nos modificamos e, sendo assim, passamos a ver os objetos de modo diferente à medida que interagimos com eles” (Moura, 2000, p.9).

A produção de uma resolução para uma atividade orientadora de ensino de matemática, considerada por nós uma atividade de formação e uma produção social, caracteriza-se pela busca dos licenciandos por situações matemáticas que lhes sejam familiares e significativas, no intuito de propor aos futuros alunos, uma atividade que lhes gere um motivo para aprender. Ao final desse processo, os graduandos passam a ter um outro nível de conhecimento, tendo este como “seu conhecimento final provisório e que servirá de conhecimento inicial” (Moura, 2000, p.34).

Aspectos metodológicos da pesquisa

Neste estudo procurou-se levar em consideração perspectivas de abordagem qualitativa que “tentam analisar os dados em toda sua riqueza, respeitando, tanto quanto possível, a forma com que estes registros foram registrados ou transcritos.” (Bogdan & Biklen, 1994, p.48). Esta afirmação possibilita o entendimento que desenvolver uma pesquisa — atividade humana e social — com análise interpretativa dos dados na busca do conhecimento científico há a possibilidade de fazer suposições e conjecturas e/ou inferências carregadas de valores, interesses e princípios que orientam o investigador, o que às vezes não retrata o que realmente possa estar acontecendo.

Em busca de procedimentos éticos na pesquisa em Educação Matemática, esta pesquisa procurou contemplar alguns princípios e cuidados sugeridos por Fiorentini e Lorenzato (2006), tais como: consentimento dos envolvidos; preservação da identidade e da integridade dos envolvidos; mínima interferência do pesquisador no ambiente; e cuidados na divulgação dos dados.

Esta pesquisa utilizou como instrumentos de coleta de dados: diários de campo; entrevistas; questionários e audiografações, bem como registros produzidos pelos futuros professores participantes, na forma de portfólios. O objetivo principal deste trabalho foi analisar as possíveis implicações didático-metodológicas que a vivência de atividades orientadoras de ensino pode trazer para a formação de futuros professores de Matemática. Para este artigo, selecionou-se uma atividade proposta aos alunos da disciplina Metodologia do Ensino de Matemática denominada *Organizando o conceito de números inteiros*, constantes no apêndice 1.

As atividades selecionadas também tiveram o objetivo de oferecer aos futuros professores uma experiência de aprender a matemática de forma significativa, dinâmica e instigante.

Organizou-se os dados provenientes da atividade para dar melhor destaque às manifestações ou não dos movimentos de significação, (re)construção, organização de conceitos matemáticos. Esta opção de organização dos dados auxiliou no processo de estudo das possíveis implicações didático-metodológicas que podem ou não decorrer da vivência de atividades

orientadoras de ensino, do tipo de influência dessas implicações para a formação inicial do professor de matemática.

A Atividade: Organizando o conceito de números inteiros

Nesta atividade orientadora de ensino, nosso objetivo principal, consistiu em oferecer condições para os futuros professores entenderem a origem e o desenvolvimento do conceito de números inteiros como um movimento de contrários (Lima & Moisés, 1998). Para isso, propusemos situações que envolviam o conceito de números inteiros em “mão dupla”, cuja aprendizagem, em muitos casos, é vista como um “pensamento em mão única” (Lima & Moisés, 1998), como a mesma relação que se realiza entre “objetos concretos” e os “números naturais” e que pode ser utilizada para os números inteiros.

Para as aulas em que discutiríamos números inteiros, solicitamos aos nossos alunos que, em grupos de quatro ou cinco alunos, realizassem uma pesquisa extraclasse sobre a origem desse conceito matemático, em livros de história da matemática. Posteriormente, discutimos em sala de aula os conhecimentos adquiridos na pesquisa com o grupo todo, de forma que uns complementassem os conhecimentos dos outros, tendo os aspectos históricos permeando a discussão.

A dinâmica indivíduo-grupo-classe, utilizada nesta pesquisa, propõe integrar o sujeito ao movimento conceitual: deve-se, num primeiro momento, pensar individualmente sobre a situação-problema encontrada e atribuir significados próprios a ela; em seguida, discutir as sínteses elaboradas individualmente com um pequeno grupo de trabalho. Este, por sua vez, elabora uma síntese coletiva a partir das reflexões de todos os seus membros e, então, é feita uma discussão com o grupo-classe para encontrar uma possível solução ou a solução mais adequada para a situação-problema (Lanner De Moura; Maciel; Marco; Melo; Sousa; Ferreira; Santinho, 2003).

