

De la estimación aproximada de la magnitud a la conformación de la precisión, base del valor discreto numérico. Perspectiva desde dos campos del conocimiento. Neurociencias y Matemática Educativa

Ma. Herlinda C. **Martínez** de la Mora CINVESTAV México, D.F. hmartinez@cinvestav.mx

Resumen

El propósito del artículo es proponer otra explicación a las existentes actualmente en Neurociencias con respecto a la precisión numérica, para ello se utilizó el método analítico mediante el cual se examinaron datos de dicha disciplina y Matemática Educativa. Ya que, ello contribuirá a dilucidar la participación del número en el pensamiento matemático. La explicación propuesta es: cuando se comienza el aprendizaje numérico, durante el conteo, se realiza una impronta de precisiones concatenadas en el surco intraparietal, IPS, mediante la señalización a la vista. El aspecto a destacar es que los circuitos neuronales con los cuales venimos dotados como especie son los que se activan constantemente al ejercitarse durante la tarea de puntear, y paulatinamente se genera una conectividad neuronal que permite la precisión. Son estas precisiones concatenadas las que dan soporte a la regularidad aditiva unitaria que al articularse con la cifra darán contenido al valor discreto del número.

Palabras clave: neurociencias, matemáticas, numerosidad, numeral, número discreto.

Marco de Referencia

Desde las Neurociencias presentamos evidencias y algunas de las explicaciones existentes con respecto al procesamiento neuronal de la numerosidad heredado filogenéticamente en donde se registran dos particularidades relevantes: una de ellas es la valoración numérica aproximada y la otra es la percepción súbita de pequeñas colecciones. Aunado a ello, esta disciplina nos aporta información en cuanto a los sustratos neuronales que se activan cuando se manipula un número sin importar el formato de presentación, es decir; como secuencia de sonidos, como colección de

XIV CIAEM-IACME, Chiapas, México, 2015.

puntos, o el símbolo numérico, o cualquier otro. Desde ese referente es que se plantea el problema del valor discreto del número, para analizarlo definimos la concurrencia de dos ámbitos del conocimiento. Así utilizamos el punto de intersección de las Neurociencias, y Matemática Educativa. La teoría desde la cual orientamos la investigación es Matemática, particularmente como se define desde allí el valor discreto del número. A continuación presentamos información que proviene de los dos campos de conocimiento en el orden mencionado.

El tratamiento de la precisión en el número desde las Neurociencias

En el ámbito de las neurociencias se han presentado diferentes aproximaciones con respecto al tipo de procesamiento observado en el cerebro al discernir una numerosidad. Aquí cabe hacer alusión a la definición, que goza de cierto consenso en esta comunidad, referente a la numerosidad; este término específicamente distingue una cantidad numérica medible, es un aspecto de cualquier colección de objetos (Gelman & Gallistel, 1978, p.181), ello implica que es una propiedad de una colección.

Algunos investigadores, están de acuerdo en la existencia de un fenómeno que han denominado "subitizing" consistente en el reconocimiento súbito de pequeñas agrupaciones, este procesamiento abarca numerosidades pequeñas no mayores a tres —en algunos casos incluyen alguno más—. Otro tipo de procesamiento es referido como no verbal, mediante el cual se efectúan estimaciones numéricas, su rasgo característico es que es aproximado, y filogenéticamente compartido incluso con otras especies animales. Finalmente el que se observa durante el conteo con el uso de las palabras-número. Muchas de las investigaciones efectuadas con niños pequeños, tienden a dilucidar como participa el lenguaje en el aprendizaje numérico, esas investigaciones nos aportan información concerniente al proceso parsimonioso de la adquisición de las primeras palabras-número.

Stanislas Dehaene y Laurent Cohen detallan las regiones cerebrales que se activan cuando los sujetos codifican números. El modelo del triple código del procesamiento numérico emerge por la identificación de las regiones que participan y el tipo de codificación que cada una realiza, dependiendo de las demandas de la tarea. Además reconocen que la contribución de algunas de estas regiones es altamente específica y su función no puede ser transferida a otras regiones, como sucede para otros casos, al activarse la plasticidad neuronal. Los tres sistemas que componen el modelo se resumen a continuación.

