



La historia de la matemática en libros de texto para el tercer ciclo de la Educación General Básica en Costa Rica durante 1949-2012

Patricia **Cortés** Campos
Universidad de Costa Rica
Costa Rica

patocc.1990@gmail.com

Noemí **Lezcano** Arias
Universidad de Costa Rica
Costa Rica

noemilezcano@gmail.com

Grettel **Mora** Coto
Universidad de Costa Rica
Costa Rica

grettel19@hotmail.com

Miguel **Picado** Alfaro
Universidad de Costa Rica
Costa Rica

miguepicado@hotmail.com

Resumen

Esta contribución aborda el uso dado a la historia de la matemática en libros de texto de secundaria editados en Costa Rica entre 1949-2012. Se diseña a partir de cinco fases: planteamiento de la investigación, selección de libros de texto y su análisis; luego se discuten y divulgan los resultados. Las fuentes son planes de estudio y libros de texto de matemáticas para primero, segundo y tercer año de secundaria. Estos últimos se han escogido a partir de criterios de selección definidos. Los resultados permiten identificar tendencias en la presentación de conceptos matemáticos, vinculados a la historia de la matemática, que caracterizan su uso en los textos según el área temática y el nivel educativo.

Palabras clave: Análisis de Contenido; Análisis Didáctico; Conceptos matemáticos; Historia de la matemática; Investigación histórica; Libros de texto.

Abstract

This contribution focuses the use of history of mathematics in high school textbooks published between 1949 and 2012 in Costa Rica. It is designed from five phases: research approach, selection and analysis of textbooks, discuss and report the results. Sources are curricula and mathematical textbooks for first, second and third secondary grades. The latter have been selected from defined selection criteria. The results allow identifying trends in the presentation of mathematical concepts related to the history of mathematics. This characterizes the use of history of mathematics in textbooks by subject area and educational level.

Keywords: Content analysis; Didactic analysis; History of mathematics; Historical research; Mathematics textbooks.

Planteamiento de la investigación

Este estudio forma parte de una investigación que aborda el tratamiento dado a la historia de la Matemática en el currículo de matemática y los libros de texto para secundaria¹ en Costa Rica. Se delimita en el periodo comprendido entre la Fundación de la Segunda República en 1949 y la Reforma Curricular implantada por el Ministerio de Educación Pública (MEP) en 2012.

Su objetivo es estudiar la historia de la Matemática como organizador curricular y eje temático y los conceptos matemáticos asociados a la historia en libros de texto para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en secundaria en Costa Rica durante el periodo expuesto. Específicamente, esta contribución describe los contenidos sobre historia de la Matemática presentes en la Normativa Curricular para el Tercer Ciclo de la Educación General Básica (EGB) e identifica y analiza conceptos vinculados a estos aspectos históricos de la Matemática en las fuentes seleccionadas (libros de texto editados en Costa Rica para tercer ciclo de la EGB entre 1949 y 2012).

Antecedentes y Marco Teórico

Desde un marco general, con la historia podemos comprender los orígenes y el desarrollo del conocimiento matemático en la sociedad (Babini y Pastor, 1997; Bell, 1992; Boyer, 2003; Collette, 1973). A través de la historia se pueden seleccionar, analizar e interpretar datos y sucesos relacionados con un concepto matemático específico. En las últimas décadas, se ha otorgado a la historia un papel relevante en la Educación Matemática como una componente curricular que promueve la interdisciplinariedad, la comprensión de las matemáticas como quehacer humano y la motivación durante el aprendizaje (Furinghetti y Somaglia, 1998; Katz, 1997; Maz, Torralbo y Rico, 2006).

Integrar la historia de las Matemáticas en la práctica didáctica, mediante la reproducción de ambientes históricos o la comprensión del origen de los conceptos, es una estrategia metodológica que permite al estudiante entender que los errores, las dudas, la diversidad de enfoques para abordar un problema y las controversias surgidas durante la apropiación de conceptos matemáticos son una parte integral del desarrollo de esta ciencia (Farmaki, Klaudatos y Paschos, 2004). La historia “puede presentarse mediante diversos relatos o materiales

¹ Periodo que abarca las edades entre 12-17 años.

concretos que amenicen la clase, sin perder de vista uno de los propósitos claves de su utilización: evidenciar el gran lazo que por siglos ha unido la matemática con la humanidad” (Picado, 2012, p. 122). El surgimiento de nuevas tendencias en Educación Matemática, favorece la utilización de la historia en esta área y su currículo señalando la contextualización histórica, social, cultural y empírica de la naturaleza de las matemáticas y de su enseñanza para apoyar los procesos cognitivos de los estudiantes, en los que sin duda el profesor y el libro de texto cumplen un papel fundamental.

