



Geogebra: Programando interações em objetos geométricos

Agostinho Iaqchan Ryokiti **Homa**
Universidade Luterana do Brasil
Brasil
iaqchan@hotmail.com

Resumo

O minicurso tem como objetivo desenvolver objetos de aprendizagem interativos através da programação de ações de movimentos em objetos geométricos no software Geogebra. A atividade consistirá no desenvolvimento de um modelo de Tangram, com seus objetos geométricos (triângulo, quadrado, paralelogramo) construídos utilizando representação polar e a inclusão de ações de rotação, translação e simetria desses. As atividades desenvolvidas possibilitarão, aos participantes, a reflexão, discussão e planejamento de outras atividades interativas em objetos de aprendizagem ou jogos educativos.

Palavras-chave: Geogebra, tecnologias digitais, ensino e aprendizagem, matemática.

Tecnologias digitais na educação

A interação do ser humano com o mundo vem mudando com o uso das tecnologias. Nesse período de informatização massiva, no qual as atividades têm migrado para o formato digital, a educação também vem se adequando às atuais tecnologias.

Nessa realidade de avanços tecnológicos, a diminuição dos custos envolvido tem facilitado o acesso à tecnologia. Estar inserido na sociedade da informação, não significa ter acesso à tecnologia de informação e comunicação (TIC), mas saber utilizar a tecnologia para resolver os problemas do cotidiano, compreender o mundo e atuar na sua transformação (Brasil, 2013).

Segundo Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Brasil, 1996) a Educação Nacional, tem por finalidade o pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho. Deste modo a educação e a inserção na sociedade digital implica em uma adequação da sala de aula à realidade da tecnológica.

O uso da tecnologia pelos docentes não é uma ação individual, sem metodologias e sem análise das consequências, como quem resolve mudar seu trajeto para o trabalho ou a escola sem avaliar a nova distância a ser percorrida, se o tempo disponível é adequado ao novo caminho e, quais os ganhos e perdas estão envolvidos.

Para dar auxílio no suporte aos professores, o uso das tecnologias na educação é tema de pesquisas desde a década de 60. No início, as pesquisas eram fomentadas por empresas como IBM, RCA e Digital e realizadas principalmente nas universidades, que desenvolveram a instrução auxiliada por computador ou *Computer-Aided Instruction (CAI)*.

Com o surgimento dos computadores pessoais nos anos 80, houve uma diversificação das pesquisas em especial as experiências sobre o uso do *Logo* na educação. Os resultados dessas pesquisas foram aquém do esperado, devido ao uso do Logo baseado no aprendizado por descoberta no qual bastava o aluno resolver problemas através do Logo para que as “ideias poderosas” fossem adquiridas de maneira natural (Valente, 1995).

Da década de 80 até momento, foram realizadas várias pesquisas sobre a TIC na educação com resultados que apontam para a necessidade da capacitação do professor para o uso das TIC na idealização de atividades didáticas com foco na aprendizagem.

Para a aprendizagem em determinado campo do conhecimento, o docente realiza a organização dos conteúdos, a partir da articulação entre os conceitos e procedimentos a serem desenvolvidos, com atividades didáticas planejadas para esse fim.

Segundo Zabala (1998, p. 18), sequências didáticas são “[...] um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que tem um princípio e um fim conhecido, tanto pelos professores como pelos alunos”. Dolz e Schneuwly (2004) consideram que as sequências didáticas são organizadas pelo professor com o objetivo de alcançar a aprendizagem de seus alunos, e envolvem atividades de aprendizagem e avaliação.

Na organização das sequências didáticas com TIC, faz-se uso dos objetos de aprendizagem que, segundo Wiley (2000) são recursos digitais que possam ser reutilizados para o suporte ao ensino. Para o IEEE (Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2002) os objetos de aprendizagem são qualquer entidade, digital ou não, que pode ser utilizada, reutilizada ou referenciada durante o processo de aprendizagem que utilize tecnologia.

Ressalta-se que dentro de um enfoque pedagógico, Merrill (2002) afirma que objetos sem um design instrucional são somente objetos de conhecimento, ou seja, tem um caráter mais informativo. Tal preocupação tem levado aos desenvolvedores a adotarem uma postura construtivista com atividades de interação que permitam a ação do aluno.

Essas interações do aluno com o objeto de aprendizagem são possíveis somente em aplicações com suporte a tais ações. Como a maioria dos docentes não tem uma formação técnica para desenvolver programas interativos para suas sequências didáticas, a alternativa é utilizar programas que aceitem ações interativas e organizar atividades diversas em tais programas.

