



Equações de 1º grau: análise de um material de estudo sob o olhar do Enfoque Ontosemiótico

Andrielly Viana **Lemos**
Universidade Luterana do Brasil
Brasil
andriellyemos@gmail.com

Carmen Teresa **Kaiber**
Universidade Luterana do Brasil
Brasil
carmen_kaiber@hotmail.com

Resumo

Este artigo apresenta uma análise de um material de estudo sobre o conteúdo Equações de 1º grau, produzido no âmbito de uma pesquisa em nível de mestrado, que buscou investigar em que medida uma Sequência Didática Eletrônica, com o tema Equações de 1º grau, disponível no Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA), favorece a recuperação de conteúdos para alunos do 7º ano do Ensino Fundamental. A análise produzida tem como aporte teórico o Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática (EOS) desenvolvido por Godino e colaboradores (2002, 2008, 2010, 2011, 2012). Especificamente neste artigo será destacada a ferramenta de análise epistêmica (FAE) que trata da representatividade dos significados institucionais implementados ou pretendidos em torno de um objeto matemático, neste caso, as Equações de 1º grau. A análise realizada aponta que as situações propostas podem ser melhoradas no sentido de possibilitar estabelecer mais relações entre os objetos matemáticos envolvidos, assim como explorar mais os aspectos de generalização e particularização a partir das situações dadas.

Palavras chave: equações de 1º grau, enfoque ontosemiótico, ferramenta de análise epistêmica (FAE), situações problemas, sequência didática.

Introdução

As equações desempenham um papel importante na Matemática e em muitas de suas aplicações, de maneira que o aprendizado da resolução de equações se constitui em elemento essencial no estudo da Álgebra (Melara & Souza, 2008). Os autores ponderam, ainda, que as Equações de 1º grau se constituem em um conteúdo abrangente, que se apresenta em vários momentos da vida estudantil, não só na Matemática, mas em outras áreas.

Outro aspecto a ser ressaltado sobre este conteúdo é que o mesmo se constitui em conteúdo no qual os alunos apresentam dificuldades de aprendizagem. Estas dificuldades, não se restringem somente ao processo de resolução das equações, encontrando-se, também, na compreensão do conceito de igualdade, assim como, na ambientação dos estudantes em trabalharem com letras, no caso, incógnitas, característica esta da transição do pensamento aritmético para o algébrico (Lins & Gimenez, 1997; Silva & Costa, 2010; Freitas, 2002).

Neste contexto, Lins e Gimenez (1997) ressaltam que deve-se propor, aos alunos, sequências didáticas, nas quais devem ser tratados todos os aspectos relevantes sobre um determinado tema. Particularmente, no caso das equações, devem ser considerados os conceitos de equação e de incógnita, o significado do sinal de igualdade ($=$), a “homogeneidade” da equação e os aspectos ligados a problemas contextualizados.

Diante da pertinência de se discutir aspectos e estratégias para o ensino Equações de 1º grau, buscou-se investigar questões didáticas e epistemológicas referentes ao seu processo de ensino e aprendizagem, com a intenção de produzir uma Sequência Didática Eletrônica sobre o tema que possibilitasse aos alunos uma retomada de conceitos e procedimentos. A Sequência Didática Eletrônica desenvolvida fez parte de uma pesquisa de mestrado (Lemos, 2013), realizada no âmbito do Observatório da Educação do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – PPGECIM/ULBRA, que objetivou investigar em que medida uma Sequência Didática Eletrônica, com o tema equações de 1º grau, favorece a recuperação de conteúdos para alunos do 7º ano do Ensino Fundamental. A Sequência Didática Eletrônica é constituída por materiais de estudo, atividades no *software* JClíc e Scratch, atividades *online*, objetos de aprendizagem, vídeos, entre outros recursos, em torno de seis conceitos principais, sendo eles: expressões algébricas, igualdade e equivalência, conceito e resolução de Equação e Situações Problemas.

Para a constituição e construção da Sequência Didática Eletrônica, buscou-se apoio no Design Instrucional o qual, segundo Filatro (2009), consiste em uma ação intencional e sistemática de ensino que envolve o planejamento, o desenvolvimento e a aplicação de métodos, técnicas, atividades, materiais, eventos e produtos educacionais em situações didáticas com a finalidade de promover a aprendizagem, destacando que o Design Instrucional “[...] é um processo (conjunto de atividades) de identificar um problema (uma necessidade) de aprendizagem e desenhar, implementar e avaliar uma solução para esse problema.” (Filatro, 2009, p.3). Ainda, de acordo com a autora, um projeto de design instrucional deve estar sempre em um processo de avaliação, realizando revisões do mesmo, para refletir sobre a eficácia e eficiência das estratégias adotadas e implementadas.