Sistema de cantidad

El primero de ellos lo llaman sistema de cantidad, los autores lo describen como representación semántica no verbal, en dónde la representación analógica de las magnitudes numéricas se despliega como distribución de activación sobre una línea mental, lo cual implica relaciones entre números de tamaño y distancia. Este, proponen los autores, se ubica en el lóbulo parietal particularmente en el segmento horizontal de surco intraparietal IPS de los dos hemisferios cerebrales, se distingue también por mostrar comportamientos aproximados, antes de la escolaridad. (Dehaene, 1992; Dehaene & Cohen; 1996, citados por Dehaene, Piazza, Pinel, & Cohen, 2003, p. 488).

Sistema de procesamiento verbal de los números

El segundo sistema lo distinguen de los otros porque está dedicado al procesamiento verbal de los números: en un formato léxico, fonológico y sintáctico, muchas veces aludido como

secuencia de palabras- número, (desde otras explicaciones). Las áreas neuronales que se activan para procesar esta modalidad probablemente depende del lóbulo frontal y lóbulo temporal (Dehaene, 1992, citado por Hubbard, Piazza, Pinel & Dehaene, 2005, p.440) y añaden pormenorizando el circunvolución angular GA en conexión con la región perisilvana del hemisferio izquierdo, (Dehaene, 1992; Dehaene & Cohen; 1996, citados por Dehaene, *et al*, 2003, p. 487-488).

Procesamiento visual del sistema numérico

El tercer y último código implicado es el correspondiente al formato visual, aquí los números son representados como cuerdas de numerales arábigos. Los autores sugieren que este último es procesado por la sección ventral-occípito-temporal de ambos hemisferios (Dehaene, 1992; Dehaene & Cohen; 1996, citados por Dehaene, *et al*, 2003, p. 488)

La zona neuronal que codifica la semántica del número

Con respecto a la representación semántica del número que propone S. Dehaene, es relevante enfatizar la región neuronal que el autor reconoce como sede de la semántica del número. "El IPS codifica el significado de la cantidad abstracta del número, más que los símbolos en sí mismos" (Dehaene, *et al*, 2003, p. 492). Dehaene y otros hacen la siguiente observación:

"El efecto de interferencia numérico-espacial puede tener su origen en el hecho de que la región intraparietal, activa durante el procesamiento del número y el cálculo, está muy cercana y a menudo se traslapa con zonas dedicadas a la codificación de las dimensiones espaciales como tamaño, ubicación, y dirección de la mirada" (Hubbard et al, 2005; Pinel et al, 2004; Simon et al, 2002, citados por Dehaene, 2009a, p.251).

La propuesta de que la semántica del número es un dominio determinado biológicamente se funda en tres criterios; el primero es la facultad encontrada en animales para manipular numerosidades y efectuar cálculos elementales, el segundo es que los bebes humanos presentan también capacidades parecidas a ese procesamiento numérico elemental de los animales, incluso antes de desarrollar el lenguaje, y cuyo comportamiento es aproximado, para las colecciones no capturadas por el llamado subitizing. Y tercero, que el procesamiento numérico se despliega en algunos circuitos neuronales particulares, que se han identificado a través de replicar su activación neuronal con diferentes métodos de estudio como; estimulación cerebral, neuroimagenes y neuropsicológicos (Dehaene, *et al.*, 2003).

En el modelo de triple código se propone que la representación numérica puede dar contenido semántico en una modalidad independiente del lenguaje, por otro lado, asume que el número es una entidad propiedad de la colección del mundo externo y en ese sentido es susceptible de aprehenderse, de codificarse mediante un discernimiento de las colecciones expuestas a la vista. Cualquier tipo de tarea que implique un procesamiento numérico activa el IPS, enfatizamos, cualquier tratamiento de cualquier tipo de cantidad, o magnitud provoca la activación del llamado sistema numérico aproximado.