Geogebra

O Geogebra é um programa *opensource*, sob o GNU (*General Public License*) disponível em www.geogebra.org, que agrega as funcionalidades de um Sistema de Geometria Dinâmica (*DGS-Dynamic Geometry System*) e de um Sistema de Computação Algébrica (*CAS-Computer Algebric System*) no plano, sendo então denominado como um Programa de Matemática

Dinâmica (DMS-*Dynamic Mathematics Software*) para Geometria, Álgebra e Cálculo (Hohenwarter & Preiner, 2007).

Segundo Hohenwarter e Fuchs (2004):

“Geogebra é um *software* de Geometria interativa que também fornece possibilidades algébricas como entrar diretamente com equações. Ele é direcionado aos estudantes (10 a 18 anos) e professores do Ensino Médio. O *software* incentiva os estudantes a abordarem a matemática de maneira experimental” (tradução nossa).

Como um DGS o Geogebra permite a construção de objetos geométricos através do menu de ferramentas ou por comandos. O menu de ferramentas está organizado com submenus para ações relacionados basicamente ao ponto; retas e semirretas; círculo e arcos; cônicas; ângulos; texto; controles; exibição de objetos. Com exceção do submenu de exibição e algumas poucas ferramentas todas as ações do Geogebra podem ser realizadas através de comandos inseridos em Campo de Entrada (*Input Bar*).

Os Comandos são definidos por categorias (Anexo 1), e sua notação é no idioma inglês ou no idioma de trabalho selecionado para a interface do Geogebra. A maioria dos comandos requer um ou mais argumentos para sua execução.

Para o ensino de Geometria, o Geogebra é uma poderosa ferramenta de aprendizagem, sendo necessária a organização de atividades em uma sequência de acordo com o objetivo instrucional utilizando o menu de ferramentas para construções geométricas. Também é possível organizar uma sequência didática utilizando construções geométricas prontas, com interações através dos botões deslizantes ou caixas de entrada de valor, objetivando a aprendizagem através da experimentação, discussão, reflexão e generalização de conceitos explorados nas atividades.

Várias dessas atividades estão disponíveis no site de materiais do Geogebra em <http://tube.geogebra.org/>. Por vezes o educador que deseja customizar alguma atividade ou até mesmo desenvolver a sua própria se depara com o problema de como programar uma determinada ação ou como criar um botão de ação pré-fixada.

Por exemplo, o Tangram é composto de cinco triângulo retângulos isósceles, um quadrado e um paralelogramo, mas para monta-lo o aluno tem que organizar as peças com ações de rotação e reflexão. Enquanto objeto concreto (Figura 1) essas ações são realizadas sem maiores problemas, mas a mesma atividade em um meio digital necessita que as mesmas ações sejam realizadas com um click do mouse, deste modo é preciso que sejam programadas ações nos objetos geométricos a serem manipulados.



Figura 1. Tangram de papel

Atividades propostas

O minicurso destina-se a capacitar o docente a utilizar os comandos de construção geométrica e a programação de ações nos objetos geométricos visando o desenvolvimento de atividades interativas.

Para o desenvolvimento dessa atividade analisar-se-á as interações possíveis para o planejamento prévio das ações de programação previstas nos objetos geométricos e suas dimensões para construção dos mesmos através de comandos. No caso do Tangram e considerando os objetos geométricos, temos as ações de reflexão horizontal e vertical, e rotações de 45° em 45° .