Na investigação realizada por Lemos (2013) em que a Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau, foi desenvolvida e aplicada junto a estudantes do 7º ano de uma escola pública, o objetivo de promover uma recuperação de conteúdos para alunos que apresentassem dificuldades no tema foi alcançado e os resultados obtidos foram considerados satisfatórios uma

vez que o trabalho desenvolvido possibilitou aos estudantes superar dificuldades referentes a conceitos e procedimentos em torno das Equações de 1º grau.

Por se considerar pertinente disponibilizar o material produzido para ser utilizado por outros professores e estudantes, sentiu-se a necessidade de proceder uma avaliação do mesmo. Para essa avaliação, encontrou-se nos construtos teóricos propostos pelo Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática (EOS), desenvolvido por Godino e colaboradores¹, um aporte que se julgou adequado, tendo em vista que este enfoque abrange dimensões de análise tanto para a constituição como para a avaliação de um processo de ensino e aprendizagem.

Assim, considerando a pertinência e o interesse em avaliar a Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau desenvolvida, apresenta-se, neste artigo, uma análise de um dos materiais de estudo produzidos para a Sequência Didática Eletrônica.

O Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática (EOS): aspectos teóricos e ferramentas de análise

O Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática (EOS) visa integrar marcos teóricos já utilizados em investigações na Educação Matemática, com a intenção de construir um enfoque que articule o conhecimento matemático e a instrução matemática, com pressupostos antropológicos e socioculturais, um modelo cognitivo, embasado na semiótica, e um modelo instrucional com bases sócio-construtivistas para o estudo do processo de ensino e aprendizagem (Godino, Batanero & Font, 2008).

Ainda, segundo os autores, o EOS tem como foco a formulação de uma ontologia de objetos matemáticos que contemple o triplo aspecto da Matemática: como atividade socialmente compartilhada de resolução de problemas, como linguagem simbólica e sistema conceitual logicamente organizado. De acordo com os autores, tomando como noção primitiva a de situação-problemática, definem-se os conceitos teóricos de prática, objeto (pessoal e institucional) e significado, com a finalidade de tornar evidente e operativo, por um lado, o triplo caráter da Matemática mencionado, e, por outro, a gênese pessoal e institucional do conhecimento matemático, assim como sua interdependência.

Assim, segundo Godino (2012) o conjunto de noções teóricas que compõem atualmente o EOS é classificado em cinco grupos, sendo eles: **Sistema de Práticas, Configuração de Objetos e Processos Matemáticos, Configuração Didática, Dimensão Normativa e Idoneidade Didática**. O autor destaca que cada um destes grupos, permite um nível de análise do processo de ensino e aprendizagem de tópicos específicos de Matemática. No quadro da Figura 1, apresenta-se uma síntese destes cinco níveis de análises tomada de Andrade (2014).

Níveis de Análise Didática	Características
Sistemas de Práticas	Planificação e implementação de um processo de estudo de uma noção, conceito ou conteúdo matemático, bem como as práticas relacionadas a esse processo.
Configurações de Objetos e Processos	Centrado nos objetos matemáticos e nos processos que intervêm na realização das práticas e o que emerge delas. Tem a finalidade de descrever a complexidade das práticas como fator explicativo dos

¹ GODINO e BATANERO, 1994; GODINO, CONTRERAS e FONT, 2006; D'AMORE, FONT e GODINO, 2007; GODINO e FONT, 2007; GODINO, FONT e WILHELMI, 2007; GODINO, BATANERO E FONT, 2008; GODINO, 2002, 2012.

	conflitos semióticos produzidos em sua realização.
Configurações Didáticas	Considera as interações entre professor e estudantes. Objetiva a identificação e descrição das interações, relacionando-as com a aprendizagem dos estudantes (trajetória cognitiva).
Dimensões Normativas	Referem-se ao sistema de normas referentes a convenções, hábitos, costumes, leis, diretrizes curriculares que regulam o processo de ensino e aprendizagem e que condicionam as configurações e trajetórias didáticas.
Idoneidade Didática	Necessita da reconstrução de um significado de referência para os objetos matemáticos e didáticos pretendidos. Essa noção é desdobrada em seis dimensões, devendo ser tomados como referência, resultados de investigações didáticas relativas às diferentes dimensões que compõem esse nível.