Sin embargo, desde este tipo de planteamiento, la cuestión del valor discreto del número queda sin posibilidades de ser explicado. Y dado que este valor es una creación cultural es susceptible de aprenderse, y por lo tanto de generar conexiones neuronales, precisamente en esta región del IPS. Con respecto a ello, es necesario aludir al siguiente dato, Hubbard. Piazza, Pinel, y Dehaene develan un ámbito intrincado al proponer que "las interacciones numérico-espaciales

se fundan desde circuitos parietales comunes para la atención del espacio externo y la representación interna del número" (Hubbard. Piazza, Pinel, Dehaene, 2005, p.435). Precisamente dichos circuitos que atienden el espacio externo y el interno son un punto relevante al cual atender para generar la precisión necesaria para el valor discreto del número. A ello regresaremos en el apartado dedicado a la discusión.

Con base en la información presentada en relación a las experimentaciones que provocan activaciones en el IPS y por la perspectiva asumida de observar, el procesamiento numérico, desde su determinación biológica, se llevó a sugerir que el sistema numérico aproximado, ANS, por su propia naturaleza no puede dar cuenta de la exactitud en el número. Por ello Brannon presenta afirmaciones como la siguiente; el tipo de comportamiento allí encontrado ha conducido a plantear que el ANS no proporciona ningún soporte a la precisión que se identifica claramente en el empleo de los símbolos numéricos. (Brannon, & Merritt, 2010, p.210)

Por su parte Spelke nota que el ANS es fundamento para el sistema simbólico, pero señala dos inconvenientes —mencionamos el que aquí interesa—.

"El sistema, sobre todo, es fundamento para el aprendizaje de los símbolos matemáticos, Sin embargo, el sistema tiene limitantes. Primero, este es impreciso y por lo tanto falla para dar soporte a representaciones tales como *exactamente siete*. [...], el ANS falla para representar explícitamente entidades individuales que comprenden la colección cuyo valor cardinal es aproximado, y no logra captar la operación fundamental de adicionar uno a la colección" (Spelke, 2010, p. 294).

Bajo las dos anteriores perspectivas mencionadas, la de Brannon y la de Spelke, parecería que el sistema de aproximación numérica cuya sede neuronal es el IPS, no podría dar soporte a la precisión numérica, no obstante algunos autores han reconocido que el conteo y el aprendizaje de los símbolos numéricos, provoca un efecto de exactitud. Una explicación es la expuesta por Piazza.

Piazza, sostiene que un subconjunto de neuronas parietales que previamente codifican números aproximados experimentan un proceso de afinación perceptual gobernada por la ley de Weber, una especie de refinamiento durante la adquisición numérica-simbólica de tal manera que la cantidad numérica a la que se accede por números simbólicos es codificada con mayor precisión mediante un modo cuasi–categórico (Vergus & Fias, 2004, citados por Piazza, 2010, p.274). Así, un paso crucial hacia la construcción de la representación de números exactos se alcanza cuando los niños comprenden los principios del conteo, gracias a lo cual ellos pueden representar la cuantificación exacta de la numerosidad de los conjuntos, remontando la baja resolución del ANS. Piazza también afirma:

"la adquisición de los símbolos numéricos no consiste simplemente en un directo mapeo entre el núcleo del sistema parietal para la numerosidad y el símbolo para el número, implica profundos cambios en la red cerebral del procesamiento de la numerosidad" (Piazza, 2007, citado por Piazza & Izard, 2009, p.271).

Como consecuencia del desarrollo de las representaciones lingüísticas se pueden observar cambios.

"Estos cambios principalmente consisten en un progresivo refinamiento de la representación de los símbolos numéricos, en particular, en el hemisferio izquierdo. Primero durante el desarrollo, hay un cambio progresivo de predominancia del HIPS derecho hacia una implicación bilateral del procesamiento numérico tanto simbólico

como no-simbólico" (Ansari, et al, 2006; Cantlon, et al, 2006; Piazza, et al, 2007; Izard, et al, 2008a, citados por Piazza & Izard, 2009, p.271).

Entonces, Piazza propone que ANS es susceptible de admitir exactitud. Este sentido de apreciar la posibilidad de precisión en el IPS es relevante, ya que, en la perspectiva asumida por Piazza, se sostiene la posibilidad de formar agudeza para conseguir un efecto de precisión, a través de la discriminación de las cantidades. (Piazza, 2010, p.271). Piazza explica que mediante los principios del conteo y el aprendizaje de los dígitos se provoca un efecto de afinación en el Sistema Numérico Aproximado cuya región neuronal se localiza en el IPS, y que está gobernado por la Ley de Weber. Aunque, reconoce la autora, aún es una interrogante ¿Cómo es que ello sucede? (Piazza, 2010).