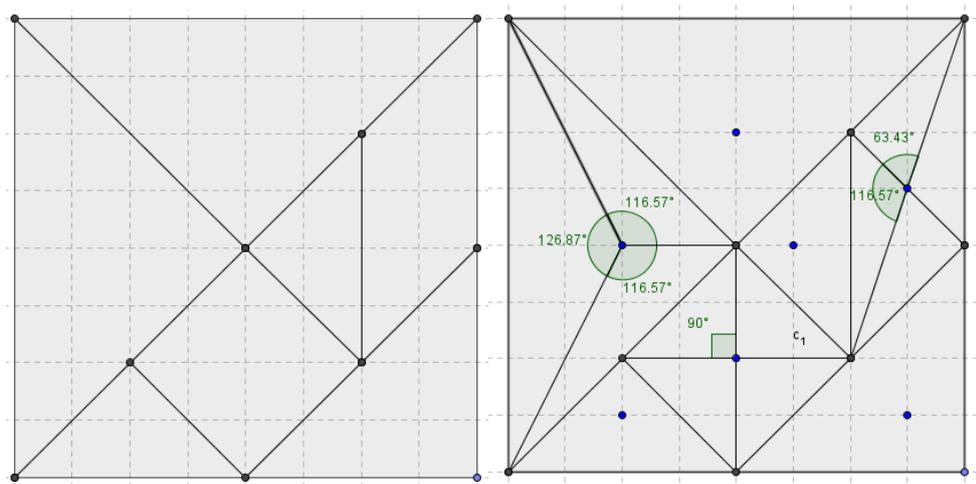


Figura 2. Tangram digital

Para um Tangram, conforme Figura 3, tem-se um quadrado com lado de medida $8u$, e os seguintes objetos geométricos:

- 2 triângulos retângulo isósceles com lados $8u$, $4\sqrt{2}u$ e $4\sqrt{2}u$;
- 2 triângulos retângulo isósceles com lados $4u$, $2\sqrt{2}u$ e $2\sqrt{2}u$;
- 1 triângulo retângulo isósceles com lados $4\sqrt{2}u$, 4 e 4 ;
- 1 quadrado de lado $2\sqrt{2}u$;

- 1 paralelogramo com altura $2u$, a partir do lado maior, e 2 pares de lados paralelos de $4u$ e $2\sqrt{2}u$ respectivamente.

Devido às ações de rotação para a construção dos objetos do Tangram, serão utilizadas coordenadas polares para definir os vértices dos polígonos, para isso adotar-se-á pontos, de acordo com a Figura 2, que serão usados como referência para a definição dos vértices. As construções serão realizadas digitando os comandos no *campo de entrada* que são apresentados na Figura 3 e Figura 4.

Construindo os triângulos retângulo isósceles:

Definição do objeto geométrico	Comando
ponto de referência A1	$A1 = (4,6)$
ângulo de giro $\alpha 1$	$\alpha 1 = 0^\circ$
lista com os vértices T1	$T1 = \{A1 + (2; \alpha 1), A1 + (4.47214; \alpha 1 + 116.57^\circ), A1 + (4.47214; \alpha 1 - 116.57^\circ)\}$
Triângulo 1	$Pol1 = Polígono[T1]$
ponto de referência A2	$A2 = (2,4)$
ângulo de giro $\alpha 2$	$\alpha 2 = 0^\circ$
lista com os vértices T2	$T2 = \{A2 + (2; \alpha 2 - 90^\circ), A2 + (4.47214; \alpha 2 + 26.57^\circ), A2 + (4.47214; \alpha 2 - 206.57^\circ)\}$
Triângulo 2	$Pol2 = Polígono[T2]$
ponto de referência A3	$A3 = (2,1)$
ângulo de giro $\alpha 3$	$\alpha 3 = 0^\circ$
lista com os vértices T3	$T3 = \{A3 + (1; \alpha 3 + 90^\circ), A3 + (2.23607; \alpha 3 - 26.57^\circ), A3 + (2.23607; \alpha 3 + 206.57^\circ)\}$
Triângulo 3	$Pol3 = Polígono[T3]$
ponto de referência A4	$A4 = (2,1)$
ângulo de giro $\alpha 4$	$\alpha 4 = 0^\circ$
lista com os vértices T4	$T4 = \{A4 + (1; \alpha 4 + 180^\circ), A4 + (2.23607; \alpha 4 + 63.43^\circ), A4 + (2.23607; \alpha 4 - 63.43^\circ)\}$
Triângulo 4	$Pol4 = Polígono[T4]$
ponto de referência A5	$A5 = (2,1)$
ângulo de giro $\alpha 5$	$\alpha 5 = 0^\circ$
lista com os vértices T5	$T5 = \{A5 + (1.4142; \alpha 5 + (-45)^\circ), A5 + (3.16228; \alpha 5 - 161.57^\circ), A5 + (3.16228; \alpha 5 + 71.57^\circ)\}$
Triângulo 5	$Pol5 = Polígono[T5]$

Figura 3. Comandos para construção dos triângulos retângulo isósceles

Identifica-se que todos os objetos geométricos têm a ação de rotação, mas para o paralelogramo é necessária, além da rotação, a ação de reflexão. Como as ações são vinculadas aos objetos é necessário que o paralelogramo seja construído com dois objetos, no caso, dois triângulos retângulo isósceles.