Para a construção de nossa análise, tomamos por fundamento a teoria do conhecimento histórico-cultural que aborda a importância de gerar **uma necessidade** no indivíduo e **um motivo pessoal** para aprender. Segundo estes autores, a presença desses dois aspectos nas ações dos indivíduos é demonstrativa de que eles se encontram em atividade, se encontram envolvidos psicologicamente numa finalidade. E, para efeitos de pesquisa, consideramos que, se o aluno, ao desenvolver atividades em sala de aula, é colocado pelo planejamento do professor em condições favoráveis para que tenha um envolvimento ativo — ou seja, se tiver uma necessidade e um motivo pessoal para participar dessas atividades —, ele pode se encontrar em condições didáticas facilitadoras para aprender. No caso específico desta pesquisa, consideramos um aspecto do aprender: o de significar conceitos matemáticos com vistas à significação da futura prática pedagógica durante o processo de formar-se.

Significação do conceito de números inteiros

Como constatado em Marco (2009), a vivência das atividades orientadoras de ensino pelos protagonistas desta pesquisa pode constituir-se em um momento de ruptura com o pensamento empírico (Davióv, 1988), pois passaram a entender as origens históricas de alguns conceitos. Passaram a dar significados próprios a conceitos matemáticos aprendidos nos Ensinos Fundamental ou Médio, como os depoimentos que seguem:

A priori, a atividade pode parecer enfadonha, porém, à medida que o aluno entende as dificuldades vivenciadas pelo comerciante e seus desdobramentos para superá-las, o

aluno passa a compreender a importância dos conceitos matemáticos empregados no dia-a-dia (Gabriela, portfólio, 20/09/10).

As atividades propostas hoje parecerem-me bobas, mas respondê-las não foi tão simples; expressar conceitos verbalmente foi bastante complicado (Giovana, portfólio, 20/09/10).

A solicitação feita aos licenciandos para pensar e escrever sobre conceitos tidos como simples e a dificuldade que manifestaram ao registrar suas conclusões, nos levam a refletir sobre as palavras de Vigotski (1991), quando, ao tratar da capacidade dos adolescentes de formar conceitos e de defini-los, afirma:

O adolescente formará e utilizará um conceito com muita propriedade numa situação concreta, mas achará estranhamente difícil expressar esse conceito em palavras, e a definição verbal será, na maioria dos casos, muito mais limitada do que seria de esperar a partir do modo como utilizou o conceito. A mesma discrepância também ocorre no pensamento dos adultos, mesmo em níveis muito avançados (p.69).

Estes estudantes expressaram e demonstraram, tanto verbalmente quanto no registro em seus portfólios, a surpresa ao perceber a necessidade de saber explicar um conceito, para que, futuramente, possam propiciar essa vivência e um melhor entendimento de conceitos matemáticos para seus futuros alunos. Entendemos que ter o conceito pronto não significa entendê-lo a ponto de conseguir explicá-lo a si mesmo; e tentar explicar ao outro um conceito é uma forma de melhorar o próprio entendimento desse conceito. O processo de significar conceitos foi acompanhado de satisfação, prazer e emoção, como podemos depreender das falas que seguem:

Estas atividades foram diferentes do normal, ou melhor, do que é ensinado normalmente na maioria das escolas e que me foi ensinado. Essas atividades encaminham o aluno a desenvolver definições, a pensar no que vem a ser tal conceito, o que representa (Milena, depoimento audiogravado, 21/09/10).

Estes estudantes demonstram que durante todo o Ensino Fundamental trabalharam com tal conteúdo sem compreender conceitualmente o que significava. Supõe-se, portanto, que se tiveram, foi apenas uma abordagem empírica dos conhecimentos matemáticos, como explica Davídov (1982), e que pode ser inferida da reflexão que segue:

A atividade foi muito difícil para mim. Em minha opinião os exercícios propostos não foram bem claros, então foi complicado entender o que estava pedindo. Mesmo assim pude perceber, por essas atividades, que o conceito foi sendo formulado por nós mesmos durante a execução das mesmas, ou seja, os próprios alunos produziram o seu conhecimento. Isto, em minha opinião, é um grande passo, pois o aluno ao invés de pegar tudo pronto e acabado do professor, constrói, relativamente ao seu modo de pensar, os conceitos de que precisa (Manuela, portfólio, 21/09/10).

