



## Desempenho de alunos dos anos iniciais do ensino fundamental na resolução de problemas aditivos e multiplicativos

Jutta Cornelia Reuwsaat **Justo**  
Universidade Luterana do Brasil - ULBRA  
Brasil

[jcrjusto@gmail.com](mailto:jcrjusto@gmail.com)

Janaína Freitas dos **Santos**  
Universidade Luterana do Brasil - ULBRA  
Brasil

[janainafrsantos@gmail.com](mailto:janainafrsantos@gmail.com)

Margarete Fátima **Borga**  
Universidade Luterana do Brasil - ULBRA  
Brasil

[mborga@brturbo.com.br](mailto:mborga@brturbo.com.br)

Kelly da Silva **Rebelo**  
Universidade Luterana do Brasil - ULBRA  
Brasil

[rebelokelly@gmail.com](mailto:rebelokelly@gmail.com)

### Resumo

O artigo apresenta parte dos resultados de uma pesquisa que teve como intenção contribuir com a aprendizagem de problemas matemáticos e investigou a formação continuada de professores que atuavam no Ensino Fundamental de uma escola pública. O estudo teve duração de 4 anos e iniciou em 2011, em uma escola pública no sul do Brasil. A realização de pré-testes e pós-testes com a resolução de problemas matemáticos aditivos e multiplicativos foi necessária para a coleta de dados que evidenciasse a melhora ou não do desempenho dos alunos no período da formação continuada de seus professores. Neste trabalho apresentamos uma comparação dos resultados dos testes ao longo da pesquisa. Os resultados corroboram que o professor tem um efeito maior do que anteriormente se pensava no desempenho do aluno.

*Palavras-chave:* Educação matemática. Resolução de problemas. Ensino Fundamental.

### **Introdução**

A pesquisa apresentada neste artigo<sup>1</sup> fez parte do projeto aprovado<sup>2</sup> no Edital 2010 do Programa Observatório da Educação (OBEDUC) que se propôs a realizar a formação continuada de professores do Ensino Fundamental. Trata-se de uma pesquisa quase experimental que investigou a resolução de problemas matemáticos por estudantes de uma escola pública municipal de São Leopoldo/RS, município localizado no sul do Brasil. A Escola possuía classes da Educação Infantil ao 6º ano do Ensino Fundamental, sendo que os alunos da Educação Infantil e do 1º e 2º ano não fizeram parte das investigações. O objetivo era buscar o aprimoramento no desempenho dos alunos do Ensino Fundamental em resolução de problemas matemáticos aditivos e multiplicativos, qualificando a prática docente a partir de estratégias de formação continuada de professores *in loco*.

O estudo foi realizado durante quatro anos (2011 a 2014) em uma escola do sul do Brasil, Escola Municipal de Ensino Fundamental Franz Louis Weinmann. Entende-se que, para ter resultados mais concretos e verossímeis quanto à influência de um programa de formação continuada, tendo como conteúdo básico a resolução de problemas matemáticos, é preciso que os dados sejam coletados por um período mais longo de tempo. Assim, a cada ano da pesquisa, buscaram-se informações e evidências sobre o ensino e a aprendizagem de problemas matemáticos aditivos e multiplicativos, que alimentaram as ações de formação dos professores regentes de turmas. Deste modo, a formação foi norteada pelas dificuldades em matemática evidenciadas nos testes de desempenho dos educandos, assim como, pelas necessidades e dificuldades relatadas pelos professores da escola.

### **Resolução de problemas matemáticos e a formação continuada *in loco***

A resolução de problemas é uma atividade indispensável para construir o sentido dos conhecimentos. Os problemas oferecem a possibilidade de construção de conhecimentos matemáticos e de modelização de situações, o que ajuda a compreender o mundo que nos rodeia (Chamorro, 2003). Resolver um problema matemático exige conhecimentos que vão além de realizar contas adequadamente. Para escolher uma operação adequada que resolve um problema é necessário que se tenha uma rede de conceitos sobre as operações matemáticas, construindo significados ligados a diversas situações a que elas pertencem.

Um campo conceitual define-se pelo conjunto de situações cuja compreensão necessita do domínio de vários conceitos de naturezas diferentes. Segundo Vergnaud (1990), a primeira entrada de um campo conceitual é a das situações e a segunda entrada seria a dos conceitos e dos teoremas. Para ele, é através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido para a criança. O campo conceitual aditivo é definido por Vergnaud (1990) como o

---

<sup>1</sup> Contribuíram para a coleta de dados: a bolsista de iniciação científica, Mauren Poças (PROICT/Ulbra); a doutoranda, bolsista do OBEDUC, Janaína Dias Godinho; e as mestrandas Jamille Mineo Carvalho de Magalhães e Joelma Fátima Torrel Mattei do PPGECIM/Ulbra.