Figura 1. Quadro síntese dos níveis de análises.

Fonte: Andrade (2014, p.28).

Godino, Batanero e Font (2008, p. 26) destacam que os quatro primeiros níveis de análise, são ferramentas para uma didática descritiva-explicativa, ou seja, servem para compreender e responder à pergunta “o que está acontecendo aqui e por quê?” Ponderam, porém, que a Didática da Matemática não deveria limitar-se a uma mera descrição que deixa tudo como estava, mas aspirar à melhora do funcionamento dos processos de estudo. Assim, são necessários critérios de adequação que permitam avaliar os processos de ensino efetivamente realizados, a fim de orientar sua melhora, sendo o objetivo do último nível.

Godino (2011, p. 05) considera que “A noção pode servir como um ponto de partida para uma teoria do design instrucional que leve em consideração, de forma sistêmica, as dimensões epistêmica-ecológica, cognitiva-afetiva, interacional-mediacional envolvidas em processos de estudo de áreas curriculares específicas”.

No que segue serão discutidos aspectos em torno da Idoneidade Didática, mas especificamente a Idoneidade Epistêmica, tendo em vista, que a análise produzida está focada nesta dimensão.

Idoneidade Didática

Godino (2012) aponta que a Idoneidade Didática pode ser utilizada como um critério geral de pertinência e relevância das ações dos educadores, do conhecimento posto em jogo, dos recursos utilizados em um processo de estudo matemático, servindo como uma ferramenta para a análise e reflexão sistemática que fornece critérios para a melhoria progressiva do processo de ensino e aprendizagem.

Para Godino, Contreras e Font (2006), a Idoneidade Didática de um processo de instrução se define como a articulação coerente e sistêmica de seis dimensões relacionadas entre si e destacados no que segue:

- **idoneidade epistêmica:** se refere ao grau de representatividade dos significados institucionais implementados ou pretendidos, com relação a um significado de referência. Por exemplo, o ensino da adição nos anos iniciais pode ser limitado à aprendizagem de rotinas e exercícios de aplicação de algoritmos (baixa adequação), ou considerar os diferentes tipos de situações aditivas e incluir a justificção dos algoritmos (alta adequação);

- **idoneidade cognitiva:** expressa o grau em que os significados pretendidos ou implementados estão na área de desenvolvimento potencial dos alunos, assim como o grau de proximidade entre os significados pessoais atingidos e os significados pretendidos/implementados. No caso do ensino da adição, um processo de ensino e aprendizagem com um alto grau de idoneidade cognitiva seria alcançado através do estudo das operações aritméticas com números de três ou mais algarismos, de forma que o professor realizasse uma avaliação inicial para saber se a maioria dos alunos dominam as operações com números de um e dois algarismos e, caso contrário, iniciasse o processo de instrução trabalhando com estes números;
- **idoneidade interacional:** ocorre quando as configurações e trajetórias didáticas permitem, por um lado, identificar conflitos semióticos potenciais e, por outro lado, resolver os conflitos que são produzidos durante o processo de ensino;
- **idoneidade mediacional:** refere-se ao grau de disponibilidade e adequação dos recursos necessários para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem;
- **idoneidade emocional:** refere-se ao grau de envolvimento dos alunos no processo de ensino. Está relacionada com fatores de dependem da instituição como com fatores que dependem do aluno e da sua história escolar prévia;
- **idoneidade ecológica:** refere-se ao grau em que o processo de estudo se ajusta ao projeto educacional, a escola, a sociedade e ao ambiente em que se desenvolve.

Os autores ressaltam que a idoneidade de uma dimensão não garante a idoneidade global do processo de ensino e aprendizagem, e que essas dimensões são úteis para análise de projetos e experiências de ensino, onde os distintos elementos podem interagir entre si, evidenciando assim, a complexidade do processo de ensino e aprendizagem.

Neste artigo será apresentada a análise realizada em um material de estudo da Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau tomando como referência a dimensão epistêmica, sendo utilizados os componentes e indicadores propostos por Godino (2011), Godino, Rivas e Arteaga (2012), situações-problema, linguagem, regras, argumentos, relações, e denominados por Andrade (2014) como “Ferramenta de Análise Epistêmica (FAE)”, conforme apresentado no quadro da Figura 2.