A relação formal com a matemática, à qual foram submetidos em suas vidas escolares, parece ter exigido pouca ou nenhuma reflexão sobre a relação desses conceitos com um nível de compreensão que poderiam ter de si mesmos e da realidade que os cercava enquanto aprendiam. Tal relação leva-os até a dizer que “os exercícios propostos não foram bem claros”, bem formulados. Apesar de acreditar que as atividades estavam mal formuladas, Manuela afirma perceber que elas proporcionam a construção do conhecimento pelo próprio aluno, segundo o “seu modo de pensar”. Talvez a dificuldade encontrada por Manuela se deva ao fato de seu ensino escolar ter deixado de instigar o desenvolvimento de seu potencial criativo no sentido da

(re)criação do conceito com significados próprios para o desenvolvimento de novas relações conceituais.

As atividades vivenciadas nesta pesquisa podem ser entendidas como um recurso oferecido aos graduandos para significar seus conhecimentos, ampliá-los e até mesmo modificá-los. Alguns alunos afirmam que, no momento de elaborar individualmente suas respostas para as atividades propostas, elas lhes pareciam ser triviais, desprovidas de desafios para um aluno do Ensino Fundamental. Neste momento, observaram também a importância da existência de diferentes pontos de vistas para uma mesma questão.

Pelas reflexões dos licenciandos pode-se inferir que estes não haviam parado para pensar em conceitos matemáticos. Poucos tiveram o pensamento teórico desenvolvido. Poucos tiveram a oportunidade de representar uma idéia, expor seus conhecimentos e reorganizá-los e/ou reformulá-los diante das dificuldades que podiam encontrar, elaborando ou significando conceitos matemáticos.

Achei muito interessante a forma como surgiram os sinais de + e -, eu já havia lido a respeito quando fiz o trabalho extraclasse sobre números inteiros, mas somente nesta aula me dei conta de que estes sinais não foram inventados por matemáticos e sim por comerciantes. O que realmente me chamou a atenção nesta aula foi o texto sobre formas de pensar (“mão-única” e “mão-dupla”). Gostaria de ressaltar que, falando a respeito de matemática, hoje em dia, quase tudo o que vemos e fazemos nas escolas é pensamento em mão-única, pois encontramos tudo pronto: fórmulas, resultados, caminhos a serem percorridos para chegarmos a tal resultado, tudo previamente conhecido, como uma receita de bolo (Luana, portfólio, 21/09/10).

As atividades propostas sobre números inteiros parecem ter despertado interesse e novos conhecimentos em Luana, pois se diz admirada por entender que os sinais aritméticos (+) e (-) não foram inventados por matemáticos famosos, mas sim por comerciantes.

A pesquisa extraclasse que os licenciandos realizaram parece que não “tocou” estes alunos como ocorreu no momento de vivência dessas atividades, como afirmou Luana em seu portfólio, demonstrando que em uma atividade orientadora de ensino há a presença de elementos como interação, negociação e colaboração. Percebe-se, também, que é no “movimento do social ao individual que se dá a apropriação de conceitos e significações, ou seja, que se dá a apropriação da experiência social da humanidade”. (Moura, 2010, p.83).

Os licenciandos também se interessaram pela ideia do pensamento em “mão única” e o associaram ao ensino escolar que tiveram, um ensino que não abordou questionamentos ou criações, como depreendemos da fala que segue:

Durante minha vida escolar nunca precisei me preocupar com os porquês das coisas, simplesmente aceitava, quando na verdade deveria ter me preocupado com as origens dos conceitos e procurar percorrer meu próprio caminho, usando o pensamento em mão-dupla para chegar onde queria (Talita, portfólio, 21/09/10).

Essa fala manifesta que é possível, ao estudar matemática, aprender a orientar-se na vida e conceber o mundo como um movimento dual permanente e os fenômenos da vida como resultantes da combinação de forças contrárias (Lima & Moisés, 1998). Talita parece reconhecer que o ensino escolar é realizado por meio de “fórmulas prontas”, “resultados únicos” para as situações propostas e relaciona este fato ao pensamento em “mão única” apresentado nas atividades.

Há que considerar que as atividades orientadoras de ensino trouxeram implicações didático-metodológicas significativas para a formação destes futuros professores de matemática e para a sua própria significação conceitual como o reconhecimento da importância da construção coletiva das soluções propostas pelas atividades de ensino; o reconhecimento da vivência e a produção de atividades de ensino como elementos de formação profissional e de saberes docentes; a consideração, na atividade, da necessidade e do motivo para ensinar e aprender.