También Brannon reconoce la necesidad del sistema simbólico para la precisión

"Sin tal sistema numérico simbólico, los animales están limitados a una representación difusa sostenida por el ANS. Consecuentemente, el ANS permite una mucho más rápida y exacta discriminación entre dos de cuatro [numerosidades], que entre 32 de 34" (Brannon, 2010, p.210).

Esa discriminación está valorada por la ley de Weber, esto es, bajo el enfoque de medir el umbral de percepción de las numerosidades.

En cuanto al símbolo indo-arábigo, en Neurociencias el modelo del triple código, así como otras investigaciones, señalan la circunvolución angular, GA como una región neuronal activada al leer una cifra numérica, el dato es relevante pues se ha asociado al procesamiento simbólico la posibilidad de exactitud, pero la relación con el IPS se explica, desde esta aproximación, únicamente a nivel de mapeo (si bien se reconoce la existencia de cambios a profundidad de la red neuronal). Así lo expresa Piazza

"Durante la infancia temprana a través del conteo y el "subitizing" los símbolos del número son progresivamente mapeados sobre el núcleo de la representación de la cantidad numérica" (Piazza & Izard, 2009, p.271).

Al respecto la explicación que presenta S. Dehaene es que la introducción de la representación simbólica puede llevar a afinar la precisión, como mapeo en una linearización numérico-espacial (Dehaene, 2009b).

Esto último es una de las controversias con respecto a ¿Cómo se procesa el número por el cerebro? ¿Cómo se logra esa precisión?, ¿De qué depende conformar el entramado que de soporte al valor discreto del número? Ello se observa también en el punto de vista siguiente, lo explicitamos porque alude al aspecto discreto del número, aunque este implícito.

"El conteo y las mediciones desarrolladas mediante la educación, más que el lenguaje hablado, pueden jugar un rol crucial para conseguir el número exacto, un cambio conceptual cuyos fundamentos probablemente implican el surco intraparietal izquierdo" (Nieder & Dehaene, 2009, p.199).

Cabe destacar que en las referencias citadas se presupone el discernimiento del número de una colección presentada a la vista y desde allí se valora el grado de exactitud. Sin embargo, aquí observaremos otra forma de aludir a la precisión en el IPS, en ella residirá el valor discreto del número, para lo cual presentamos una selección de investigaciones que registran el trayecto del aprendizaje del número durante los primeros pasos. Ahí se podrá apreciar, en ciertas ejecuciones

de tareas que presumiblemente activan el IPS y cuyo resultado refiere una singular impresión de precisión, generando en el IPS el entramado que da soporte al valor discreto del número.

La precisión durante el curso del aprendizaje del número

Las investigaciones efectuadas en los 80'del siglo pasado hacen una detallada descripción, desde diferentes enfoques, del trayecto del aprendizaje del número. Es destacable que entre esas investigaciones con marcos de referencia distintos se encontraron algunos comportamientos reiterados en los alumnos cuando se aprenden los números.

De entre ellos, seleccionamos los que indican los primeros pasos del aprendizaje del aspecto discreto del número. Este aspecto en particular —en las investigaciones de entonces— se encuentra implícito en la tarea de conteo. Aquí, presentamos algunas perspectivas que se han actualizado a través de las explicaciones presentes en el ámbito de las Neurociencias.

Para Fuson hay una creciente integración entre la secuencia, el conteo y el significado del cardinal. Ella distingue dos fases en la adquisición y elaboración del numeral—número. De esta forma ya no centra su interés en la referencia al conteo de los objetos concretos, aunque lo implique; más bien se ocupa de distinguir y subrayar las relaciones de orden y cardinalidad, y los categoriza.

