



La modelación matemática: una experiencia en la economía familiar

Jonathan Sánchez-Cardona

Universidad de Antioquia
Colombia

jonathan.sanchezc@udea.edu.co

Angie Vanessa Llano-Zapata

Universidad de Antioquia
Colombia

angie.llano@udea.edu.co

Luis Daniel Osorio-Franco

Universidad de Antioquia
Colombia

daniel.osoriof@udea.edu.co

Paula Andrea Rendón-Mesa

Universidad de Antioquia
Colombia

paula.rendon@udea.edu.co

Resumen

En este artículo se analiza una experiencia en la que participa un conjunto de futuros profesores de matemáticas, quienes se enfrentan a procesos de modelación matemática en los que estudian algunos fenómenos de la economía familiar. Los datos fueron obtenidos de las producciones escritas por los participantes y de una sesión oral en la que socializaron los resultados de sus proyectos con los demás estudiantes. Los resultados del análisis de la experiencia muestran que cuando se crean espacios en los que los futuros profesores puedan vivenciar procesos de modelación en los que toman decisiones frente al fenómeno a estudiar, ellos logran construir reflexiones sobre el rol de la matemática en la sociedad, en su lectura y visión del mundo que de alguna manera posibilita posturas críticas y reflexivas acerca de las prácticas cotidianas.

Palabras clave: modelación matemática, prácticas cotidianas, economía familiar.

Las matemáticas en las prácticas cotidianas

Las matemáticas han estado presentes en diversidad de contextos y prácticas sociales, muestra de ellos es que la humanidad desarrolló la ciencia por medio de teorías adecuadas para intentar entender la naturaleza y las utiliza para tomar decisiones y actuar correctamente; en este sentido, se reafirma la importancia de las matemáticas en las actuaciones del hombre y en sus maneras de entender e interpretar los diferentes fenómenos que le rodean (Bassanezi, 2002).

Sin importar el grado de escolaridad de una persona, es común que se utilice, no siempre de manera explícita, conocimientos básicos de matemáticas en el momento de tomar decisiones frente a algunas de sus prácticas cotidianas. De este modo, como lo enuncia Barbosa (2003), las aplicaciones de las matemáticas están presentes en la sociedad y tienen implicaciones en la vida de las personas, tanto en el campo de la ciencia como en el mundo del trabajo e incluso en las tareas cotidianas; en todas esas actividades las matemáticas asume un papel vital, en ocasiones, como mediadoras en la toma de decisiones.

Cuando a las prácticas cotidianas se les otorga un carácter fundamental dentro de la actividad matemática escolar, se hace necesario develar de qué manera las matemáticas actúan en ellas y, por tanto, resulta fundamental una reflexión, análisis y validación de las interpretaciones que, a través de las matemáticas pueden producirse. Esas consideraciones frente a las relaciones entre matemáticas y prácticas cotidianas hace que la atención también se centre en los aspectos que fundamentan la *toma de decisiones* que en ocasiones parece corresponder a la experiencia acumulada y reflexionada por los sujetos implicados en ellas; sin embargo, en otras ocasiones, puede fundamentarse en miradas *ingenuas* frente a los fenómenos involucrados en las prácticas. En cualquier caso, la matemática escolar debería ofrecer miradas más informadas que argumenten la toma de decisiones.

En prácticas cotidianas como la economía del hogar se encuentran situaciones que demandan un análisis detallado sobre el manejo óptimo del dinero, se toman decisiones frente a la manera en que se deben llevar a efecto ciertas rutinas o frente al tipo de producto que se deben consumir. En este sentido, el aula de clase puede convertirse en un espacio para la reflexión y brindar la oportunidad de promover posturas críticas frente a los fenómenos involucrados en ese contexto. A su vez, los estudiantes pueden reconocer la necesidad de variables y condiciones que permitan direccionar los planteamientos para mayor beneficio, plantear y validar conjeturas y crear espacios para el reconocimiento del papel que las matemáticas cumplen.