Sobre los libros de texto y su estudio, González y Sierra (2004) destacan que,

Su función comunicativa y de interpretación , (...) les dotará de un carácter subjetivo tanto desde el punto de vista del autor como del lector; y, (...) su estructura materializada del conocimiento, de un carácter eminentemente objetivo. Esta doble faceta de los libros de texto hace que su estudio aporte gran información tanto acerca de las concepciones en relación con el contenido matemático que desarrollan como acerca del proceso educativo con el que están relacionados (p. 390).

En Costa Rica, los planteamientos sobre la utilización de la historia de las matemáticas son diversos y muchos de ellos son evidentes en los libros de texto. La tabla 1 expone aspectos sobre el uso de la historia de la Matemática explícitos en los documentos curriculares durante 1949-2012.

Tabla 1

Uso de la historia de la Matemática en los programas de estudio de Matemática para primer, segundo y tercer año de la EGB durante 1949-2012.

Directrices curriculares
Etapa 1949-1963
No se registran sugerencias de aspectos vinculados con la historia de la Matemática y su uso en el proceso de enseñanza-aprendizaje
Etapa 1964-1978
Se sugieren “bosquejos” históricos sobre el desarrollo de la Matemática y reseñas históricas sobre antiguas civilizaciones. Se deseaba que los alumnos tengan conocimiento general del desarrollo histórico de la Matemática
Etapa 1979-1994
Se exponen un mayor uso de la historia de la Matemática para la comprensión de los orígenes del conocimiento matemático. Se recomienda iniciar con una reseña histórica sobre la Matemática y sus aplicaciones, plantear diferentes actividades que establezcan una conexión entre la historia y la enseñanza de la Matemática. Entre estas, indagaciones históricas sobre algunos matemáticos, investigaciones sobre el simbolismo algebraico o el término algoritmo, construcción de tablas como la Criba de Eratóstenes, y crear ensayos sobre el origen de conceptos matemáticos o biografías.
Etapa 1995
Se propone “valorar las contribuciones de los antiguos pensadores en el desarrollo de la Matemática” (MEP, 1995, p.3). Se considera la historia como un eje transversal para la enseñanza de esta. Se promueve una visión humanista de la disciplina dentro de una construcción sociocultural del conocimiento, donde se ofrezcan recursos para actuar en el aula y se potencie la valoración de la asignatura (MEP, 2012, p.39). Se proponen estrategias como:
<ul style="list-style-type: none"> • Elaboración de carteles sobre matemáticos o resultados matemáticos. • Proyectos extraclase, como la historia de π, conjetura de Fermat, entre otros. • Recreación dramatizada de alguna discusión matemática.

- Videos de matemáticos.
- Comparar pruebas de resultados de distintas civilizaciones (Teorema de Pitágoras en Euclides o en China).
- Traducción de pasajes de textos matemáticos a lenguaje moderno. (MEP, 2012, pp. 66-67)

Nota. EGB = Educación General Básica.

A partir de la tabla, se reconoce un interés creciente por incorporar la historia de la Matemática en la enseñanza y el aprendizaje. La reciente reforma curricular considera la historia de la Matemática como un eje disciplinar y la describe como recurso metodológico para su enseñanza. La historia proporciona oportunidades didácticas especiales que destacan diversas formas de pensamiento y acción matemática, fortalece la multiculturalidad, las conexiones entre las matemáticas y otras disciplinas, potencia la contextualización activa y sustenta una didáctica relevante. De esta forma, “el uso de la historia de las Matemáticas ofrece oportunidades valiosas para robustecer la herencia cultural de la especie humana, establecer conexión con las humanidades y entrar en contacto con perspectivas filosóficas más generales” (MEP, 2012, p. 18).