<sup>2</sup> Projeto financiado pela CAPES e pelo INEP no âmbito do Programa Observatório da Educação Edital 2010.

conjunto de situações que pedem uma adição, uma subtração ou uma combinação das duas operações para serem resolvidas e, ao mesmo tempo, pelo conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações como tarefas matemáticas. Analogamente, o campo conceitual multiplicativo se define, no entanto, com situações de multiplicação e de divisão.

Enfocar a estrutura do problema e não as operações aritméticas utilizadas para resolver problemas se tornou dominante na pesquisa em educação matemática. Esse enfoque está baseado em algumas hipóteses sobre como as crianças aprendem matemática, três das quais Nunes e Bryant (2009) explicitam: a) para compreender adição e subtração corretamente, as crianças também devem compreender a relação inversa entre elas; o mesmo acontecendo com a multiplicação e a divisão. Assim, um foco específico em operações distintas, que era o modo mais típico de pensar no passado, se justifica apenas quando o foco do ensino está nas habilidades de cálculo; b) as relações entre adição e subtração, por um lado, e multiplicação e divisão, por outro lado, são conceituais: elas se relacionam com as conexões entre as quantidades de cada um destes domínios de raciocínio; c) as conexões entre adição e multiplicação e entre subtração e divisão são processuais: a multiplicação pode ser realizada por adições repetidas e a divisão usando repetidas subtrações. É necessário reconhecer que a conexão entre multiplicação e adição não é conceitual e, sim, está centrada no processo de cálculo, ou seja, o cálculo da multiplicação pode ser feito usando-se a adição repetida porque a multiplicação é distributiva com relação à adição. Assim, supõe-se que, apesar das ligações processuais entre adição e multiplicação, essas duas formas de raciocínio são diferentes o suficiente para serem consideradas como distintos domínios conceituais. Portanto, os termos raciocínio aditivo e multiplicativo são usados para as relações conceituais ao invés de se referirem às operações aritméticas.

A semântica dos problemas matemáticos verbais influencia a compreensão dos problemas pelas crianças. A compreensão do problema implica em que o resolvidor interprete a situação-problema através da semântica e, a partir dela, estabeleça relações entre os números do problema, para então buscar a operação matemática que o auxiliará a encontrar a solução (Justo, 2009).

Vinte tipos de problemas aditivos foram classificados em quatro categorias semânticas: transformação, combinação, comparação e igualação (Miranda *et al.*, 2005, García, Jiménez, & Hess, 2006, Orrantia, 2006). Duas dessas categorias referem-se explicitamente a uma ação - transformação e igualação, enquanto as outras duas estabelecem uma relação estática entre as quantidades do problema - combinação e comparação (Orrantia, 2006). Cada categoria semântica pode identificar distintos tipos de problemas dependendo da quantidade desconhecida. Em função da posição da incógnita, ou seja, dependendo de qual valor é desconhecido, os problemas possuem diferentes níveis de dificuldade. Os problemas que são resolvidos pela operação expressa no enunciado são chamados de canônicos e aqueles que exigem a resolução pela operação inversa da situação apresentada são denominados não canônicos.

Em relação aos problemas multiplicativos, Nunes e Bryant (1997) afirmam que há níveis diferentes de raciocínio e classificam os seguintes tipos de problemas: Correspondência um a muitos envolvendo os subtipos: multiplicação, problema inverso de multiplicação e produto cartesiano; Relação entre variáveis (covariação); e Distribuição. Os problemas de correspondência um a muitos envolvem a ideia de proporção, trabalhando com a ação de replicar.

De modo semelhante, os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997) diferenciam quatro grupos de situações envolvendo problemas multiplicativos: Comparativa; Proporcionalidade; Configuração retangular; e Combinatória. Os problemas de combinatória se assemelham aos de produto cartesiano, classificados por Nunes e Bryant (1997).