Componentes	Indicadores
Situações-problema	a) apresenta-se uma mostra representativa e articulada de situações de contextualização, exercícios e aplicações; b) propõem-se situações de generalização de problemas (problematização).
Linguagem	a) uso de diferentes modos de expressão matemática (verbal, gráfica, simbólica), tradução e conversão entre as mesmas; b) nível de linguagem adequado aos estudantes; c) propor situações de expressão matemática e interpretação.
Regras (definições, proposições, procedimentos)	a) as definições e procedimentos são claros e corretos e estão adaptados ao nível educativo a que se dirigem; b) apresentam-se enunciados e procedimentos fundamentais do tema para o nível educativo dado; c) propõem-se situações onde os estudantes tenham que generalizar ou negociar definições, proposições ou procedimentos.
Argumentos	a) as explicações, comprovações e demonstrações são adequadas ao nível educativo a que se dirigem; b) promovem-se situações onde os estudantes tenham que argumentar.

Relações	a) os objetos matemáticos (problemas, definições, proposições) se relacionam e se conectam entre si.
-----------------	--

Figura 2. Ferramenta de Análise Epistêmica (FAE).

Fonte: Godino (2011, p.8); Andrade (2014, p.103).

Aspectos metodológicos da análise produzida

O material de estudo que será apresentado neste artigo faz parte de uma Sequência Didática Eletrônica constituída, pelas autoras, com o objetivo de retomar conceitos e procedimentos relativos a Equações de 1º grau para alunos que apresentem dificuldades no tema. A análise aqui realizada visa identificar as potencialidades e limitações deste material de estudo, frente aos componentes e indicadores propostos pelo EOS para a idoneidade didática, buscando realizar uma avaliação do material produzido (Filatro, 2009), a fim de possibilitar uma reflexão sistemática para a adequação e melhoria deste material de estudo. Como já apontado, neste artigo, serão destacados os aspectos referentes à dimensão epistêmica da idoneidade didática (Godino, 2011), utilizando a Ferramenta de Análise Epistêmica (FAE) (Andrade, 2014), destacada na Figura 2.

Considera-se pertinente utilizar esta ferramenta de análise, pois conforme destaca Godino (2011), a noção de idoneidade didática pode ser utilizada na análise de um processo de estudo pontual implementado, no planejamento e desenvolvimento de uma unidade didática, ou ainda de maneira mais global, no desenvolvimento de um curso ou currículo. Também, pode ser útil, para analisar aspectos parciais de um processo de estudo, como materiais didáticos, respostas de estudantes para uma tarefa específica e incidentes didáticos pontuais.

Neste contexto, selecionou-se um material de estudo da Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau que se refere aos processos de resolução das Equações de 1º grau, no qual são apresentadas duas situações e, a partir destas, são discutidos os conceitos e procedimentos envolvidos, a fim de resolver as situações propostas. A análise deste material será realizada a partir da apresentação das telas do material de estudo e, posteriormente, serão discutidos os componentes e indicadores da idoneidade epistêmica, através da Ferramenta de Análise (FAE).

Apresentação e discussão da análise produzida

A construção do material de estudo baseou-se nas indicações de Alcalá (2002), o qual pondera que se deve trabalhar com problemas no estudo de equações de 1º grau e que o grau de complexidade destes seja crescente. No que segue, apresentam-se, na Figura 3, as telas da primeira situação apresentada no referido material.