Múltiples reflexiones sobre las posibilidades que ofrecen los contextos cercanos a los estudiantes han sido develadas en la literatura. Por ejemplo, el estudio de Muñoz, Londoño, Jaramillo y Villa-Ochoa (2014) sugiere que cuando se reconocen los contextos auténticos de los estudiantes como insumos para desarrollar actividad matemática escolar, no solo hay participación y empoderamiento en aspectos como la toma de datos, producción de modelos y significados, sino que también se presenta una mayor comprensión de los fenómenos asociados al contexto mencionado. Estos investigadores argumentan que el papel del contexto no es neutro cuando se modela matemáticamente sino que por el contrario puede articularse a las matemáticas escolares a través de un proceso de producción de modelos.

La utilización de las matemáticas en contextos cotidianos y cercanos puede verse reflejada en la modelación matemática, puesto que ella posibilita la solución de problemas de la “realidad” e interpretarlas en un lenguaje cotidiano. En este sentido la modelación matemática puede ser entendida como:

[...] el estudio de fenómenos o situaciones que pueden surgir tanto desde los contextos cotidianos, sociales y culturales de los estudiantes como de otras ciencias o disciplinas académicas. Dicho proceso de estudio involucra el uso y la construcción de modelos y otras herramientas matemáticas con los cuales puede ofrecerse una comprensión del fenómeno y resolver el problema. (Villa-Ochoa, 2010, p. 9)

Así, la modelación matemática permite simplificar las variables que intervienen en la situación, creando modelos matemáticos que generan conclusiones y permiten validar la decisión tomada. En este sentido Villa-Ochoa, Bustamante y Berrio, (2010) plantean que:

“De modo general, la modelación puede surgir de un problema o situación del mundo real lo cual demanda actividades de simplificación y estructuración buscando una delimitación y precisión de la situación o problema. Con la recolección de datos, se provee más información sobre la situación y se sugiere el tipo de modelo matemático que puede ser apropiado para direccionar el problema del mundo real” (p.2).

Asumiendo que la modelación matemática puede aportar a la solución de un problema del contexto cercano y a la comprensión y estudio de prácticas cotidianas, se reconoció la necesidad de indagar por problemáticas o eventos propios que pudieran ser analizados detalladamente, para dar cuenta del papel que juega la matemática en la toma de decisiones o reflexiones sobre las prácticas cotidianas. Así, un grupo de futuros profesores indagó por las problemáticas relacionadas con la economía familiar, donde las concepciones propias fundamentaban las decisiones asociadas a ellas. En este artículo se da cuenta de las reflexiones que los participantes reconocieron frente al uso de la modelación matemática en las situaciones cotidianas y cómo ella permite transformar las prácticas con relación a las experiencias de vida.

Los participantes y las situaciones de modelación estudiadas

En una asignatura denominada *Seminario de Especialización*, ofrecido a profesores en formación inicial (futuros profesores de matemáticas), los participantes eligieron un tema de su interés y a partir de allí se comprometieron con el estudio del contexto en el cual se ubica ese tema, desarrollaron un proceso modelación. En este ámbito, un grupo conformado por tres futuros profesores se interesaron por las prácticas económicas vividas en el hogar; según los integrantes de este equipo, la elección del tema obedeció a que la economía en el caso analizado depende del trabajo independiente de sus miembros y, fundamentados en sus conocimientos, vieron la necesidad de incorporar la matemática en el análisis de las decisiones que realizaban sus familias.

El equipo se comprometió, de manera específica, en desarrollar dos proyectos. El primero (episodio 1) consistió en analizar la manera en que un transportador de alimentos (padre de uno de los integrantes del equipo) hace recorridos entre diferentes ciudades y en identificar el tipo de trayecto o conexión que podría realizar con el ánimo de optimizar los ingresos económicos; según los datos recogidos por los futuros profesores, el conductor tenía la creencia de que un tipo de viaje (viajes cortos) eran más rentable económicamente. En el segundo proyecto (episodio 2) el equipo de trabajo se propuso indagar sobre la producción y venta de un producto alimenticio de una microempresa (parte del patrimonio de otro de los integrantes del equipo), este proyecto se orientó con la siguiente pregunta ¿cuál es el precio real de producción? La intención del equipo de futuros profesores era determinar si el precio de venta del producto era el más rentable para la microempresa.