Smole e Diniz (2001) consideram que o ensino baseado na resolução de problemas precisa compreender a aprendizagem de conceitos, a construção de estratégias e de procedimentos, além de habilidades metacognitivas. A metodologia de resolução de problemas leva em conta as habilidades cognitivas e metacognitivas, correspondentes à leitura do problema, à sua compreensão, à análise da situação, ao planejamento de uma solução, à avaliação de resultados; e está vinculada a aspectos didático-metodológicos, como a discussão em classe de diferentes procedimentos de solução encontrados pelas crianças, promovendo a ampliação dos conhecimentos, a partir da interação entre os alunos e professor (Polya, 1986, 1997, Vergnaud, 1990, 1996, 2003, Krulik & Reys, 1997, Nunes & Bryant, 1997, 2009, Magina *et al.*, 2001, Kilpatrick & Swafford, 2005, Vicente *et al.*, 2008, Justo, 2009). Os objetivos atitudinais a serem desenvolvidos para atingir a disposição em aprender são os seguintes: desenvolver confiança e convicção em suas habilidades; estar disposto a correr riscos e perseverar; e gostar de fazer matemática (Van de Walle, 2009).

No âmbito da pesquisa, entende-se que o rendimento escolar do aluno não é consequência direta, ou somente, da prática do professor, pois, se o fosse, não teríamos rendimentos tão diferenciados em uma mesma sala de aula. Sabemos que há outros fatores intervenientes no rendimento escolar. No presente estudo, entretanto, enfatizamos que a prática do professor também é um fator relevante para o rendimento satisfatório ou não do aluno, mesmo que não seja o único.

### **A pesquisa**

Como já citado, o objetivo da pesquisa foi aprimorar o desempenho dos alunos na resolução de problemas matemáticos, através da qualificação da prática docente a partir de estratégias de formação continuada. Para isso, a pesquisa articulou-se da seguinte forma: no início de cada ano letivo, antes dos encontros de formação com os professores da escola, eram realizados pré-testes de resolução de problemas matemáticos com os alunos. Após a formação, no final de cada ano, foram aplicados pós-testes para comparar o desempenho dos estudantes a fim de verificar a influência da formação continuada de professores nas aprendizagens.

No ano de 2014, realizou-se apenas o teste no início do ano letivo, já que não seria possível aplicar um pós-teste devido ao prazo de encerramento da pesquisa. O objetivo deste teste foi verificar a estabilidade das aprendizagens construídas pelos estudantes. Assim, diferente dos anos anteriores, o teste aplicado foi o mesmo da série anterior. Ou seja, no 6º ano foi aplicado o teste realizado pelo 5º ano nos anos anteriores; o 5º ano realizou o teste aplicado no 4º ano em anos anteriores e assim sucessivamente. Por conseguinte, este teste também pode ser analisado como um pós-teste postergado.

Os testes aplicados em cada período eram sempre os mesmos e propunham a resolução de problemas matemáticos aditivos e multiplicativos, sendo 15 problemas para o 3º ano e 16 problemas para o 4º, 5º e 6º anos. As crianças recebiam os problemas por escrito e resolviam da forma que considerassem conveniente (com ou sem uso de material de contagem, através de desenhos). Deveriam, no entanto, escrever um cálculo matemático ou expressar através de

desenho a estratégia utilizada para resolver o problema, assim como, fornecer a resposta escrita ao questionamento proposto pelo problema.

Ao final do primeiro ano da pesquisa (2011), após a correção e análise dos pós-testes, considerou-se a possibilidade de que pelo menos uma turma de alunos tivesse recebido auxílio do aplicador (professora regente) para resolução dos problemas no pós-teste, visto que houve grande diminuição nos erros cometidos por estes estudantes. Assim, nos anos seguintes, buscando uma padronização da aplicação dos testes, os mesmos foram aplicados por uma bolsista de iniciação científica ligada diretamente à pesquisa e por duas mestrandas e uma doutoranda vinculadas ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática.

Os encontros de formação foram realizados em grupo, na própria escola, fora do período de aula. Embora tenha sido um projeto da escola, a adesão à formação por parte dos professores regentes de turma era voluntária. Desta forma, 13 de 23 professores participaram dos encontros no primeiro ano da pesquisa (2011). Nos anos seguintes, a formação contou com a presença de todos os professores da escola investigada, inclusive professores cujos alunos não faziam parte da pesquisa. O programa de formação docente pretendeu assegurar o conhecimento dos diferentes problemas matemáticos pertencentes aos campos aditivo e multiplicativo e, ainda, privilegiar um componente psicopedagógico que permitisse ao professor aprender como atuar na sala de aula para favorecer a aprendizagem dos problemas matemáticos. Nos encontros com os professores, foi repensada a prática como o espaço de aprendizagem e de construção do pensamento prático do professor, permitindo e provocando o desenvolvimento de capacidades e competências sempre em diálogo com a situação real encontrada (Justo, 2009). Coube às professoras pesquisadoras organizar e coordenar o processo na escola, propiciando uma assessoria permanente ao trabalho do professor (Santos & Justo, 2013).