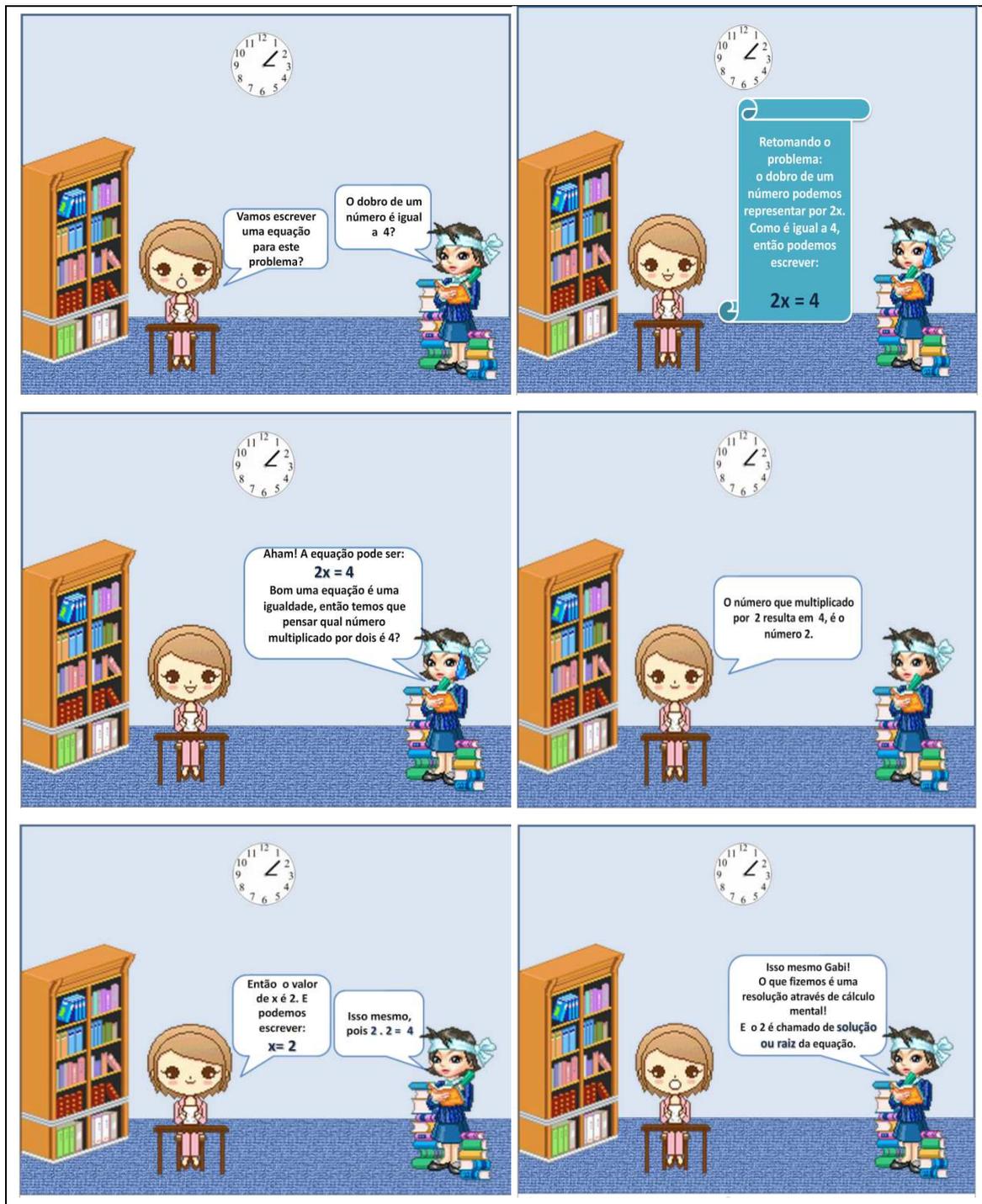


Figura 3. Situação 1 do material de estudo.

Fonte: Lemos (2013).

No material, inicialmente, é apresentada a situação “o dobro de um número é igual a 4” sendo realizada a representação algébrica da expressão que estava em língua natural e, em

seguida, é discutida a resolução da questão. A seguir apresenta-se no quadro da Figura 4, a análise da situação 1 (figura 3), a partir dos componentes e indicadores propostos pela FAE.

Componentes	Análise
Situações-problema	Considera-se que a situação proposta tem um caráter procedimental, não configurando uma situação de contextualização ou aplicação. As discussões realizadas possibilitam uma particularização, quando é realizado o questionamento “ qual é o número que multiplicado por 2 resulta em 4”.
Linguagem	A situação apresenta dois modos de expressão matemática, uma na linguagem natural e a outra algébrica, é realizada uma conversão entre elas, embora considera-se que esta, seja uma simples codificação.
Regras	As definições, enunciados e procedimentos são apresentados de forma clara e adequada ao nível de educativo dos estudantes, no caso 7º ano do Ensino Fundamental.
Argumentações	Considera-se que ao longo da situação são apresentadas explicações, comprovações e justificativas das resoluções.
Relações	Entende-se que a situação proposta apresenta poucas relações entre os objetos matemáticos. Percebe-se a presença de relações no final do processo de resolução, onde é retomado o método utilizado e a solução encontrada.

Figura 4. Análise da situação 1 através da FAE

Fonte: Autoras.

A partir da análise dos componentes e indicadores considerando a FAE, observa-se que a situação proposta não contempla satisfatoriamente todos os indicadores. Considera-se que, para uma maior adequação desta situação, fossem explorados outros tipos de representações, assim como, a situação poderia ser melhor contextualizada, porém trabalhando no mesmo nível de complexidade, uma vez que, neste momento do estudo, a proposta é iniciar com situações simples, onde as resoluções fossem realizadas de maneira mais intuitiva e através de relações já estabelecidas.