En el episodio 1, el equipo estudió las siguientes opciones: (i) realizar viajes que demandan alrededor de dos días de desplazamiento (viajes largos), o (ii) realizar viajes que tan sólo demandan un día desplazamiento (viajes cortos). Para lograr modelar dicha situación el equipo recolectó información, la cual fue sistematizada en tablas como un proceso inicial de modelación para su posterior análisis. Con la ayuda de la profesora del curso y de otros investigadores acompañantes; el equipo logró delimitar las variables y otras cantidades que intervenían en la situación, y, posteriormente, tomar decisiones para el análisis (este proceso se denomina simplificación en términos de Bassanezi, 2002). Entre las variables que se analizaron estuvieron: (i) el consumo de combustible por kilómetro recorrido, (ii) los gastos personales del conductor, (iii) el tiempo empleado, (iv) la cantidad de toneladas transportadas y (v) el valor pagado por cada tonelada. Otras variables como (i) el desgaste del carro, (ii) el estado de las carreteras, (iii) la accidentalidad de las vías, (iv) el estado del tiempo y temperatura, no fueron consideradas por los participantes, dado que, según ellos, son variables difíciles de manipular porque dependen de factores externos y en muchos casos imprevisibles.

En el episodio 2, el grupo de estudiantes se preocupó por realizar un estudio detallado de los aspectos que intervienen en la producción de un alimento elaborado en una microempresa familiar. Para lograrlo fue necesario acceder a información como: (i) precio de producción estimado por la microempresa (ii) precio de venta comercial (iii) insumos para la producción del alimento (iv) costo de la mano de obra y (v) costos generales de producción. Esta información fue organizada en tablas, ya que en éstas es posible observar de manera global los aspectos que intervienen en el costo de producción del alimento y dar respuesta a la pregunta que oriento el episodio.

En un diálogo realizado con los participantes, ellos manifestaron que a medida que fueron desarrollando ambos proyectos experimentaron algunos cuestionamientos e inquietudes como: *¿Cuáles son las variables que debemos escoger?, ¿Qué variables nos permiten llegar a conclusiones confiables? y ¿Qué posibles modelos funcionales ya elaborados y analizados podrían adecuarse a los episodios?* Para atender a estas circunstancias, el grupo de futuros profesores consultó a expertos en el tema de finanzas; de ese modo lograron contactar a un Analista Financiero y un Administrador Comercial. Tales expertos ayudaron a centrar la atención en las variables necesarias para analizar las situaciones y generar modelos que justificaran los procesos asumidos frente a ellas. Estas acciones permitieron a los participantes, por un lado, relacionarse con la modelación matemática, en los aspectos que implica reconocer la problemática a estudiar, la declaración y simplificación de variables, la matematización y la generación de conclusiones frente al contexto estudiado; por otro lado, ampliar los diálogos entre los dominios de saber, en este caso, las matemáticas con las finanzas.

Posterior al proceso de recolección y análisis de datos, los estudiantes prepararon una sesión de divulgación de sus resultados para cada uno de los episodios. La sesión de divulgación tuvo lugar al interior en el espacio de formación del Seminario; la profesora del curso y otros invitados expertos en el tema de la modelación matemática estuvieron presentes en esa jornada. Dicha presentación oral, fue grabada en audio y video, lo cual permitió que se convirtieran en material de análisis de la experiencia.

Los datos y algunos hallazgos

En la socialización que el equipo de trabajo realizó, sus integrantes señalaron que en ambos proyectos tuvieron que acudir a sus familiares para lograr obtener los datos requeridos para el

análisis. A continuación se presentan algunos de los datos obtenidos por el equipo de trabajo en ambos proyectos.

Episodio 1

El equipo de estudiantes estableció diálogo con el conductor y con los expertos; como producto de ese diálogo, se logró consolidar una interpretación y análisis de las variables, que permitió determinar cuál era la decisión más adecuada para este caso específico. En las Tablas 1 y 2 se presentan los datos recolectados por el equipo de estudiantes sobre los costos e ingresos en los dos tipos de viajes.

Tabla 1

Costos e ingresos de viajes largos y cortos.