Algumas considerações

Nesta pesquisa, a vivência de atividades de ensino sobre o desenvolvimento conceitual permitiu que os protagonistas, a partir dos próprios entendimentos, reformulassem e (re)elaborassem, o seu pensar matemático. Durante o estudo das atividades, foi gerada a necessidade de os licenciandos projetarem-se profissionalmente, à medida que passaram a fazer relação direta entre o que estavam aprendendo e o que ensinariam futuramente.

Com a análise dos dados da pesquisa, defende-se um ensino no qual o papel do professor possa ser marcado pela preocupação em criar situações de aprendizagem interativas, estimulantes e desafiadoras, que façam os alunos escolares pensar. Seria importante também que o professor procurasse entender o conteúdo matemático como algo dinâmico, passível de ser criado, (re)criado e, acima de tudo, compreendido e até mesmo significado.

Os protagonistas, durante a realização de todo o trabalho, vivenciavam as atividades de ensino propostas e manifestavam um tipo de necessidade, de motivo: significar para si mesmos conceitos matemáticos aprendidos nos Ensinos Fundamental ou Médio e significar sua futura prática pedagógica. Uma implicação didática que nos indica a preocupação destes licenciandos ao se depararem, futuramente, em suas vidas profissionais, com a dificuldade de muitos alunos em aprender o conceito de números inteiros. Na busca de compreender a estrutura de uma atividade de ensino, os licenciandos detectaram alguns elementos importantes para a organização do trabalho docente, como por exemplo, a necessidade, o motivo e as ações que são importantes ser consideradas.

Assim como constatado em Marco (2009), a experiência de vivenciar atividades orientadoras de ensino de matemática trouxe, para a formação docente inicial dos protagonistas desta pesquisa, algumas implicações didáticas e metodológicas: o futuro professor torna-se participante ativo no processo de aprendizagem, tendo controle e responsabilidade sobre o mesmo; o reconhecimento de que a construção coletiva das soluções em sala de aula é produtiva da formação profissional e de saberes da prática docente; a necessidade e o motivo para ensinar e aprender devem ser considerados na atividade.

A natureza das atividades propostas, baseadas na teoria histórico-cultural, propiciou aos protagonistas “estar em atividade”. Acredita-se que elas, juntamente com a atuação da professora-pesquisadora, possibilitaram o saber pensar com predominância sobre o saber fazer; o pensamento teórico com predominância ao pensamento empírico (Davióv, 1988) dos licenciandos, para que possam desenvolver, com seus futuros alunos, atividades de ensino que possuam elementos dinâmicos da vida e que levem a significar os conceitos matemáticos.

Referências e bibliografia

Araújo, E. S. (2003). *Da formação e do formar-se: a atividade de aprendizagem docente em uma escola pública* (Tese de Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo.

- Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação qualitativa em Educação*. Porto, Portugal: Porto Editora.
- Davídov, V. V. (1988). *La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico*. Moscou: Editorial Progreso.
- Fiorentini, D., & Lorenzato, S. A. (2006). *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Campinas, SP: Autores Associados.
- Lanner de Moura, A. R., Maciel, D. M., Marco, F. F. De, Melo, G. F. A. De, Sousa, M. C., Ferreira, É. S. M., & Santinho, M. (2003). Movimento conceitual em sala de aula. In: *Anais da XI Conferência Interamericana de Educação Matemática* (Vol. 1, pp. 1-15). Blumenau: FURB.
- Leontiev, A. N. (1978). *O desenvolvimento do psiquismo*. Lisboa: Livros Horizonte.
- Leontiev, A. N. (1983). *Actividad, conciencia, personalidad*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 2ª reimpressão.
- Leontiev, A. N. (2001). Os princípios psicológicos da brincadeira pré-escolar. In L. S. Vygotsky, A. R. Luria, & A. N. Leontiev. *Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem*. Tradução Maria da Penha Villa Lobos. São Paulo: Ícone.
- Lima, L. C. & Moisés, R. P. (1998). *O número inteiro: numerando movimentos contrários*. São Paulo: CETEAC.
- Marco, F. F. (2009). *Atividades computacionais de ensino na formação inicial do professor de matemática*. Tese (Doutorado em Educação: Educação Matemática) — Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas. 223p.
- Moura, M. O. (1996). A atividade de ensino como unidade formadora. *Bolema*, 12, 29-43.
- Moura, M. O. (2000). *O educador matemático na coletividade de formação: uma experiência com a escola pública* (Tese de Livre Docência). Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP.
- Moura, M. O. (2002). A atividade de ensino como ação formadora. In A. D. Castro, & A. M. P. Carvalho (Org.), *Ensinar a ensinar: didática para a escola fundamental e média*. São Paulo: Pioneira Thomson Learning.
- Moura, M. O. (2010). *A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural*. Brasília: Liber Livros.
- Vigotski, L. S. (1991). *Pensamento e linguagem*. São Paulo: Martins Fontes.