Por otro lado Fauvel (1991), Chaves y Salazar (2003), consideran que su incorporación en los libros de texto promueve la motivación, muestra un lado más humano de la disciplina y permite superar obstáculos epistemológicos que presenten los estudiantes. También, genera en el profesor una visión amplia de cómo se desarrollaron los conceptos matemáticos y esto le permite organizar su propio currículo para presentar los contenidos de forma más ordenada.

Las investigaciones basadas en el análisis de libros de texto responden a diversas circunstancias que suceden durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y han tomado el interés de los investigadores en las últimas décadas (Carrillo, 2005; Maz, 2005; Picado, 2012). Estos destacan particularidades conceptuales y didácticas sobre conceptos matemáticos específicos en distintos contextos (Fauvel y Gray, 1991).

Estas consideraciones forman parte de los fundamentos y motivaciones que conducen a estudiar la presencia y el uso dado a la historia de la Matemática en libros de texto en un periodo determinado de la Educación Matemática costarricense.

Diseño y metodología

El estudio se enmarca dentro de las investigaciones cualitativas-descriptivas en historia de la Educación Matemática, basadas en el análisis de libros de texto históricos de matemáticas. Se diseña a partir de cinco fases: planteamiento de la investigación, selección de las fuentes, análisis de las fuentes, discusión y resultados, y comunicación de resultados (Picado, 2012). Se destacan las fases de selección y análisis de las fuentes.

Selección de las fuentes

Las fuentes son libros de texto editados en Costa Rica, durante el periodo 1949-2012, dirigidos a la enseñanza de las matemáticas en el tercer ciclo de la EGB (tres primeros años de secundaria, 12 a 15 años).

Para su selección se han definido criterios, organizados en fases de selección. Primero, criterios mínimos que consideran las diferencias en producción de libros de texto en las primeras etapas y la cuarta etapa. Incluyen: asignatura y población meta, fecha de edición, disponibilidad y representatividad del libro de texto, nivel académico y contenido del texto. La representatividad de las fuentes en el periodo se llevó a cabo a partir de cuatro etapas históricas.

Las etapas se definen a partir de situaciones políticas y educativas en la historia de Costa Rica durante 1949-2012. Estas se han denominado: promulgación constitucional (1949-1963); implementación de las matemáticas modernas (1964-1979); implementación de la conceptualización de los procesos de enseñanza y aprendizaje (1980-1994); y, modernización de conceptualizaciones de los procesos de enseñanza y aprendizaje (1995-2012).

La segunda fase consideró un criterio específico para reducir el número de libros encontrados en la cuarta etapa histórica: editorial. Los libros de texto se han localizado en las bibliotecas de la sede Rodrigo Facio de la Universidad de Costa Rica, bibliotecas públicas, bibliotecas de instituciones educativas de secundaria y bibliotecas personales de los investigadores.

Análisis de las fuentes

Esta fase se llevó a cabo desde el Análisis Didáctico, particularmente del Análisis de Contenido (Picado y Rico, 2011; Picado, Gómez y Rico, 2013). Desde esta perspectiva, el análisis de contenido permite identificar la estructura conceptual, las representaciones y situaciones en que se muestran los conceptos matemáticos. Para esta contribución el análisis enfocarán los conceptos matemáticos relacionados con aspectos históricos presentes en los libros de texto.

Dadas las características del estudio, y considerando la metodología de las investigaciones previas (Picado, 2012), se establecen y adaptan categorías de análisis para caracterizar el contenido de los libros de texto. Estas categorías y unidades de análisis organizan y describen los aspectos históricos vinculados a conceptos matemáticos presentes en cada libro de texto.

Este informe presenta un avance de la caracterización del contenido de los libros de texto. Muestra los resultados sobre las categorías Preliminares (CC-PE) y Conceptos (CC-CP) que forman parte de la categoría sobre el contenido del libro de texto (CC). En preliminares, considera la presencia de datos, pasajes y hechos históricos sobre las matemáticas. La segunda, pretende resaltar aquellos conceptos matemáticos abordados desde la historia de la Matemática a partir de los preliminares (CC-PE).