Costos por viaje	Viajes largos		Viajes cortos	
	Medellín-Barranquilla	Medellín-Cartagena	Barranquilla-Cartagena	Barranquilla-Montería
Toneladas por viaje	34	34	34	34
Valor Flete (valor/ton)	60.000	60.000	50.000	50.000
Peajes	270.000	270.000	80.000	80.000
Cargue/Descargue	200.000	200.000	200.000	200.000
Kilómetros recorridos por galón	6,33	6,33	6,33	6,33
Kilómetros recorridos	702	641	134	329
Valor galón ACPM	8.416	8.416	8.188	8.188
Tiempo de recorrido	20 horas (2 días)	20 horas (2 días)	1 día	1 día
Ingresos				
Beneficio operacional	636.661,6114	717.763,6651	1'246.667,93	994.430,9637
Ganancia del trabajador (10%)	204.000	204.000	170.000	170.000
Ganancia total	432.661,6114	513.763,6651	1'076.667,93	824.430,9637

Tabla 2

Comparación ganancias de viajes cortos Vs viajes largos.

Comparación ganancias por viaje		
Viaje	Tiempo recorrido teniendo en cuenta paradas entre el viaje	Ganancia
Largo	2 días	432.661,6114
Corto	1 día	1'076.667,93

Según los participantes analizados en este artículo, los datos presentados en la Tabla 1 fueron proporcionados por el conductor. En dicha tabla se presentan los gastos de cada una de las rutas recorridas, se consideraron como ejemplo de viajes largos los destinos de Medellín-Barranquilla y Medellín-Cartagena y viajes cortos los recorridos de Barranquilla-Cartagena y Cartagena-Montería. Con los datos organizados en la Tabla 1, el equipo logró hacer sus análisis

y comparaciones de los viajes.

En la presentación oral final, los integrantes señalaron que: una de las conclusiones encontradas gracias al proceso de modelación es que en los viajes largos, se generan utilidades de 15% y 18%, mientras que en los viajes cortos se obtienen utilidades de 28% y 39%, encontrando así que en un viaje corto se gana entre 86% y 105% más de lo que se ganaría en un viaje largo. Esto sin considerar que en los viajes largos el desgaste del carro y el conductor es mayor.

En la Tabla 2 el equipo de trabajo presentó un contraste en cuanto al tiempo empleado para cada uno de los tipos de viaje. De acuerdo a los datos, los participantes afirmaron que la mayor ganancia para el conductor reside en hacer viajes cortos, puesto que, se optimiza el tiempo empleado y se aumentan las utilidades, lo que de alguna manera era conocido empíricamente por él y logró justificarse matemáticamente. Este tipo de conclusiones, les permitió a los profesores en formación reconocer que la experiencia del conductor había jugado un papel importante en la determinación de esta misma conclusión. En este caso, para los profesores en formación, la matemática cumplió un papel de confrontación y validación de las decisiones que tomaba el conductor con base en su experiencia acumulada.

Al reconocer que las prácticas del conductor eran consistentes con los resultados ofrecidos por la matemática, el equipo de trabajo quiso indagar un poco más y comenzó a explorar otras posibilidades, entre ellas, aumentar la frecuencia con la que se podrían realizar dichos viajes. Para ello, los estudiantes tuvieron en cuenta que *el conductor vivía en Medellín, por ende tendría que realizar como mínimo dos viajes largos (ida y regreso) para lograr realizar los recorridos entre Barranquilla-Cartagena y Cartagena-Montería, que son los que generan mayor utilidad.* Por la situación descrita, los integrantes del equipo formularon la siguiente pregunta: *¿Cuál es el tiempo óptimo de espera para realizar un viaje corto?* Esta pregunta fue formulada por los integrantes del grupo a partir de las necesidades que tenía el conductor y, al mismo tiempo, para generar un modelo matemático que lo ayudara a tomar decisiones con relación a sus prácticas económicas. En el tiempo de espera de un viaje corto el conductor debe correr con gastos como hospedaje y alimentación, por lo que esperar un viaje corto por varios días resulta problemático, pues las utilidades adquiridas al realizar un viaje largo se podría disminuir significativamente. Sin embargo, si el conductor arriesga un 50% de la ganancia que obtuvo en el viaje largo, podría llegar a aumentar sus utilidades realizando más de un viaje corto. Este análisis es presentado por los participantes en la Tabla 3.