### **Discussão dos resultados**

Para realizar a correção dos testes categorizou-se os erros cometidos pelos estudantes. Os erros considerados na correção foram de raciocínio, de procedimento de cálculo, de falta de atenção, de erro na resposta escrita e em branco.

Entendeu-se por erro de *raciocínio*, quando os sujeitos não conseguiam chegar ao cálculo que resolvesse o problema. Os de *procedimento de cálculo* ocorriam quando os sujeitos encontravam o cálculo adequado para resolução do problema, no entanto não conseguiam desenvolver este cálculo corretamente. Os erros de *falta de atenção* surgiam quando os sujeitos apresentavam o raciocínio adequado, desenvolviam o procedimento de cálculo correto, porém, copiavam erradamente os números do problema, ou ainda realizavam a operação correta, mas indicavam outra. O erro na *resposta escrita* ocorria quando o problema era solucionado corretamente, mas a resposta escrita não coincidia com a resposta encontrada, ou a resposta escrita não respondia a pergunta proposta pelo problema. Houve, ainda, questões em que os estudantes não tentavam resolver o problema, deixando o mesmo *em branco*. Outros casos de erros não puderam ser avaliados, por exemplo, quando o sujeito só escrevia a resposta sem apresentar o desenvolvimento da questão.

É importante enfatizar que a sistemática de correção dos testes considerou o processo de resolução do problema desenvolvido pelo aluno, buscando identificar como o aluno chegou àquele resultado e o porquê não encontrou a resposta adequada à questão proposta no problema matemático.

Neste trabalho apresentamos uma comparação dos resultados de 2012, 2013 e 2014. Uma série de cruzamentos de dados puderam ser analisados. No entanto, para este texto, analisam-se os pré-testes de 2012 e 2013, e o pós-teste postergado de 2014.

Conforme já informado, em 2011, constatou-se a possibilidade de intervenções de professores na aplicação dos testes, o que pode ter influenciado o desempenho de algumas turmas. Portanto, nos anos seguintes, 2012 a 2014, modificou-se a forma de aplicação dos testes, sendo, então, possível a comparação do desempenho apenas neste período.

### Comparação dos resultados de 2012, 2013 e 2014

Para verificar o desempenho dos estudantes ao longo da pesquisa tornou-se necessário comparar os resultados dos testes dos anos de 2012, 2013 e 2014. Cabe lembrar que o teste aplicado em 2014 foi o mesmo da série anterior. Ou seja, no 6º ano foi aplicado o teste realizado pelo 5º ano nos anos anteriores; o 5º ano realizou o teste aplicado no 4º ano em anos anteriores e, assim, sucessivamente.

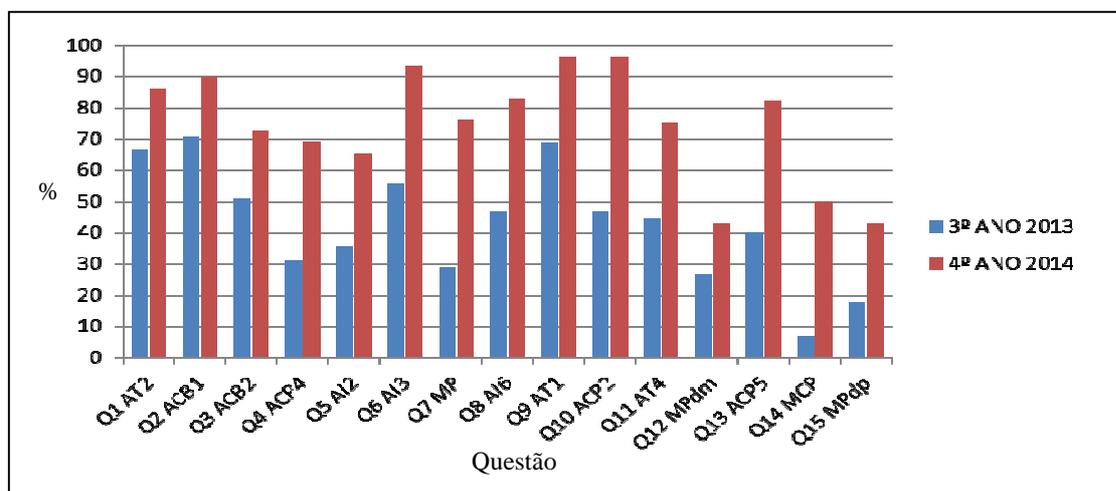
Portanto, as comparações dos dados e análise apresentadas a seguir foram realizadas de forma longitudinal. Desta maneira, procurou-se evidenciar os avanços dos mesmos grupos de alunos, ou seja, das mesmas crianças ao longo dos anos.