Discusión y resultados

A continuación, se presentan los datos y resultados del análisis de los libros de texto. La información sobre las categorías se sintetiza en las tablas 2 y 3.

Sobre los preliminares

Curricularmente, durante las tres etapas primeras, la historia de la matemática no constituía un elemento de la enseñanza, dejando de lado su vínculo con la sociedad y el desarrollo humano. La tabla 2 expone estos resultados.

Los resultados evidencian que los libros de texto para primero, segundo y tercer año de secundaria, editados durante 1949-1963, muestran un uso de la historia de la Matemática como componente de la introducción para un capítulo o área temática. La presentación de prólogos es escasa en algunos documentos. Esto podría justificar que no se reconozcan aspectos históricos en estos apartados.

Tabla 2

Preliminares sobre el uso de la historia de la Matemática presente en los libros de texto.

Libro de texto	Prólogos	Introducción de capítulo	Introducción de tema	Impacto social
Etapa I				
Lecciones de Matemáticas para I año		x	x	
Lecciones de Matemáticas para II año				
Matemática para la escuela secundaria		x		
Etapa II				
Curso Moderno de Matemáticas para la Enseñanza Media. Libro Primero	x		x	
Curso Moderno de Matemáticas para la Enseñanza Media. Libro Segundo (primera parte)				
Curso Moderno de Matemáticas para la Enseñanza Media. Libro Tercero Capítulo 2°			x	
Etapa III				
Matemática Activa 7°		x		
Matemática elemental. 8° año		x	x	x
Matemática elemental. 9° año		x	x	
Etapa IV				
Matemática 7°. Enseñanza-aprendizaje		x	x	
Matemáticas 8°		x		
Matemáticas 9°			x	

Nota. Elaboración propia.

Los textos editados en la etapa I muestran un uso discreto de la historia de la Matemática. A partir de 1964 se da un cambio en la enseñanza de la Matemática en las escuelas secundarias costarricenses. Se reestructuran los programas de estudio y se elaboran libros de texto que darán inicio a la Reforma de la Matemática para la Enseñanza Media en Costa Rica. Así, la incorporación de la historia de la Matemática se evidencia en los programas de estudio y en los libros de texto que responden a estos programas. Se destaca el avance progresivo en la incorporación de aspectos históricos al introducir un tema. La figura 1 muestra registros biográficos en la introducción al tema sobre la densidad de los números racionales.

7. DENSIDAD DE LOS NÚMEROS RACIONALES

Zenón de Elea (490-430 a.C.) filósofo y matemático de la antigua Grecia, fue famoso por sus argumentos o paradojas que le llevan incidentalmente a la moderna teoría del infinito. Él afirma que "el mundo del pensamiento es también el mundo del ser; se mezclan las esferas de lo lógico y lo real; las partes pequeñísimas, infinitas en número, de un segmento que se trata de medir o recorrer existen, así en cuanto infinitas, sólo en la mente no en la realidad"



Figura 1. Introducción a tema (Meneses, 1996, p. 198).

Otra unidad de análisis con más representatividad es la introducción a un capítulo o unidad temática. Por ejemplo, en el texto de primer año de la etapa III, se destaca en la introducción de la unidad el “Sistema Internacional de Unidades” subrayando el concepto de medida.

La necesidad de medir ha estado presente en las actividades del hombre en la historia. En la antigüedad, las unidades de medida se referían a dimensiones corporales del hombre. Así los egipcios, utilizaron como unidad de medida la braza, equivalente a la distancia entre los extremos de los dedos medios con los brazos extendidos y el codo, equivalente a la distancia entre el codo y el dedo medio. Los griegos utilizaron el codo olímpico, que mide aproximadamente 463 mm y lo dividen en dos palmos, cada palmo en tres palmas y cada palma en cuatro dedos (p. 135).

Por su parte, los conceptos mencionados en estos preliminares se vinculan a matemáticos representativos del concepto, a sus orígenes y usos en ciertos contextos como el caso de los signos de suma y resta (figura 1).

Sobre la categoría impacto social, los libros de texto analizados muestran que la mayoría de autores no dejaron evidencias textuales —como comentarios u opiniones— acerca del uso y utilidad de la historia de la matemática para aprender esta disciplina.