Tabla 3

Ganancia del conductor en un viaje largo y gastos por 1 día de espera.

Concepto	Valor
Ganancia del conductor viaje largo	204.000
Gastos hospedaje y alimentación por 1 día de espera	50.000
% dispuesto a perder	% 50
	102.000

Los análisis realizados por el equipo de trabajo los llevó a concluir que: *Si el conductor arriesga un porcentaje de 50% para definirlo en pérdida, asumiendo que él estaría dispuesto a quedarse 2 días y asumir el riesgo de perder o aumentar la inversión a corto plazo, se surgieren dos escenarios*

para el conductor: uno favorable y otro desfavorable. Para el escenario favorable, se parte de la idea que la espera del conductor da buenos resultados y se logra realizar de 1 a 2 viajes cortos (un viaje por día) aumentando su ganancia, o el escenario desfavorable donde al esperar dos días no logra realizar el viaje corto por lo que tendría que tomar un viaje largo y perder los días de espera.

Los participantes reconocen los escenarios favorables y desfavorables y con la pericia de los profesionales involucraron múltiples variables con las cuales lograron identificar los intervalos de tiempo e inversión que debían ser considerados para que las decisiones tomadas por el conductor no afectaran sus ingresos. En este sentido, los futuros profesores manifestaron que para modelar matemáticamente una situación era necesario considerar el *porcentaje de riesgo*. Según los futuros profesores, esta noción emergió en la interacción con los especialistas en el área económica; a través de ella pudieron reconocer que cuando en el aula de clase se propone para estudiar una práctica cotidiana las matemáticas “conviven” con otros conocimientos.

Tabla 4

Ganancia del conductor al realizar uno y dos viajes cortos.

Concepto	Ganancia	Inversión	Utilidad	Ganancia total viaje corto más viaje largo
Ganancia por 1 viaje corto	\$ 170.000	100.000	70.000	\$ 274.000
Ganancia por 2 viajes cortos	\$ 340.000	100.000	240.000	\$ 444.000

Posteriormente, el equipo de trabajo logró señalar que en este escenario favorable se logra observar, que los viajes cortos en menor tiempo generan un porcentaje de utilidad alto, recuperando a corto plazo la inversión inicial de aproximadamente \$100.000, esto teniendo en cuenta que el conductor debe quedarse esperando los dos días. Por otro lado, si se piensa en el escenario desfavorable podría pasar que esperando los dos días, no logre realizar ningún viaje corto, de esta manera su ganancia inicial se reduciría a \$104.000, lo cual representaría una pérdida para el conductor. Según estas declaraciones, para los participantes el proceso de modelación matemática llevado a cabo permitió constatar las creencias del conductor, además de reconocer variables como el tiempo límite de permanencia en un lugar para que la economía no sea afectada sino que por el contrario, aumenten las ganancias.

Episodio 2

El segundo proyecto que el equipo de trabajo desarrolló se fundamentó en una situación que estuvo relacionada con la fabricación y venta de un producto alimenticio propio de la región: las arepas. El desarrollo del proyecto estuvo orientado por la siguiente pregunta: *¿Cuál es el costo real del producto?* Con el ánimo de responderla, los participantes reconocieron el precio manejado por la microempresa que fue quien proporcionó los datos de costos y gastos empleados para la producción. El propietario indicó que el precio de venta del producto al mercado es de \$800 y el costo que se tiene estimado de producción es de \$518. A partir de estos datos, el equipo de futuros profesores observó necesario reconocer las variables que inciden sobre el precio de producción, como lo son: (i) costos por adquisición de materiales directos (MD) (ii) costo de la mano de obra (MOD), (iii) costos generales de fabricación (CIF), que a su vez están compuestos por los que son fijos, por ejemplo, dotación, arrendamiento, salario de los empleados, seguros, entre otros y los que son variables como son los servicios públicos y algunos insumos de la producción (Tabla 5 y 6). Esto permitió a los participantes analizar el precio de venta del producto y reconocer el porcentaje de ganancia (Tabla 7) y generar una

proyección de ganancia y un modelo (Tabla 8).