Construindo quadrado e o paralelogramo:

Definição do objeto geométrico	Comando
ponto de referência A6	$A6 = (4,2)$
ângulo de giro $\alpha6$	$\alpha6 = 0^\circ$
lista com os vértices T6	$T6 = \{A6 + (2; \alpha6), A6 + (2; \alpha6 + 90^\circ), A6 + (2; \alpha6 + 180^\circ), A6 + (2; \alpha6 + 270^\circ)\}$
Quadrado	$Pol6 = Polígono[T6]$
ponto de referência A7	$A7 = (7,5)$
ângulo de giro $\alpha7$	$\alpha7 = 0^\circ$
Marcador de reflexão	$rf = -1$
lista com os vértices T7	$T7 = \{A7 + (1.4142; rf(\alpha7 - 45^\circ)), A7 + (1.4142; rf(\alpha7 + 135^\circ)), A7 + (3.16228; rf(\alpha7 - 108.43^\circ))\}$
Triângulo 1 do paralelogramo	$Pol7 = Polígono[T7]$
lista com os vértices T8	$T8 = \{A7 + (1.4142; rf(\alpha7 - 45^\circ)), A7 + (1.4142; rf(\alpha7 + 135^\circ)), A7 + (3.16228; rf(\alpha7 + 71.43^\circ))\}$
Triângulo 2 do paralelogramo	$Pol8 = Polígono[T8]$

Figura 4 – Comandos para construção do quadrado e dos 2 triângulos do paralelogramo

Considerando a reflexão do paralelogramo em relação a seu eixo horizontal, temos que utilizar um marcador de reflexão que altera de $(+1)$ para (-1) que será utilizado como um fator de para alterar os ângulos dos vetores para a ação de reflexão.

Como os polígonos são construídos utilizando os pontos de referência, a movimentação dos mesmos ocorre somente pela translação dos pontos. Para facilitar essa ação, será aumentado o tamanho dos pontos de referência dos polígonos alterando as propriedades, na aba Estilo, para nove.

Para inserir a ação de rotação nos objetos geométricos selecione o polígono desejado, abra a janela de propriedades do objeto, a seguir a aba *Programação*, aba *Ao Clicar* e digita-se o comando que somará 45° aos ângulos de rotação α . A seguir apresenta-se um exemplo para o triângulo denominado Pol1, nesse comando além de somar os 45° há um controle para que o mesmo fique entre 0° e 360°

$$\alpha1 = \alpha1 + 45^\circ]$$

$$\alpha1 = Se[\alpha1 > 360^\circ, 45^\circ, \alpha1]$$

Quando as ações para o comando *Se (If)*, forem a valoração de uma variável, deve-se utilizar a notação $var = Se[< condição >, < valor1 >, < valor2 >]$.

Para o paralelogramo, o comando de rotação deve ser vinculado a um dos triângulos e o de reflexão ao outro. Para inserir a ação de reflexão, digitar na aba *Ao Clicar* o comando: $rf = Se[rf == -1, 1, -1]$.

Cabe aqui ressaltar a notação ‘==’ que é uma operação de teste de igualdade que retorna um valor falso ou verdadeiro, enquanto a notação ‘=’ deve ser utilizada para valorar uma variável.

O planejamento de uma atividade interativa requer o planejamento das ações e definição dos parâmetros que serão alterados nos objetos geométricos que por sua vez devem ser

construídos baseados nesses parâmetros e não pelas ferramentas de construção geométrica do Geogebra.

Com a realização dessas atividades espera-se que o docente entenda como construir objetos geométricos através de linhas de comando se utilizando de variáveis de controle que serão manipuladas por comandos de programação e controles lógicos.