Na Figura 5, destacam-se as telas da segunda situação apresentada no material de estudo.

Leonardo economizou sua mesada por um ano, pois queria comprar uma bicicleta e um par de roller. O preço dos produtos é dado da seguinte forma: a soma do dobro do preço do roller com o preço da bicicleta é de R\$ 734,00. Sabendo que a bicicleta custou R\$ 426,00, qual o preço do par de roller?

Vamos usar a letra **x** para representar o preço do par de roller.
x ⇔ preço do par de roller
2x ⇔ dobro do preço do par de roller
R\$ 426,00 ⇔ preço da bicicleta

Retomando o problema:
 dobro do preço do par de roller mais preço da bicicleta é igual a R\$ 734,00
 $2x$ + 426 = 734

Assim temos a equação:
 $2x + 426 = 734$

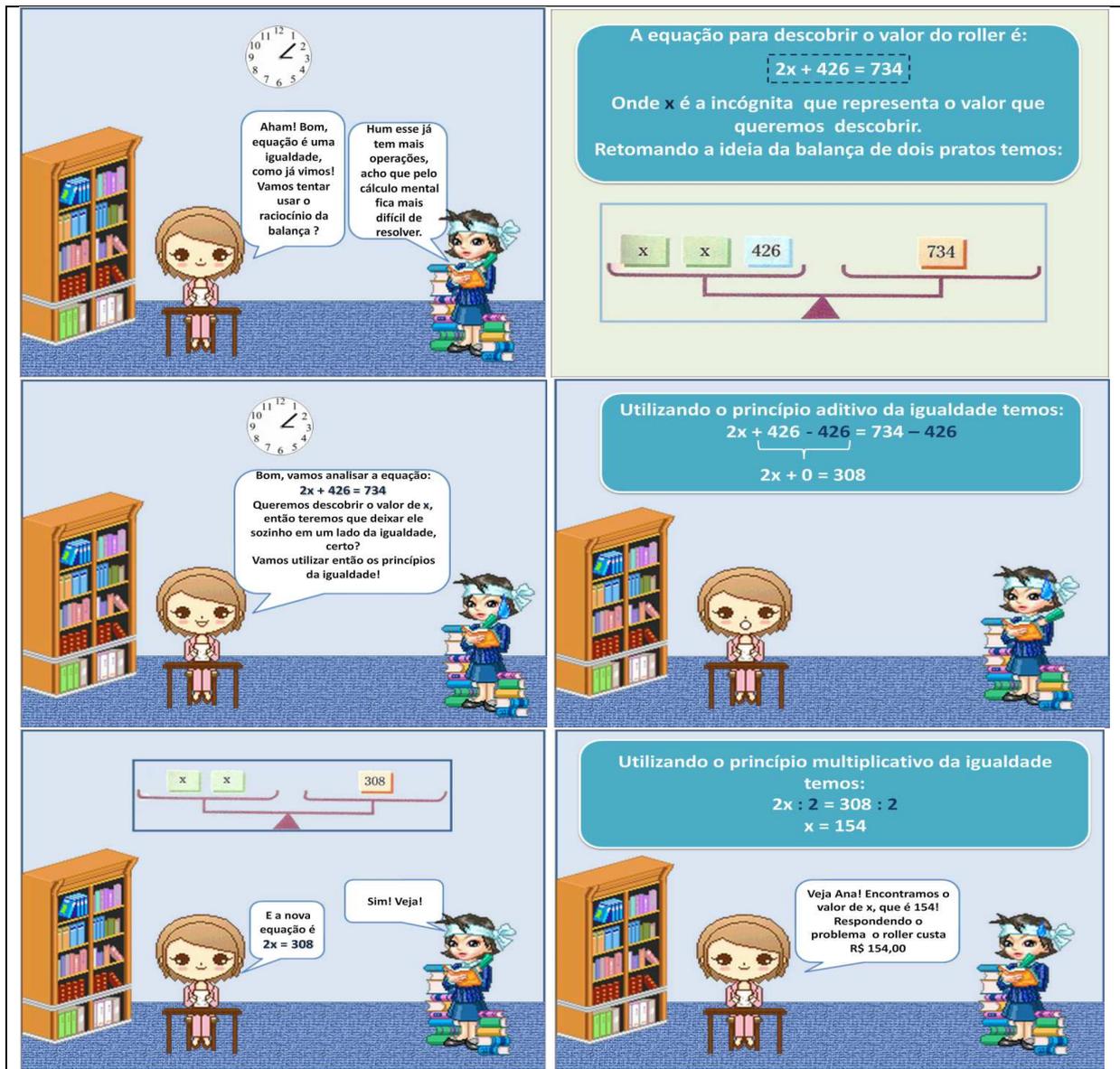


Figura 5. Situação 2 do material de estudo.