Sobre los conceptos

En los libros de texto se identifica una variedad de conceptos matemáticos asociados con hechos históricos. La tabla 3 muestra estos conceptos.

Tabla 3

Conceptos vinculados a la historia de la matemática por etapa y nivel académico.

Etapa I	Etapa II	Etapa III	Etapa IV
		Primer año	
Aritmética: Número, número primo, medida, unidades de medida, factor, divisor, multiplicación, operaciones fundamentales.	Aritmética: Cantidad, número, representación numérica, número primo, número racional, razones y proporciones. Operaciones básicas.	Aritmética: Números (rationales e irracionales), número, divisor, múltiplo y factor de un número natural, medida, unidades de medida.	Aritmética: Medida, número (natural, negativo, primo, compuesto, infinito, cero), fracción, densidad, suma, resta, multiplicación, división, potencia, radical, conteo, signo de suma y de resta, exponente (negativo, fraccionario), signo de raíz, raíces cúbicas, fracción, fracción positiva, símbolos de multiplicación y división, conjunto, conjunto infinito, logaritmo, Geometría: triángulo, cuadrado, cuadrilátero, área, círculo, circunferencia, ángulo, recta, rectas paralelas, transversal a dos rectas paralelas Estadística: censo, datos, conteo, inventario.

Segundo año

Etapa I	Etapa II	Etapa III	Etapa IV
<p>Geometría: Recta, Rectas paralelas</p>	<p>Aritmética: Números infinitos, números algebraicos, número π conjunto, conjunto no numerable, infinito, Diagrama de Venn, número, infinito, constante Euleriana,</p> <p>Geometría: área, volumen, y esfera, sistema geométrico, perímetro, línea de Euler, Álgebra: ecuación de Euler, variable Euleriana.</p>	<p>Aritmética: número, (natural, negativo, racional), medida, distancia, suma, multiplicación, división, potencia, número fraccionario positivo y negativo, fracciones, raíz, tabla de multiplicar, sistema de medición.</p> <p>Geometría: área, círculo, triángulo y cuadrado, distancia, recta, área, triángulo, triángulo rectángulo, perímetro, circunferencia, diámetro, cuadrado, círculo, sólidos, cilindro, cubo</p> <p>Álgebra: expresión algebraica, símbolo, ecuación, producto notable.</p> <p>Estadística: conteo</p>	<p>Aritmética: razón, proporción, número (positivo y negativo), notación exponencial Geometría: figuras semejantes, altura de la pirámide, Álgebra: ecuación de primero y segundo grado, sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, símbolo algebraico, Función: incógnita, variable, constante</p>
Tercer año			
<p>Aritmética: número irracional, potencia, suma, radical,</p> <p>Geometría: Triángulo rectángulo, Álgebra: ecuación.</p>	<p>Geometría: Triángulo rectángulo, rectas (paralelas y perpendiculares), ángulo recto, segmentos congruentes, semejanza de triángulos, secante.</p>	<p>Aritmética: número (racional, irracional y real), operaciones básicas, radical, Álgebra: Incógnita, ecuación, expresión algebraica, Función: variable dependiente e independiente</p> <p>Geometría: triángulos pitagóricos, sección cónica, gráfico de funciones, triángulo rectángulo (áureo), coordenadas rectangulares, Trigonometría: razones trigonométricas.</p>	<p>Aritmética: número (natural, impar, entero, π) cifra, sucesor, suma, resta, multiplicación, división, proporción, Álgebra: sistemas de ecuaciones, Geometría: figuras semejantes, rectas paralelas, , segmento, transversal, terna pitagórica, triángulo rectángulo, altura del triángulo sobre la hipotenusa, ángulos agudos, cuadrado, sector parabólico, plano cartesiano, Función: función.</p>

Nota. Elaboración propia

En los textos para primer año, se identifica un aumento en la incorporación de conceptos relacionados a la historia de la Matemática conforme pasan las etapas históricas. Se incorporan conceptos en mayor medida del área de aritmética y geometría. Las etapas III y IV evidencian mayor variedad de conceptos vinculados a la historia de la Matemática, variando en menor medida en otras áreas de la matemática. En funciones, por ejemplo, se menciona los conceptos de variable dependiente e independiente; en álgebra, los conceptos de incógnita, ecuación de primero y segundo grado, sistemas de ecuaciones, sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.