Tabla 5

Insumos para la producción del alimento, costos directos de fabricación y materiales directos en la producción

Costos indirectos de fabricación (CIF)			
Materiales fijos (MD)	Dotación/precio por unidad	Precio materiales	Incremento al precio por paquete
	\$ 35.000	\$ 504.000	\$ 1,46
Precios fijos	No aplica		
Precios variantes	Valor promedio mensual	Distribuido n° días	Valor diario
	\$ 7.000.000	30	\$ 233.333,33
Materiales directos en la producción			
Total	Valor por paquete de arepa	Valor por cada 5600 paquete de arepa	
	\$ 395	\$ 2.229.252	
Mano de obra			
Nómina por 14 operarios en 1 día		\$ 392.000	

Tabla 6

Fijación del precio del producto alimenticio por unidad.

Fijación precio base				
Costo de operación	Fórmula	Total costos diarios	Producción diaria	Resultado precio por unidad
MD	$PB = (\Sigma MD + \Sigma MOD + \Sigma CIF) \div C.P.M$	\$2.854.586,33	5600	\$509,75
MOD				
CIF				

Tabla 7

Precio de venta del producto y porcentaje de ganancia.

Precio de venta		
Precio base	% de ganancia	Precio al comercializador
\$510	57%	\$800

Tabla 8

Proyección de las ganancias de la microempresa: costo definido por la microempresa Vs costo definido en la modelación.

Proyección										
Se está dejando de ganar										
Costo definido por la empresa	Costo definido en la modelación	Diferencia	Hora		Día		Mes		Año	
			Prod	Desprecia	Prod	Desprecia	Prod	Desprecia	Prod	Desprecia
\$518	\$510	\$8	400	\$3.200	6400	\$51.200	192000	\$1.536.000	2304000	\$18.432.000

Según el equipo de trabajo, con la definición de los tres elementos de los costos de producción (Tabla 5) logró definir un precio base, es decir, consiguieron determinar el precio al que sale producir el alimento, esto gracias a los modelos realizados representado tanto en expresiones algebraicas funcionales como en las tablas. En la Tabla 6, los participantes observaron que el costo del producto se calcula al sumar los materiales directos, la mano de obra y los costos generales de la fabricación, así obtuvieron que el costo del alimento era de \$510. La ecuación definida en dicha tabla (modelo matemático) fue el resultado que el grupo de futuros profesores divulgó a los demás integrantes del Seminario. Con la expresión representaron la totalidad de los datos de manera generalizada. Además, reconocieron que cada paquete del producto que se vende a \$800 alcanza un 57% de utilidades (Ver Tabla 7). Con lo obtenido, los futuros profesores realizaron una proyección, en la que contrastan el precio dado por la empresa y el establecido como resultado de la modelación matemática; con ello encontraron una diferencia de \$8. Los participantes proporcionaron esta cantidad con relación a una hora, mes o año e indicaron que la microempresa desprecia esta ganancia de \$8, por cada producto, lo que en un año representaría un valor de \$18.432.000. Los participantes analizados en este artículo afirmaron que *esta proyección a largo plazo se logra gracias al proceso de modelación realizado, ya que éste permitió una comprensión de la economía de la microempresa y un análisis exhaustivo de la información proporcionada.*

Los futuros profesores expresaron que: *a través de la matemática se observó que en la microempresa hay costos que no estaban siendo definidos en la producción.* Con el ánimo de evitar que se omitan costos e información que afectan los ingresos, se sugiere realizar mejoras en el análisis de éstos, detallar los datos de gastos y procesos de producción fortaleciendo el crecimiento comercial y económico de la microempresa. Esta idea hace suponer a los participantes que las decisiones tomadas por el microempresario pueden ser mejoradas si se incluyen los resultados proporcionados por el estudio hecho con la matemática y, por tanto, tomar decisiones que estén fundamentadas no solo en las experiencias cotidianas sino también en estudios matemáticos.