En la fase de adquisición de la secuencia de los primeros numerales; durante los primeros intentos, el niño puede repetir un numeral, o dejar algún objeto sin contar, o contarlo dos veces, o proseguir el conteo ya agotados los objetos. La fase de adquisición atiende a la "recitación" de los numerales como secuencia convencional en coordinación con los objetos contados. En la fase de elaboración la autora pormenoriza cinco niveles: El nivel de cuerda, de cadena irrompible, de cadena des integrable, de cadena numerable, Nivel de cadena bidireccional. (Fuson, 1988).

La autora enfatiza el papel que desempeña las palabras-número en la integración de la secuencia, el conteo y el significado del cardinal. El modelo de integración que propone Fuson y el modelo de triple código de S. Dehaene presentan un cierto paralelismo, ciertamente es una de las referencias que emplea S. Dehaene, en la secuencia de números arábigos como cuerda y en el aspecto verbal del número, esto es, el conteo mediante el empleo de palabras-número.

Por su parte, con un enfoque diferente, Gelman y Gallistel destacan cinco principios del conteo. El principio; de correspondencia uno a uno, de orden estable, de cardinalidad, de irrelevancia del orden y el de abstracción. Los dos primeros principios, según estos autores, emergen en niños desde la edad de dos años, con respecto a conjuntos restringidos a dos o tres elementos. La asociación numeral-objeto genera el principio de correspondencia uno a uno, en cuanto al principio de orden estable refiere el orden en la secuencia de numerales. El principio de cardinalidad, lo observan más tarde, alrededor de los tres años, e indica el último de los objetos contados en una colección. El principio de irrelevancia del orden es ya muy descriptivo, dada una colección el orden en el que son contados los objetos es irrelevante. El principio de abstracción es un atributo a aplicar en cualquier tipo de conjuntos. (Gelman & Gallistel, 1978; citados por Siegler, 2003, p.220).

En el modelo de conteo de Gelman y Gallistel el principio de correspondencia uno a uno se divide en dos procesos partición y etiquetación, el primero refiere procedimientos de tipo atencional pues atiende a los objetos que ya han sido contados y los que faltan por contar. Pero también atiende al acto de señalar; el cual es mental (cuando el niño lo ha interiorizado) o física cuando todavía el individuo desplaza los objetos que ya fueron contados para separarlos de los

que faltan de contar (Gelman y Gallistel, 1978, citados por Bermejo, p.61) Es relevante que tanto Gelman y Gallistel, como Maza aluden al acto de señalar como parte de la condición para la correspondencia uno a uno.

Al acto de señalar durante el conteo se le atribuyen diversas finalidades o efectos uno de ellos es liberar capacidad de la memoria de trabajo. Schaeffer, Eggleston y Scott sostienen que el acto de señalar es una regla mnemónica que todos los niños emplean espontáneamente durante el aprendizaje del conteo. (Schaeffer, Eggleston y Scott, 1974; citados por Bermejo, 1990, p.73) Por su parte, Briars y Siegler distinguen que, los niños alrededor de los tres años creen que el acto de señalar refiere un conteo correcto. Años después, a los 5 años aproximadamente descubren que lo importante es la correspondencia misma. (Briars y Siegler, 1984; citados en Bermejo. 1990, p.72).

Fuson también reconoce en los actos de indicación, señalamientos efectuados durante la correspondencia uno a uno, entre las palabras dispuestas en el tiempo y los objetos situados en el espacio. El acto de señalar para la autora supone una interiorización progresiva al igual que la emisión de numerales. En esta progresión se transita de tocar los objetos, a señalarlos de cerca para después tocarlos únicamente con la mirada (Fuson, 1988).

En un estudio realizado por Bermejo, Lago y Rodríguez, con niños de preescolar de dos grados distintos: 1° con niños de edades fluctuantes entre 4 y 5 años y el otro grupo con pequeños de edades entre 5 y 6 años, en donde la tarea consistió en contar filas de 5, 9, 16, y 23 objetos. Se reporta que los niños pequeños requerían señalar los objetos en el 91, 67 % y de este grupo de edad solamente el 5.21% utilizó únicamente la mirada. En cambio, con respecto al grupo de niños de entre 5 y 6 años, el empleo de la mirada sin señalar creció, observado en el 32, 29 % de los eventos. Sin embargo, el señalamiento es aún necesario, así lo registran con el 66, 67% de los casos (Bermejo, Lago y Rodríguez, 1986; citados por Bermejo, 1990, pp.71 - 72).