Referências bibliográficas

- Brasil (1996). *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional*. <http://doi.org/10.1002/job>
- Brasil (2013). *Guia de Tecnologias Educacionais da Educação Integral e Integrada e da Articulação da Escola com seu Território*. Retrieved from http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=13018&Itemid=948
- Dolz, J., & Schneuwly, B. (2004). *Gêneros orais e escritos na escola*. Campinas: Mercado da Letras.
- Hodgins, H. W. (2002). The Future of Learning Objects. In J. R. Lohmann & M. L. Corradini (Eds.), *e-Technologies in Engineering Education Learning Outcomes Providing Future Possibilities* (pp. 76–82). a. Retrieved from <http://dc.engconfintl.org/etechnologies/11>
- Hohenwarter, M., & Fuchs, K. (2004). *Combination of dynamic geometry , algebra and calculus in the software system GeoGebra*. Retrieved from http://www.geogebra.org/publications/pecs_2004.pdf
- Hohenwarter, M., & Preiner, J. (2007). Dynamic Mathematics with GeoGebra. *The Journal of Online Mathematics and Its Applications*, 7. Retrieved from http://www.maa.org/external_archive/joma/Volume7/Hohenwarter/index.html
- Institute of Electrical and Electronics Engineers (2002). IEEE Standard For Learning Object Metadata. Retrieved March 5, 2013, from <http://grouper.ieee.org/groups/ltsc/wg12/>
- Merrill, D. (2002). Position statement and questions on learning objects research and practice. In *Learning objects technology: Implications for educational research and practice*, AERA. New Orleans. Retrieved from <http://www.learndev.org/LearningObjectsAERA2002.html>
- Valente, J. A. (1995). *O professor no ambiente logo: Formação e Atuação*. Retrieved from <http://www.nied.unicamp.br/?q=system/files/O Professor no Ambiente Logo.pdf>
- Wiley, D. A. (2000). Connecting learning objects to instructional design theory: A definition, a metaphor, and a taxonomy. *The Instructional Use of Learning Objects*. Retrieved from <http://reusability.org/read/chapters/wiley.doc>
- Zabala, A. (1998). *A prática educativa: como ensinar*. Porto Alegre: Artmed.