A modo de conclusión, el equipo de trabajo que divulgó su experiencia ante el auditorio afirmó que: en estas dos situaciones, la modelación matemática permite un estudio y lectura de los entornos sociales, como es la economía de empresas familiares, idea que se apoya en lo enunciado por Orey y Rosa (2007) quienes afirman que, “[...] utilizamos la modelación como un lenguaje para estudiar, entender y comprender situaciones-problemáticas en la comunidad” (p. 203)

Discusión y conclusiones

En los dos episodios presentados anteriormente, los estudiantes que componían el equipo de trabajo reconocieron que la modelación matemática permitió informar al conductor que sus prácticas eran correctas y al mismo tiempo reflexionar en aspectos que ayudarían a mejorar sus utilidades. En el caso de la microempresa se aportó un modelo funcional y la organización de la información de modo que optimiza los costos de producción del producto alimenticio, convirtiéndose éstas en potenciadoras para emprender acciones que transforman las prácticas sociales, aportando información organizada para elaborar análisis confiables. De este modo, como plantea Villa-Ochoa (2012) los futuros profesores pudieron vivenciar el papel que jugó la matemática en el estudio de fenómenos que se centran en el interés de los mismos participantes; de esta manera, las matemáticas y algunas prácticas económicas familiares permitieron observar a la modelación matemática como una actividad desde y para la cultura.

En correspondencia con las experiencias vividas por el equipo de trabajo, el diálogo e interacción de diferentes disciplinas fueron fundamentales para realizar un proceso de modelación que se articulara a las necesidades que se presentaron en sus prácticas cotidianas. En las situaciones expuestas los aportes y sugerencias tanto de la analista, el administrador, el microempresario y el conductor posibilitaron una reflexión desde diferentes perspectivas de los casos. La unión de estos saberes tanto académicos como empíricos ayudó a establecer posturas y determinar rutas que pueden posibilitar mejores prácticas financieras tanto del microempresario como del conductor. A pesar de que los participantes del estudio no eran expertos en finanzas ni en administración, compartieron e interactuaron con este tipo de profesionales; de ese modo, la modelación matemática entrelazó su saber matemático con las situaciones que afectaban a sus propias familias. Al respecto, Blomhøj (2004) puntualiza que:

“La modelización matemática tiende puentes entre la experiencia de vida diaria de los alumnos y la matemática. Esto motiva el aprendizaje de la matemática, provee de directo apoyo cognitivo a las conceptualizaciones de los alumnos y coloca a la matemática en la cultura, como medio de describir y entender situaciones de la vida diaria” (p. 32).

Para los participantes de este estudio, el interés al desarrollar el proceso de modelación radicó en comprender las decisiones empíricas que se toman en sus propias familias sobre la economía del hogar, conforme estos futuros profesores señalaron: *las matemáticas se convirtieron en un medio para entender las problemáticas que se lograron identificar. Con esto comprobamos que el proceso de modelación es un aprendizaje de vida, en el que se lee el mundo desde otras miradas, además se relaciona con otras ramas del conocimiento e involucra agentes externos, siendo ésta, una forma de comprender la situación, transformando así las acciones.*

Para que las decisiones sean informadas y fundamentadas, resulta necesario que las matemáticas pasen de ser intuitivas o empíricas a ser estructuradas, es decir, que problematicen y cuestionen las nociones que se tienen sobre la situación, con el ánimo de generar una relación entre la experiencia del sujeto y las matemáticas y posibilitar un panorama más amplio que lleva a tomar consciencia de los demás factores que influyen en la situación y por ende tomar postura a partir de las reflexiones obtenidas. Esta confiabilidad y precisión se puede lograr mediante la modelación matemática. Este campo de saber no sólo permite discriminar y organizar la información que se presenta, sino que da seguridad en las decisiones que se toman, permite reflexionar y tomar postura sobre determinadas situaciones. De esta forma, se emprenden acciones que dinamizan las prácticas cotidianas, la manera de ver el mundo y de actuar en él. La modelación matemática invita a ser críticos y reflexivos frente a las diversas situaciones, a ir más allá de lo que se percibe en torno a un caso, a ser conscientes de que las acciones diarias de un sujeto tienen efectos tanto en las prácticas propias como en las de las personas que lo rodean.