#### Comparação do 3º Ano de 2013 com o 4º Ano de 2014

Esta comparação tornou-se possível, pois o teste aplicado em 2014 no 4º ano foi o mesmo da série anterior, ou seja, 3º ano. Desta forma, os testes possuíam o mesmo número de questões.

#### Gráfico 1

Percentual de acertos por questão – 3º Ano 2013 e 4º Ano 2014



Fonte: A Pesquisa.

Pode-se observar um maior percentual de acerto em todas as questões, o que evidencia um melhor desempenho dos estudantes. Os problemas multiplicativos de comparação (MCP), de proporcionalidade (MP), com a ideia de divisão por partilha (MPdp) e de divisão por medida (MPdm) foram os problemas com menor percentual de acerto em 2013. Com exceção do problema multiplicativo (MP), os demais continuaram representando a maior dificuldade em

2014. O exemplo a seguir apresenta o problema com menor índice de acerto no 3º ano. Trata-se de um problema multiplicativo de comparação, no qual quantidades que estão sob relação constante são comparadas.

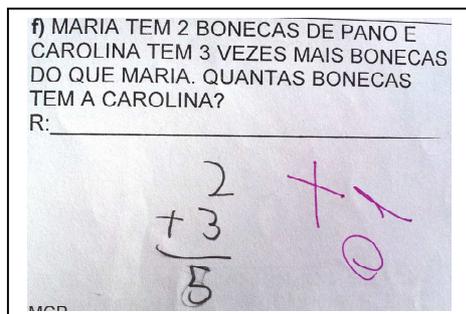


Figura 1. Problema com menor índice de acerto no 3º ano.

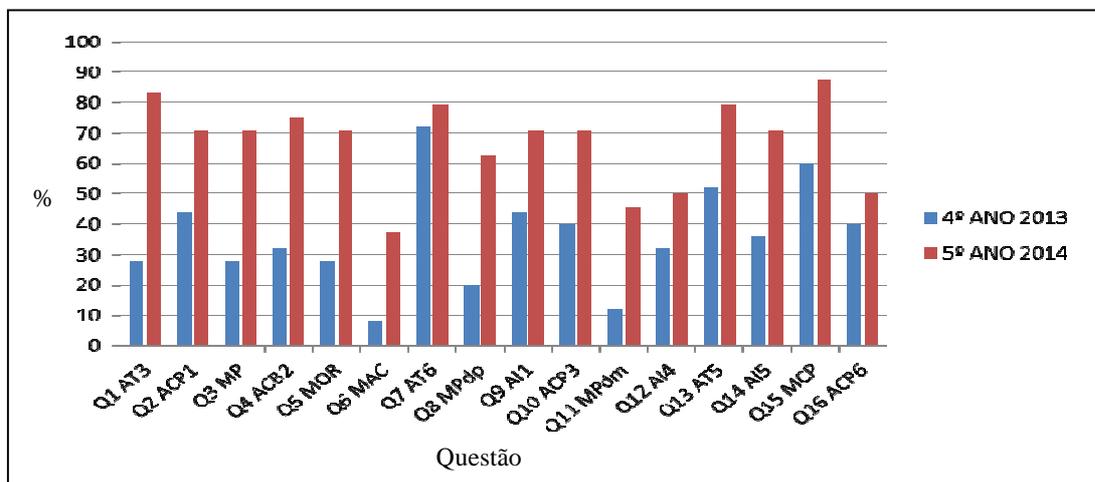
O baixo índice de acerto nos problemas multiplicativos nestas séries pode ser explicado por estes problemas não terem sido trabalhados de maneira formal durante o 2º ano do Ensino Fundamental. Estes problemas são introduzidos formalmente no currículo da Escola a partir do 3º e 4º ano, o que justifica a dificuldade encontrada pelos alunos em resolver este tipo de problema.

#### Comparação do 4º Ano de 2013 com o 5º Ano de 2014

Ao compararmos os resultados do 4º Ano de 2013 com o 5º Ano de 2014, observou-se um aumento no percentual de questões nas quais os estudantes obtiveram êxito na resolução.

Gráfico 2

Percentual de acertos por questão – 4º Ano 2013 e 5º Ano 2014.



Fonte: A Pesquisa.