Fonte: Lemos (2013).

A segunda situação proposta está centrada na descoberta do valor (preço) do roller que Leonardo quer comprar. A partir da situação, expressa em língua natural, é destacada a equação correspondente sendo a mesma resolvida considerando a utilização do princípio da igualdade por meio da analogia à balança de dois pratos. O quadro da Figura 6 apresenta a análise da situação 2 (figura 5), a partir dos componentes e indicadores propostos pela FAE.

Componentes	Análise x indicadores
Situações-problema	Considera-se que a situação proposta tem um caráter de contextualização ou aplicação do objeto matemático em estudo. As discussões em torno da utilização dos princípios de igualdade para a resolução da equação correspondente ao problema, encaminham para uma generalização sobre a possibilidade de utilizar estes para a resolução de qualquer equação.
Linguagem	A situação apresenta diferentes modos de expressão matemática (linguagem natural, algébrica e gráfica). Para a resolução da situação são realizadas conversões, tanto da língua natural para algébrica, como para a simbólica através da analogia a balança de dois pratos. Considera-se que a situação possibilita a interpretação de expressão matemática para o encaminhamento da solução.
Regras	As definições, enunciados e procedimentos são apresentados de forma clara e adequada ao nível de educativo dos estudantes, no caso 7º ano do Ensino Fundamental.
Argumentações	Considera-se que ao longo da situação são apresentadas as explicações, comprovações e justificativas pertinentes para a solução do problema proposto.
Relações	Entende-se que a situação proposta apresenta relações entre os objetos matemáticos, principalmente na analogia a balança de dois pratos e os princípios de igualdade.

Figura 6. Análise da situação 2 através da FAE.

Fonte: Autoras.

Observa-se a partir da análise dos componentes e indicadores da FAE, que a situação dois está em consonância com a maioria dos indicadores, já que é proposto um problema onde, para sua solução, são apresentados diferentes tipos de representações e os conceitos, procedimentos e definições estão articulados com estas representações, a fim de possibilitar que sejam estabelecidas relações entre a compreensão do objeto matemático envolvido, no caso as equações de 1º grau, e os procedimentos e conceitos envolvidos no seu processo de resolução.

A partir da análise das duas situações propostas no material de estudo considera-se que estas devem se completar, no sentido de compor um conjunto de situações que contemplem os conceitos, definições e procedimentos pertinentes de serem discutidos no âmbito do estudo da resolução de equações de 1º grau, conforme indicado por Alcalá (2002) quando refere-se a trabalhar com problemas de complexidade distintas. As situações propostas podem ser melhoradas no sentido de possibilitar estabelecer mais relações entre os objetos matemáticos envolvidos, assim como explorar mais os aspectos de generalização e particularização a partir das situações dadas.

Considerações Finais

Conforme destacado, na investigação realizada por Lemos (2013), foi desenvolvida a Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau, com o objetivo de promover uma recuperação de conteúdos para alunos que apresentassem dificuldades no tema. Os resultados obtidos nessa investigação, junto a estudantes do 7º ano de uma escola pública, foram considerados satisfatórios e atingiram os objetivos propostos, particularmente o principal deles, de possibilitar aos estudantes superação das dificuldades referentes a conceitos e procedimentos em torno das Equações de 1º grau.

Por se considerar pertinente disponibilizar o material produzido sentiu-se a necessidade de proceder uma avaliação do mesmo. Para essa avaliação, encontrou-se nos construtos teóricos e nos níveis de análises didáticas propostas pelo Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática (EOS) um aporte que julgou-se adequado, uma vez que este enfoque abrange ferramentas teóricas tanto para a constituição como para a análise de um processo de ensino e aprendizagem. Além disso, o EOS discute e aproxima questões referentes ao próprio conhecimento matemático, como também, a instrução matemática, ampliando a visão e o conceito do objeto matemático, atribuindo significados pessoais e institucionais, assim como, a pertinência e relevância das ações realizadas, dos conhecimentos apresentados e dos recursos utilizados em um processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Neste artigo foi apresentada uma análise referente à dimensão epistêmica de um dos materiais de estudos produzidos no âmbito do desenvolvimento de uma Sequência Didática Eletrônica sobre Equações do 1º grau. Destaca-se que está em andamento uma análise completa do material sob todas as dimensões da idoneidade didática. A análise produzida considerando a Ferramenta de Análise Epistêmica (FAE) permitiu perceber que as situações propostas no material, atendem as indicações apontadas no referencial teórico utilizado, porém sob a perspectiva do EOS, as situações poderiam ser aprimoradas no sentido de explorar mais as relações entre os objetos matemáticos envolvidos, assim como propor situações que oportunizem a generalização e particularização.