Apêndice A

Atividade orientadora de ensino sobre números inteiros

Pensar em *mão única*

Situações que revelam um determinado modo de pensar e fazem com que nos fixemos num determinado aspecto – objeto do nosso interesse imediato (a casa para onde se está indo, o ônibus em que estamos, etc.) – esquecendo-nos de que este se encontra sempre ao lado de outro aspecto contrário.

Isso acontece porque, geralmente, somos atraídos pelas coisas que nos interessam e nos esquecemos, ou fazemos questão de esquecer, aquelas que nos afastam ou repelem. Parece que tudo no mundo se encontra a nossa disposição, ao alcance da nossa mão. É por isso que todo mundo pensa, espontaneamente, em **mão única**.

Pensamento em mão única é aquele que concebe o movimento sem oposição, acontecendo apenas num só sentido.

Como pensar numericamente em *mão dupla*?

O número natural faz contagem apenas em *mão única*; mas os movimentos quantitativos ocorrem em *mão dupla*.

Temos, assim, uma contradição entre a *mão dupla* que existe em todos os movimentos quantitativos da realidade e a *mão única* que caracteriza o Conjunto dos Números Naturais.

Quanto mais a humanidade se desenvolve, mais o homem atua com os movimentos quantitativos da realidade; e quanto mais interfere nesses movimentos, mais ele sente a limitação da *mão única* numérica; mais aguda se torna a contradição acima assinalada. E, dessa forma, quanto mais desenvolvido é o trabalho humano, mais ele sente necessidade de criar o **número com mão dupla** capaz de registrar numericamente a *mão dupla* daqueles movimentos.

A economia de subsistência e a economia mercantil

Sempre que um povo, em qualquer lugar do planeta, passa da produção para consumo próprio (*economia de subsistência*) para a produção para troca de mercado (*economia mercantil*), o trabalho humano passa a atuar intensamente com a mão dupla dos movimentos quantitativos.

É fácil observar que, ao movimentar dinheiro e estoques de produção, o homem passa a lidar, e muito, com esta dupla mão.

Questão 1:

Vamo-nos transportar até o momento da história da passagem da *economia de subsistência* para a *economia mercantil*. Logicamente nesta época o homem ainda não sabe o que é contabilidade: ele não possui livros e cadernos (e muito menos computador) para administração e controle do movimento financeiro e do estoque. Imagine só:

◆ Lá está Brancaleone, 	◆ atrás de um balcão, 	◆ com uma enorme saca para guardar arroz, 
◆ um enorme tonel para guardar o vinho, 	◆ e, é claro, uma pequena caixa para guardar o dinheiro. 	◆ Brancaleone iniciou o seu negócio comercial escrevendo com palavras todo o movimento de dinheiro, de arroz e de vinho. 

"Hoje, às seis horas do dia treze de outubro de mil e trezentos, sob as graças do senhor me veio vender trinta e oito quilos de arroz o mui gentil senhor de Pistóia, obrigando-me a despendar a bela quantia de seiscentos dinares de prata. Eu possuía em caixa, graças ao meu digno trabalho, um mil e oitocentos dinares de prata. Logo após quinze minutos desta transação adentra a meu estabelecimento a mui formosa senhora de Lascio de quem compro exatamente vinte litros do bom vinho tinto de sua videira, gastando, nesta transação trezentos dinares de prata. Após vinte e dois minutos faço a minha primeira venda que é ao servo do Castelo de Labria que me compra três quilos de arroz e um litro de vinho pelo que pagou setenta dinares de prata. Setenta minutos após este sucedido entra, em minha loja ..."

...E por aí foi o registro de Brancaleone.