Embora quatro questões, dois problemas aditivos (AI4 e ACP6) e dois problemas multiplicativos (MAC e MPdm), ainda tenham apresentado baixo índice de acerto, inferior a 60% em 2014, é importante salientar a melhora do desempenho deste grupo de estudantes. Em 2013, das 16 questões contidas no teste, apenas uma questão (problema aditivo AT6) apresentou

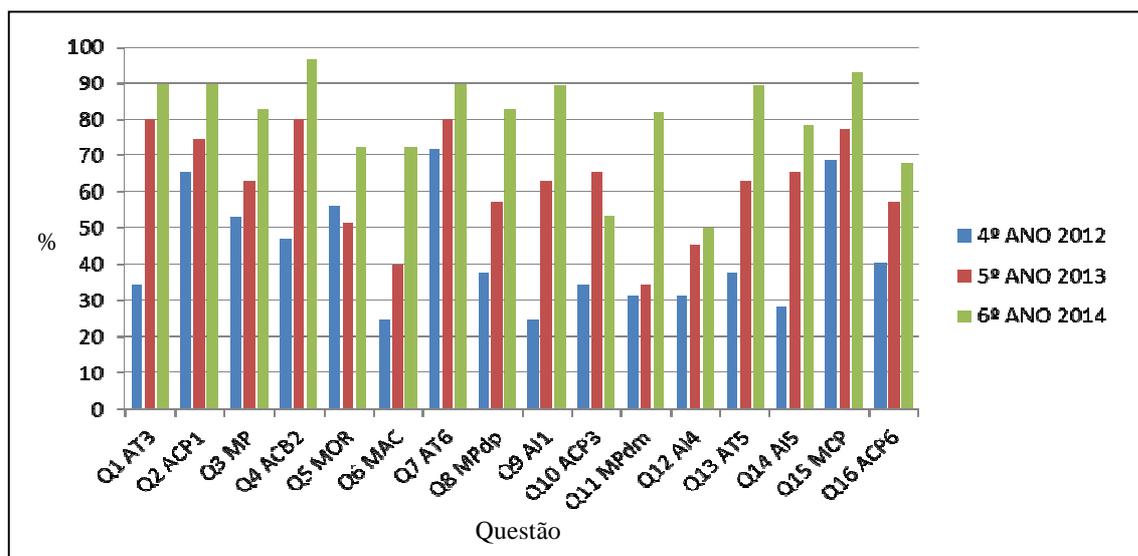
uma porcentagem de acerto acima de 60%. Já, em 2014, 12 questões apresentaram índice de acerto superior a 60%.

### Comparação entre o 4º Ano de 2012, 5º Ano de 2013 e 6º Ano de 2014

Esta comparação revela a evolução do mesmo grupo de estudantes ao longo dos três anos de pesquisa.

Gráfico 3

Percentual de acertos por questão – 4º Ano 2012, 5º Ano 2013 e 6º Ano 2014.



Fonte: A Pesquisa.

Com exceção do problema aditivo de comparação (ACP3), todas as questões apresentaram avanços no percentual de acertos ao longo da pesquisa. Percebeu-se que do 4º para o 5º ano houve progressos na resolução dos problemas de estrutura multiplicativa, porém, esta evolução foi mais significativa do 5º para o 6º ano, o que demonstrou uma maior familiaridade dos estudantes com problemas desta estrutura.

A maior dificuldade foi encontrada nos problemas aditivos não canônicos de igualação (AI4) e comparação (ACP6 e ACP3). O exemplo abaixo apresenta a questão de igualação (AI4) que, como se pode ver no gráfico 3, em nenhum momento ultrapassou o percentual de 50% acerto.

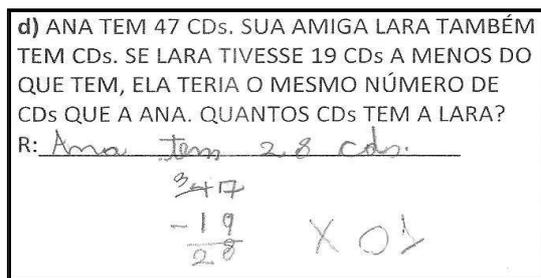


Figura 2. Problema com menor índice de acerto.