Anexo 1

Comandos do geogebra organizados por categoria

Quadro 1. Comandos do Geogebra

Categoria	Comando
Algebra	Div, Mod; Expand; Factor; GCD, LCM; Min, Max; PrimeFactors; Product; Simplify
Chart	BarChart; BoxPlot; DotPlot; FrequencyPolygon; Histogram; HistogramRight; NormalQuantilePlot; ResidualPlot; StemPlot
Conic	Asymptote; CompleteSquare; Coefficients; ComplexRoot; Curvature; CurvatureVector; Curve; Degree; Denominator; Derivative; Extremum; Factors; Function; ImplicitCurve; InflectionPoint; Integral; IntegralBetween; Intersect; Iteration; IterationList; LeftSum; Limit; LimitAbove; LimitBelow; LowerSum; Numerator; OsculatingCircle; PartialFractions; PathParameter; Polynomial; RectangleSum; Root; RootList; Roots; SolveODE; TaylorPolynomial; TrapezoidalSum; TrigCombine; TrigExpand; TrigSimplify; UpperSum/
Discrete Math	Convex hull; DelaunayTriangulation; Hull; MinimumSpanningTree; ShortestDistance; Travelling Salesman; Voronoi
Function	Asymptote; CompleteSquare; Coefficients; ComplexRoot; Curvature; CurvatureVector; Curve; Degree; Denominator; Derivative; Extremum; Factors; Function; ImplicitCurve; InflectionPoint; Integral; IntegralBetween; Intersect; Iteration; IterationList; LeftSum; Limit; LimitAbove; LimitBelow; LowerSum; Numerator; OsculatingCircle; PartialFractions; PathParameter; Polynomial; RectangleSum; Root; RootList; Roots; SolveODE; TaylorPolynomial; TrapezoidalSum; TrigCombine; TrigExpand; TrigSimplify; UpperSum
Geometry	AffineRatio; Angle; AngleBisector; Arc; Area; Centroid; CircularArc; CircularSector; CircumcircularArc; CircumcircularSector; Circumference; ClosestPoint; CrossRatio; Direction; Distance; Incircle; Intersect; IntersectRegion; Length; Line; Locus; Midpoint; Perimeter; PerpendicularBisector; PerpendicularLine; Point; PointIn; Polygon; PolyLine; Radius; ay; RigidPolygon; Sector; Segment; Slope; Tangent; Vertex
GeoGebra	AxisStepX; AxisStepY; ClosestPoint; ConstructionStep; Corner; DynamicCoordinates; Name; Object; SlowPlot; ToolImage
List	Append; Classes; Element; First; Frequency; IndexOf; Insert; Intersection; IterationList; Join; Last; OrdinalRank; PointList; Product; RandomElement; RemoveUndefined; Reverse; RootList; SelectedElement; SelectedIndex; Sequence; Sort; Take; TiedRank; Union; Unique; Zip
Logical	CountIf; If; IsDefined; IsInRegion; IsInteger; KeepIf; Relation; AreParallel; AreEqual; ArePerpendicular; AreConcurrent; AreConcyclic
Optimization	Maximize; Minimize
Probability	Bernoulli; BinomialDist; BinomialCoefficient; Cauchy; ChiSquared; Erlang; Exponential; FDistribution; Gamma; HyperGeometric; InverseBinomial; InverseCauchy; InverseChiSquared; InverseExponential; InverseFDistribution; InverseGamma; InverseHyperGeometric; InverseNormal; InversePascal; InversePoisson; InverseTDistribution; InverseWeibull; InverseZipf; Logistic; LogNormal; Normal; Pascal; Poisson; RandomBetween; RandomBinomial; RandomNormal; RandomPoisson; RandomUniform; TDistribution; Triangular; Uniform; Weibull; Zipf
Scripting	AttachCopyToView; Button; CenterView; Checkbox; CopyFreeObject; Delete; Execute; GetTime; HideLayer; InputBox; Pan; ParseToFunction; ParseToNumber; PlaySound; Rename; SelectObjects; SetActiveView; SetAxesRatio; SetBackgroundColor; SetCaption; SetColor; SetConditionToShowObject; SetCoords; SetDynamicColor; SetFilling; SetFixed; SetLabelMode; SetLayer; SetLineStyle; SetLineThickness; SetPointSize; SetPointStyle; SetSeed; SetTooltipMode; SetTrace; SetValue; SetVisibleInView; ShowAxes; ShowGrid; ShowLabel; ShowLayer; Slider; StartAnimation; UpdateConstruction; ZoomIn; ZoomOut
Spreadsheet	Cell; CellRange; Column; ColumnName; FillCells; FillColumn; FillRow; Row
Statistics	ANOVA; Classes; CorrelationCoefficient; Covariance; Fit; FitExp; FitGrowth; FitLine; FitLineX; FitLog; FitLogistic; FitPoly; FitPow; FitSin; Frequency; FrequencyTable; GeometricMean; HarmonicMean; Mean; MeanX; MeanY; Median; Mode; Percentile; Q1; Q3; RootMeanSquare; RSquare; Sample; SampleSD; SampleSDX; SampleSDY; SampleVariance; SD; SDX; SDY; Shuffle; SigmaXX; SigmaXY; SigmaYY; Spearman; Sum; SumSquaredErrors; Sxx; Sxy; Syy; TMeanEstimate; TMean2Estimate; TTest; TTest2; TTestPaired; Variance
Financial	FutureValue Command; PresentValue Command; Periods Command; Rate Command; Payment Command
Text	ContinuedFraction; FormulaText; FractionText; LetterToUnicode; Ordinal; RotateText; StandardForm; SurdText; TableText; Text; TextToUnicode; UnicodeToLetter; UnicodeToText; VerticalText
Transformation	Dilate (Enlarge); Reflect; Rotate; Shear; Stretch; Translate
Vector and Matrix	ApplyMatrix; CurvatureVector; Determinant; Identity; Invert; PerpendicularVector; ReducedRowEchelonForm; Transpose; UnitPerpendicularVector; UnitVector; Vector
CAS Specific	BinomialCoefficient; BinomialDist; CFactor; CSolutions; CSolve; Cauchy; ChiSquared; Coefficients; CommonDenominator; Covariance; Cross; Degree; Delete; Denominator; Derivative; Determinant; Dimension; Div; Division; Divisors; DivisorsList; DivisorsSum; Dot; Element; Expand; Exponential; FDistribution; Factor; Factors; First; FitExp; FitLog; FitPoly; FitPow; FitSin; GCD; Gamma; HyperGeometric; Identity; ImplicitDerivative; Integral; IntegralBetween; Intersect; Invert; IsPrime; Last; LCM; LeftSide; Length; Limit; LimitAbove; LimitBelow; Max; Mean; Median; Min; MixedNumber; Mod; NIntegral; nPr; NSolutions; NSolve; NextPrime; Normal; Numerator; Numeric; PartialFractions; Pascal; PerpendicularVector; Poisson; PreviousPrime; PrimeFactors; Product; RandomBetween; RandomBinomial; RandomElement; RandomNormal; RandomPoisson; RandomPolynomial; Rationalize; ReducedRowEchelonForm; RightSide; Root; SD; Sample; SampleSD; SampleVariance; Sequence; Shuffle; Simplify; Solutions; Solve; SolveODE; Substitute; Sum; TDistribution; Take; TaylorPolynomial; ToComplex; ToExponential; ToPoint; ToPolar; Transpose; Unique; UnitPerpendicularVector; UnitVector; Variance; Weibull; Zipf