- O movimento na loja de Brancaleone vai aumentando. Ao invés de receber freguês de cinquenta em cinquenta minutos, passa a receber de vinte em vinte, dez em dez, cinco em cinco até que começam a se formar filas no seu balcão. É possível ele continuar com aquela forma de registro? Por quê?
- O número natural possibilita o registro de que Brancaleone precisa? Por quê?
- Afinal, qual é o problema numérico que Brancaleone está enfrentando?

A criação chinesa: o numeral colorido para registro dos contrários

A civilização chinesa foi a primeira a pensar o movimento real como uma luta entre contrários. Daí que, igualmente, foi a primeira a escrever numericamente os contrários.

IDENTIFICAÇÃO DO CONTRÁRIO NO NÚMERO: Se todo movimento é uma luta entre contrários, ao escrevermos qualquer número que se refira a esse movimento, esse número tem que vir com uma indicação de que contrário se trata.

Os chineses foram, portanto, os primeiros matemáticos a criar a identificação do contrário no número. Para isso eles se utilizavam das cores vermelha e preta: vermelha para os acréscimos (ou no sentido crescente) e preta para os seus contrários. Assim todos os números seriam escritos numa ou noutra cor, indicando sempre a existência do contrário, qualquer que fosse o movimento em estudo.

Questão 2:

Assim, temos o problema central da criação numérica para os contrários:

O problema do comerciante medieval ou problema de escrever numericamente os contrários: como pensar numericamente os contrários? Como escrever um número de modo a provocar o pensamento através de contrários?

I - Ler o texto a seguir:

<p>"Um comerciante de trigo tinha um movimento muito intenso de vendas e compras. Ele precisou construir no seu depósito 10 caixas de madeira, todas com a mesma capacidade de 500 quilos, as quais procurava sempre manter cheias para fazer frente ao intenso comércio que fazia. Ordenou então a um empregado que fizesse o controle, durante o dia, num caderno, do movimento do trigo no seu depósito. No final do dia o comerciante recebeu deste seu empregado o caderno com as anotações ao lado:</p>	<p>90 quilos, 35 quilos, 10 quilos, 24 quilos, 60 quilos, 50 quilos, 19 quilos.</p>
<p>Como era de esperar, o comerciante ficou furioso com o seu empregado! Chamou-lhe e falou: "Você fez um controle que não adiantou nada! Amanhã ou você faz um controle correto, que me permita saber o que ocorreu de fato no depósito ou você será despedido!"</p>	
<p>Escrever, utilizando o registro que os comerciantes inventaram para as quantidades contrárias, todos os movimentos de compra e venda seguinte:</p>	
<p>Recebeu 90 quilos de trigo; em seguida mais 35 quilos; vendeu 10, 24 e 60 quilos; recebeu 50 e vendeu 19 quilos.</p>	
<p>II – Nas atividades abaixo, utilize a escrita numérica dos contrários inventada pelos comerciantes medievais:</p>	
<p>a) Um comerciante possui no seu depósito 5 sacas de feijão de 20 quilos cada. Durante a semana, ele vai retirando e colocando feijão nessas sacas, nunca se esquecendo de colocar os sinais que indicam excesso ou falta de feijão em relação à quantidade original. Nos desenhos abaixo, nós temos as 5 sacas com as respectivas quantidades, sendo que você vai verificar se estão corretas as marcações que o comerciante fez para indicar se tirou ou se colocou feijão nas sacas, corrigindo-as quando for necessário:</p>	
<p>A generalização do uso da escrita numérica dos contrários</p>	
<p>Depois que foram inventados pelos comerciantes, os sinais (+) e (-) ficaram durante muitos anos para uso exclusivo nos depósitos e armazéns. Os primeiros matemáticos que começaram a usar esses sinais foram aqueles que lidavam com a matemática comercial. Estes perceberam que, assim como era usado para indicar que faltava vinho num tonel, o sinal (-) também poderia ser usado para dinheiro em falta, isto é, para dívidas; e, da mesma forma que o sinal (+) era usado para indicar vinho em "excesso" num tonel, poderia também indicar dinheiro que entrava em caixa, isto é, dinheiro "a mais".</p>	
<p>Questão 3:</p>	
<p>I - Representar com a escrita numérica dos contrários o movimento dessa loja, indicando o resultado final desse movimento.</p>	
<p>Vendeu mercadorias no valor de 3 reais, pagou uma dívida de 7 reais, vendeu novamente 8 reais em mercadorias, pagou uma conta em atraso no valor de 12 reais e vendeu novamente 3 reais em mercadorias.</p>	

Fonte: Lima e Moisés (1998)