Para segundo año se destaca una mayor variabilidad entre los conceptos vinculados con la historia de la Matemática en las etapas II, III y IV. Entre los conceptos presentados en los libros de texto, se muestra el postulado de las rectas de Euclides (figura 2). La figura 3 presenta el concepto de número negativo.

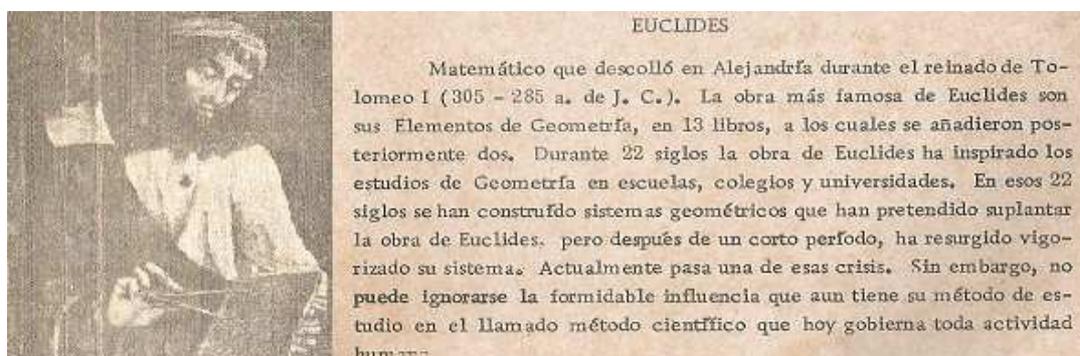


Figura 2. Biografía de Euclides (Alfaro, 1964, p. 164).

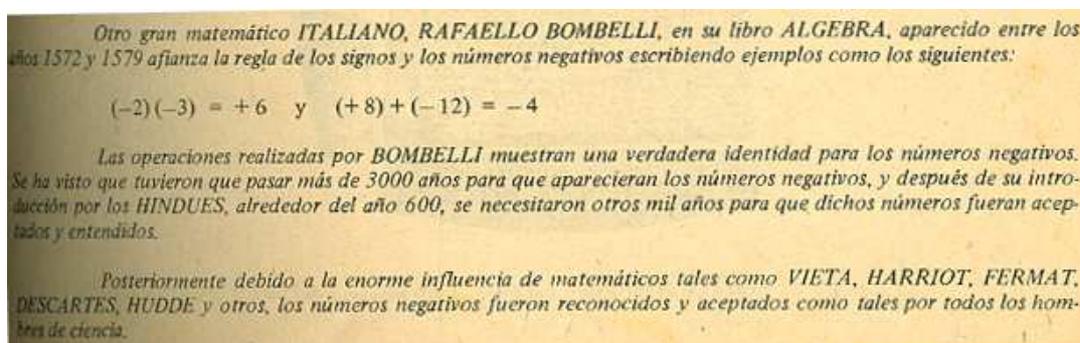


Figura 3. Concepto de número negativo (Barahona y Rodríguez, 1987, p. 47).

La trigonometría y la estadística constituyen las áreas de la matemática con menor presentación de conceptos mediante el uso de la historia. La tabla 4 organizan los conceptos matemáticos con vínculos históricos mostrados en los libros de texto analizados según el área de las matemáticas y el nivel educativo.

Tabla 4

Conceptos matemáticos vinculados a la historia de la Matemática

Primer año	Segundo año	Tercer año
	Aritmética	
Razones y proporciones, Número (primo, natural,	Número, número (natural, negativo, racional, infinito,	Número, operaciones básicas, radical, número racional, irracional