Destaca-se, também, que os resultados da investigação conduzida por Lemos (2013), aliadas a análise dos materiais de estudos da Sequência Didática sob a perspectiva do EOS originaram uma investigação em torno do desenvolvimento de uma proposta de recuperação conteúdos constituída a partir de um grupo colaborativo de professores considerando os aportes do enfoque. Nessa investigação as ferramentas de análise estão sendo utilizadas com o objetivo de discutir, analisar e construir de forma conjunta estratégias para a viabilização de uma proposta de recuperação no âmbito da Matemática, o que destaca o potencial do enfoque como aporte teórico e metodológico para o trabalho com a Matemática.

Referências e bibliografia

- Alcalá, M. (2002). *La construcción del lenguaje matemático* (1ª ed.). Barcelona: Biblioteca Uno.
- Andrade, L. (2014). *Currículos de Matemática no Ensino Médio: um olhar sob a perspectiva do Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática* (Tese de Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Luterana do Brasil, Canoas.
- Filatro, A. (2009). *Design Instrucional na prática*. São Paulo: Pearson Education do Brasil.
- Freitas, M. A. (2002). *Equação do 1º grau: métodos de resolução e análise de erros no ensino médio* (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.
- Godino, J. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches em Didactiques des Mathematiques*, 22(2/3), 237-284. Grenoble, França.
- Godino, J. (2006). *Origen y aportaciones de la perspectiva Ontosemiótica de investigación em didáctica de la Matemática*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Disponível em: http://www.ugr.es/~jgodino/eos/origen_EOS_Baeza_2012.pdf Acesso em: 15/9/2013.
- Godino, J. (2011). Indicadores de la idoneidade didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. In *XIII CIAEM – IACME, 2011, Recife, Brasil. Anais*. Disponível em: <http://www.ugr.es/~jgodino/eos/jdgodino_indicadores_idoneidad.pdf>. Acesso em: 10/03/2014.

- Godino, J. (2012). Origen y aportaciones de La perspectiva ontosemiótica de investigación em Didáctica de la Matemática. In A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García, & L. Ordóñez (Orgs.), *Investigación em Educación Matemática* (pp. 49-68). XVI. Jaén: SEIEM. Disponível em: <http://www.ugr.es/~jgodino/eos/origen_EOS_Baeza_2012.pdf>. Acesso em: 23/09/2014.
- Godino, J., Font, V., & Wilhelmi, M. R. (2006). *Análisis didáctico de procesos de estudio matemático basado en el enfoque ontosemiótico*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Disponível <http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/niveles%20 analisis%20 didactico%20 Julio08.pdf>. Acesso em 17/9/2014.
- Godino, J., Contreras, Á., & Font, V. (2006). *Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Disponível em: <http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/ analisis_procesos_instruccion.pdf>. Acesso em 17/9/2013.
- Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2008). Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução matemática. *Acta Scientiae - Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 10(2), 7- 37.
- Godino, J., Rivas, H., & Arteaga, P. (2012). Inferencia de indicadores de idoneidad didáctica a partir de orientaciones curriculares. *Práxis Educativa*, 7(2), 331-354. Disponível em: <<http://www.revistas2.uepg.br/index.php/praxiseducativa>>. Acesso em: 30/09/2014.
- Lemos, A. (2013). *Recuperação de Conteúdos: desenvolvendo uma sequência didática sobre equações de 1º grau disponível no sistema integrado de ensino e aprendizagem (SIENA)* (Dissertação de Mestrado Acadêmico). Universidade Luterana do Brasil, Canoas.
- Lins, R., & Gimenez, J. (1997). *Perspectivas em Artimética e Álgebra para o Século XXI*. Campinas: Papirus.
- Melara, R., & Souza, O. (2008). *O Ensino de Equações do 1º Grau com significação: uma experiência prática no ensino fundamental*. Paraná.
- Silva, T., & Costa, B. (2010). Dificuldades de aprendizagem no ensino da matemática do 6º ano em relação à equação do primeiro grau. In *Anais 62ª Reunião Anual da SBPC*. Natal: UFRN.