A través de esta experiencia, los futuros profesores lograron reconocer la modelación matemática como un proceso que dinamiza las prácticas cotidianas, puesto que ayuda a aproximar y fundamentar acciones sobre una situación dada y facilita su reflexión y análisis. La experiencia que se vive cuando se hace modelación matemática sensibiliza, la visión de una persona frente a una situación problemática, ya que no se limita a la resolución de una tarea, sino que por el contrario trasciende a la forma de vivir, influyendo en la manera de ver y concebir el mundo, como plantea Bassanezi, (2002) ésta se convierte en “[...] en el arte de transformar situaciones reales en problemas matemáticos cuyas soluciones tienen que ser interpretadas en el lenguaje usual” (p. 24). Los participantes reconocieron la importancia de contrastar las

decisiones tomadas frente al manejo de la economía y la modelación matemática. Esto con el ánimo de analizar y reflexionar si en ambos casos las creencias y formas de tomar las decisiones respondían a la mejor opción y optimización de los recursos o por el contrario, existían aspectos que no eran tomados en cuenta y cómo, de alguna manera, la matemática justificaba la necesidad de transformar dichas prácticas cotidianas.

Agradecimientos

Agradecimientos a la Universidad de Antioquia por su apoyo a través del proyecto FPP01 (CODI-Facultad de Educación) y al Semillero de Investigación MATHEMA. Aunque no sean responsables de los planteamientos acá descritos, también queremos agradecer a la profesora Mónica Marcela Parra y a otros integrantes de la Red Colombiana de Modelación en Educación Matemática (www.recomem.com.co) por las lecturas y sugerencias realizadas a las diferentes versiones de este documento.

Referencias y bibliografía

- Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. São Paulo: Editora Contexto
- Barbosa, J. C. (2003). What is mathematical modelling? En S. J. Lamon, W. A. Parker, & S. K. Houston (Eds.), *Mathematical modelling: a way of life* (ICTMA11, pp. 227-234). Chichester: Horwood Publishing.
- Barbosa, J. C. (2009). Mathematical modelling, the socio-critical perspective and the reflexive discussions. En M. Blomhøj, & S. Carreira (Eds), *Actas del tema de estudio grupo 21 (ICME 11)*, (pp. 133-143). Mexico: Roskilde Universitet.
- Blomhøj, M. (2004). Mathematical modelling - A theory for practice. En B. Clarke, D. Clarke, G. Emanuelsson, B. Johnansson, D. Lambdin, F. Lester, A. Walby, & K. Walby (Eds.), *International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics. National Center for Mathematics Education* (pp. 145-159). Suecia. Traducción autorizada de María Mina (2008).
- Muñoz, L. M., Londoño, S. M., Jaramillo, C. M., & Villa-Ochoa, J. A. (2014). Contextos Auténticos y la producción de modelos matemáticos escolares. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 42, 48-67.
- Orey, D. C., & Rosa, M. (2007). A dimensão crítica da modelagem matemática: ensinando para a eficiência sociocrítica. *Horizontes*, 25(2), 197-206.
- Villa-Ochoa, J. (2010). *Modelación matemática en el aula de clase. Algunos elementos para su implementación*. Conferencia presentada en Primer Seminario en Educación Matemática, Historia y Etnomatemáticas (21 de octubre de 2010). Universidad de Medellín. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/1003/1/Ponencia_UdeM_octubre_2010.pdf
- Villa-Ochoa, J., Bustamante, C., & Berrío, M. (2010). Sentido de realidad en la modelación matemática. En P. Leston (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa ALME*, 23 (pp. 1087-1096). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa - Colegio Mexicano de Matemática Educativa.
- Villa-Ochoa, J. (2012). Modelación matemática escolar: algunas reflexiones frente a su relación con la cultura. En M. C. V. Viana (Ed), *Relme 26: Reunião Latinoamericana de Educação Matemática*. Ouro Preto, Editora: EDUFOP. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/2346/1/MesaredondaRelme26BH.pdf>