Primer año	Segundo año	Tercer año
racional, irracional, negativo, positivo, fraccionario), unidades de medida, operaciones fundamentales, signo de raíz, raíz cúbica, fracción, divisor múltiplo, factor, medida, conteo, tabla de multiplicar, sistema de medición, raíz, potencia, exponente, positivo y fraccionario, logaritmo.	algebraico, racional, π), conteo, medida, suma, multiplicación, división, potencia, tabla de multiplicar, fracciones, sistema de medición, símbolo, número fraccionario positivo y negativo, ecuación, raíz, constante Euleriana.	y número real. Números (enteros, impar, natural, π), cuadrado, sucesor, resta, suma multiplicación, división, cifra, proporción.
	Álgebra	
	Ecuaciones, expresión algebraica, símbolo, notación exponencial, ecuación de Euler y variable Euleriana.	Incógnita, ecuación de primero y segundo grado, sistemas de ecuaciones, sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, expresión algebraica.
	Geometría	
Triángulo, cuadrado, círculo, circunferencia, ángulo, recta, rectas paralelas, transversal a dos rectas paralelas, cuadrilátero, área.	Rectas paralelas, área, volumen, esfera, distancia, figuras semejantes, sistema geométrico, perímetro, círculo, triángulo y cuadrado, recta, triángulo rectángulo, circunferencia, diámetro, sólidos, cilindro, cubo, altura de la pirámide, línea de Euler.	Triángulo rectángulo, secciones cónicas, altura sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo. Terna pitagórica, rectas (paralelas y perpendiculares), secante, ángulo (recto y agudo), segmentos congruentes, semejanza de triángulos, coordenadas rectangulares, rectas paralelas, segmento, transversal, plano cartesiano.
	Funciones	
	Incógnita, constante, variable.	Incógnita, gráfico de una función, coordenadas rectangulares, variable dependiente e independiente, plano cartesiano.
	Trigonometría	
		Razones trigonométricas
	Estadística y probabilidad	
Censo, datos, conteo, inventario.		

Nota. Elaboración propia.

Como se aprecia, aritmética y geometría presentan en los textos un mayor número de conceptos asociados a la historia. Las áreas de álgebra y funciones presentan esta tendencia (en menor grado) en los niveles en que curricularmente son abordados.

En aritmética, sobresale la presentación de conceptos básicos como número (natural, entero, racional, irracional, primo, negativo, positivo, algebraico) y medida. También, el uso de la historia enmarca los sistemas de numeración, las razones y proporciones, y las operaciones

básicas. En geometría, la presentación de conceptos mediante aspectos históricos destaca los aportes de matemáticos ilustres. Por ejemplo, el concepto de triángulo rectángulo se asocia a Pitágoras y las razones y proporciones a Thales de Mileto. Por su parte, la presentación de la recta se vincula a Euclides, Möbius y Eratóstenes. Este último resalta con los conceptos de circunferencia, rectas paralelas y transversales.

Conclusiones

Los contenidos de aritmética y geometría en los libros de texto muestran una tendencia predominante en cuanto al uso de elementos históricos para presentar los conceptos. Generalmente, esta incluye referencias históricas sobre el concepto, su origen y desarrollo, o sobre algún matemático reconocido al que se vincula con el concepto.

Los programas de estudio de matemáticas de la etapa I carecen de indicaciones sobre el uso de la historia de la Matemática en su enseñanza y su aprendizaje. Sin embargo, se reconocen en los libros de texto de esta etapa algunos elementos históricos al presentar determinados conceptos. Esto concuerda con la especificidad curricular reconocida a los manuales escolares y libros de texto con relación a los programas o planes de estudio.

Contrariamente, los programas de estudios de la segunda etapa sugieren realizar bosquejos y reseñas históricas sobre las matemáticas. No obstante, su presencia en los libros de texto analizados es escasa.

El incremento de las directrices curriculares sobre el uso que se debe dar a la historia de la matemática durante su enseñanza se acentúa a partir de 1980. Los libros analizados registran este uso mediante la exposición de elementos históricos en la introducción de capítulos o unidades temáticas, el desarrollo de algunos conceptos matemáticos y la presentación de su utilidad en distintas esferas sociales.

Durante la etapa IV, se identifica un uso mayor de la historia de la matemática, tanto en las propuestas curriculares como en los libros de texto. La presentación de variados elementos históricos para desarrollar las diferentes unidades temáticas sustenta esta afirmación.