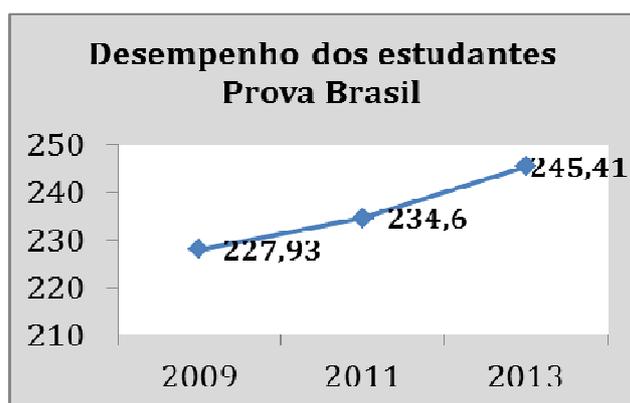
O exemplo usado mostra um problema de igualação não canônico. O enunciado apresenta uma expressão que lembra uma subtração “19 CDs **a menos do que** tem”. Este fato, provavelmente, influenciou o estudante a resolver o problema com um cálculo de subtração, levando-o ao erro. Mais um aspecto a ser considerado é que a categoria semântica de igualação é composta por duas categorias, pois, para resolvermos estes problemas, é necessário realizar a comparação entre as quantidades e a mudança (transformação) de uma dessas quantidades para que a igualdade seja estabelecida.

A evolução dos estudantes pode ser evidenciada pelo percentual de acerto das questões ao longo dos três anos de pesquisa. Em 2012, apenas três problemas (MCP, AT6 e ACP1) apresentaram o índice de acerto maior que 60%. Já em 2013 o número de questões que ultrapassou esta marca subiu para 10. Em 2014, do total de 16 questões, 14 apresentaram o índice superior a 60%, sendo que dessas, 10 questões superaram os 80% de acerto.

A melhora no desempenho dos estudantes, evidenciada ao longo da pesquisa, também pode ser observada através dos resultados da Avaliação Nacional do Rendimento Escolar - Anresc (também denominada "**Prova Brasil**"). O gráfico abaixo apresenta o desempenho dos estudantes do 5º Ano desta escola em **Matemática na Prova Brasil** de 2009, 2011 e 2013.

Gráfico 4

Desempenho dos estudantes participantes da pesquisa em Matemática na Prova Brasil, 2009, 2011 e 2013.



Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras a partir dos resultados da Prova Brasil de Matemática de 2009, 2011 e 2013 disponíveis em <http://portal.inep.gov.br/web/saeb/resultados>.

Observa-se uma melhora no desempenho dos estudantes de 2009 para 2011. De 2011 para 2013, período em que se realizou a pesquisa nesta escola, ou seja, ocasião em que os professores participaram da formação continuada verifica-se que há uma inclinação mais ascendente do que no período anterior, evidenciando, desta forma, a influência da formação continuada no desempenho dos educandos.

Mendonça *et al.* (2007) justificam que esse é um resultado já esperado, pelo menos em parte, devido ao grau de maturidade inerente a faixa etária das séries estudadas. Conforme já indicado por Vergnaud (1990), um campo conceitual é construído normalmente pela criança através da experiência na vida diária e na escola, sendo um conhecimento desenvolvido dentro de um longo período de tempo por meio da experiência, maturação e aprendizagem.

A queda significativa no número de erros cometidos pelos estudantes, assim como o aumento no percentual de acerto das questões evidenciados nos resultados apresentados, demonstram que, ao longo da pesquisa, os estudantes encontraram, gradativamente, mais facilidade em encontrar o cálculo que resolvia adequadamente o problema, como também efetuar este cálculo corretamente. Estes resultados corroboram os resultados de outras pesquisas da área da eficácia escolar e o que vários pesquisadores atualmente estão apontando: que o professor tem um efeito maior do que anteriormente se pensava no desempenho do aluno (The Boston Consulting Group & Instituto Ayrton Senna, 2014, Brooke & Soares, 2008, Justo, 2009, Marzano, Pickering & Pollock, 2008).

### **Concluindo**

Acreditamos que a maneira como o professor ensina a resolução de problemas matemáticos faz diferença na aprendizagem do aluno.

As turmas tiveram melhora em seu desempenho porque, segundo nossa interpretação, o programa de formação foi relevante para a melhor aprendizagem das crianças. Da mesma forma, o avanço gradual na Prova Brasil de Matemática de 2009 a 2011 e o avanço mais acentuado de 2011 a 2013 nos levam a pensar que, quando há maior intencionalidade no ensino, maior planejamento, maior acompanhamento do professor sobre a aprendizagem, assim como maior envolvimento dos alunos sobre o seu fazer, a aprendizagem avança melhor.

Apesar disso, entendemos que o conhecimento do conteúdo e o conhecimento didático do conteúdo não são os únicos saberes necessários ao professor e nem os únicos fatores intervenientes para a aprendizagem. Certamente, a complexidade que encontramos em cada sala de aula relacionada a características individuais dos estudantes, composição das turmas, características individuais e profissionais dos professores, entre tantos outros fatores têm a sua influência. O jeito de olhar e entender o espaço e o tempo escolar precisa compreender a escola como um lugar de individualidades e de coletividades, de diversidades e de igualdades, de diferentes aprendizagens, de existência própria e independente do querer de uma única pessoa (o professor ou o aluno); a escola é um espaço de relações, por isso dinâmico. O espaço e tempo escolar exigem uma ação planejada, intencionada pelo professor, prevendo uma reação dos estudantes que nem sempre será a esperada por ele – o que solicita uma nova ação planejada e intencional por parte do professor. Ação e reação previsível, mas incerta.

### **Referências**

- Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. (1997). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF.
- Brooke, N., & Soares, J.F. (Orgs.). (2008). *Pesquisa em eficácia escolar*. Belo Horizonte: Editora UFMG.
- Chamorro, M. C. (Coord.). (2003). *Didáctica de las Matemáticas para Primaria*. Madrid: Pearson Educación.
- García, A. I., Jiménez, J. E., & Hess, S. (2006). Solving Arithmetic Word Problems. *Journal of Learning Disabilities*, 39(3), 270-281, May/June.
- Justo, J. C. R. (2009). *Resolução de problemas matemáticos aditivos: possibilidades da ação docente* (Tese de Doutorado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre: UFRGS.
- Kilpatrick, J., & Swafford, J. (Eds.). (2005). *Helping Children Learn Mathematics*. Washington, DC, USA: National Academy Press.
- Krulik, S., & Reys, R. E. (1997). *A resolução de problemas na matemática escolar*. São Paulo: Atual.
- Magina, S., Campos, T. M. M., Nunes, T., & Gitirana, V. (2001). *Repensando Adição e Subtração*. São Paulo: PROEM Editora.
- Marzano, R. J., Pickering, D. J., & Pollock, J. E. (2008). *O ensino que funciona*. Porto Alegre: Artmed.
- Mendonça, T. M., Pinto, S. M., Cazorla, I. M., & Ribeiro, E. (2007). As estruturas aditivas nas séries iniciais do Ensino Fundamental: um estudo diagnóstico em contextos diferentes. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10(2), 219-239. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa,
- Miranda, A. C., Acosta, G. E., Tárraga, R. M., Fernández, M. I., & Rosel, J. R. (2005). Nuevas tendencias en la evaluación de las dificultades de aprendizaje de las matemáticas: el papel de la metacognición. *Revista de Neurología*, 40(supl 1), 97-102.
- Nunes, T., & Bryant, P. (1997). *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artmed.
- Nunes, T., & Bryant, P. (2009). Paper 4: Understanding relations and their graphical representation. *Key understanding in mathematics learning*. Nuffield Foundation, London. Recuperado em 20 maio, 2011, de <http://www.nuffieldfoundation.org>
- Orrantia, J. (2006). Dificultades en el Aprendizaje de las Matemáticas: una perspectiva evolutiva. *Revista de Psicopedagogia*, 23(71), 158-180.
- Polya, G. (1986). *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro: Interciências.
- Polya, G. (1997). Sobre a resolução de problemas de matemática na high school. In: Krulik, S., Reys, R.E. *A resolução de problemas na matemática escolar*. São Paulo: Atual.
- Santos, J. F., & Justo, J. C. R. (2013). Da Prática à Teoria: Explorando Novos Caminhos de Formação Continuada no Lócus Escolar. In *Anais do VI CIEM*. VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática, Canoas.
- Smole, K.S., & Diniz, M. I. (Orgs.). (2001). *Ler, escrever e resolver problemas*. Porto Alegre: Artmed.
- The Boston Consulting Group. Instituto Ayrton Senna. (2014). *Formação continuada de professores no Brasil: Acelerando o desenvolvimento dos nossos educadores*. São Paulo. Recuperado em 16 agosto, 2014, de <http://educacaoec21.org.br/formacaocontinuada/>
- Van de Walle, J. A. (2009). *Matemática no Ensino Fundamental*. Porto Alegre: Artmed.

*Desempenho de alunos dos anos iniciais do ensino fundamental na resolução de problemas aditivos e 12 multiplicativos*

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 10(23), 133-170.

Vergnaud, G. (1996). A Trama dos Campos Conceituais na Construção do Conhecimento. *Revista do Geempa*, 9-19. Porto Alegre.

Vergnaud, G. (2003). A gênese dos campos conceituais. In E. P. Grossi (Org.), *Porque ainda há quem não aprende? A teoria*. Petrópolis, RJ: Vozes.

Vicente, S., Orrantia, J., & Verschaffel, L. (2008). Influencia del conocimiento matemático y situacional en la resolución de problemas aritméticos verbales. *Infancia y Aprendizaje*, 31(4), 463-483.