El uso de la historia para presentar determinados conceptos matemáticos, en los libros de texto en Costa Rica durante 1949-2012, se caracteriza según el área de las matemáticas y el nivel educativo. Su presencia en los libros de texto, en este periodo, ha sido constante a pesar de los vacíos curriculares para su utilización en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en determinados momentos.

Prospectiva

Esta investigación pretende describir la incidencia de las directrices curriculares sobre el uso de la historia de la matemática en los libros de texto en el periodo descrito. El estudio continuará con la caracterización de las formas utilizadas para representar los conceptos matemáticos asociados a elementos históricos, los diferentes contextos que muestran su utilidad y los tipos de tareas matemáticas que incorporan estos elementos. Esto desde la perspectiva del Análisis Didáctico.

Referencias

Alfaro, B. (1965). *Curso Moderno de Matemáticas para la Enseñanza Media Segundo Libro. Primera Parte*. Costa Rica: BAS.

- Babini, J. y Pastor, J. (1997). *Historia de la Matemática*. Barcelona, España: Gedisa.
- Barahona, M. y Rodríguez, P. (1987). *Matemática Elemental 8° año*. San José, Costa Rica: Alma Mater.
- Bell, E. T. (1992). *Historia de las matemáticas* (R. Ortiz, Trad.). México DF, México: Fondo de Cultura Económica.
- Boyer, C. (2003). *Historia de la matemática*. Madrid, España: Alianza.
- Carrillo, D. (2005). *La metodología de la aritmética en los comienzos de las Escuelas Normales (1838-1868) y sus antecedentes*. Murcia, España: Universidad de Murcia.
- Chaves, E y Salazar, J. (2003). *La historia de la matemática como recurso metodológico en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la matemática*. Recuperado de <http://cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/eudoxus/article/download/109/102>
- Collette, J. P. (1973). *Historia de las matemáticas*. México DF, México: Romont.
- Farmaki, V., Klaudatos, N., & Paschos, T. (2004). Integrating the history of mathematics in educational praxis. An Euclidean geometry approach to the solution of motion problems. En M. J. Høines, & A. B. Fuglestad (Eds.), *PME*, 28(3), 505-512. Bergen, Noruega: PME.
- Fauvel, J. (1991) Using history in mathematics education. *For the learning of mathematics*, 11(2), 13-16.
- Fauvel, J. y Gray, J. (1991). *The history of mathematics: a reader*. Hong Kong, China: Macmillan Press-The Open University.
- Furinghetti, F., & Somaglia, A. (1998). History of mathematics in school across disciplines. *Mathematics in School*, 24(4), 48-51.
- González, M y Sierra, M. (2004). *Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas. Los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el Siglo XX*. Recuperado de <http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/download/21990/21824>
- Katz, V. (1997). Some ideas on the use of history in the teaching of mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 17(1), 62-63.
- Maz, A. (2005). *Los números negativos en España en los siglos XVIII y XIX* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, España.
- Maz, A., Torralbo, M., & Rico, L. (2006). *José Mariano Vallejo, el matemático ilustrado: una mirada desde la educación matemática*. Córdoba, España: Universidad de Córdoba.
- Meneses, R. (1996). *Matemática 7° Enseñanza-aprendizaje*. San José, Costa Rica: Norma.
- Ministerio de Educación Pública. (1995). Programa de Estudios: Matemática III Ciclo. San José, Costa Rica: Autor.
- Ministerio de Educación Pública. (2012). *Programas de Estudio de Matemática*. San José, Costa Rica: Autor.
- Picado, M. (2012). *El Sistema Métrico Decimal en libros de texto de matemáticas en España durante la segunda mitad del siglo XIX (1849-1892)* (Tesis Doctoral). Universidad de Granada, España.
- Picado, M., Gómez, B. y Rico, L. (2013). El análisis didáctico en el estudio del sistema métrico decimal en un libro de texto histórico de matemáticas. En L. Rico, J. L. Lupiáñez, & M. Molina (Eds), *Análisis Didáctico en Educación Matemática. Metodología de investigación, Formación de Profesores e innovación curricular* (pp. 403-414). Granada, España: Comares.
- Picado, M. y Rico, L. (2011). Análisis de contenido en textos históricos de matemáticas. *PNA*, 6(1), 11-27.