El acto de señalar y su posterior ejecución con la mirada únicamente es un aspecto del conteo, que en esta investigación después del análisis efectuado, condujo a determinar el aspecto discreto del número, como el objeto a analizar. Otro aspecto igualmente fundamental es la operatividad que se genera mediante el conteo. A este respecto aludimos a algunos autores que con anterioridad han notado y descrito el atributo aditivo involucrado en el conteo.

En este orden de ideas, Miyamoto y Gimbayashi, fusionan directamente el conteo con la operación, de tal forma que hacen referencia a un principio de conteo, donde este es directamente operación aditiva. (Miyamoto y Gimbayashi, 1983; citados por Bermejo, 1990, p.108). Por su parte Gil refiere el conteo directamente articulado a las operaciones de adición y sustracción (Gil, 2005).

Bermejo expone que los niños utilizan diferentes estrategias cuando efectúan adiciones, explica que ellos necesitan usar algún procedimiento de registro para dar consecución al conteo.

"A este respecto, algunos autores (Baroody, 1987; Baroody y Ginsburg, 1986; Bermejo y Lago en prensa; Bermejo & Rodríquez, 1987b, en prensa; Carpenter & Moser, 1982, 1983, 1984; Fuson, 1982, 1988a; citados en Bermejo, 1990, p.129) señalan que la mayoría de los niños usan sus dedos para registrar el número de pasos que se incrementan en la secuencia de conteo. Así mismo cuando el conteo se produce mentalmente, parecen usar ciertos ritmos físicos, como por ejemplo movimientos de cabeza".

Bermejo también alude a algunas investigaciones que registraron el tránsito de la estrategia de contar todo a la estrategia de contar a partir de uno de los sumandos. Aunque el dato proviene de aspectos que refieren la operación de sumar, ellos de hecho no son ajenos a la propia elaboración del entramado neuronal que subyace al valor numérico discreto.

"En esta línea, Groen Y Resnick, 1977 [citados por Bermejo, 1990] afirman que los preescolares utilizan espontáneamente el procedimiento de contar a partir de uno de los sumandos, después de 12-20 semanas de entrenamiento. (Carpenter y otros, 1981; Houlihan y Ginsburg, 1981; Ilg y Ames, 1951; Saxe, 1982; y Secada, 1982; citados por Bermejo, 1990, p.131) entre otros, obtienen resultados similares".

Por otra parte, Gérard Vergnaud distingue que hay principalmente dos ideas asociadas al fundamento del concepto primitivo de número ellas son: el cardinal como medida de cantidades discretas y la adición que da al número sus propiedades distintivas. (Vergnaud, G., 1991, p.272)

Resultados

El trabajo cualitativo inicial consistió en precisar la perspectiva desde dónde se realizaría el análisis. La definición del punto de vista como intersección de dos campos de conocimiento, permite develar algunos aspectos no evidentes desde otras aproximaciones. El determinar cuáles ámbitos del conocimiento era necesario referir fue producto de análisis, mismo que condujo a discernir aquello que era necesario traer a cuenta, así, por un lado se necesitaban los datos aportados por las Neurociencias ya que estos contribuyen con una fuente de evidencias concerniente a las activaciones neuronales existentes cuando se realizan tareas numéricas actualmente hay polémica en ese ámbito en relación a dónde y cómo se procesa la semántica del número—. Además, con respecto al número y su aprendizaje, en Matemática Educativa se tiene un acervo en donde hay registros del comportamiento de los estudiantes durante el trayecto del aprendizaje de las Matemáticas, este espectro amplio y especializado en la Educación Matemática, aporta un marco pertinente para valorar las explicaciones propuestas desde las Neurociencias en relación al tratamiento cerebral del número, y por último la teoría que orienta el análisis del objeto de estudio, está sujeta de forma natural a las Matemáticas —en tanto esta disciplina aporta las entidades a representar por el cerebro—, particularmente Teoría del Número, Esta teoría si bien orientó el análisis, quedó implícito su tratamiento.

Para iniciar distinguimos el valor discreto del número, como producto de ejercitaciones en tareas específicas. A diferencia de la numerosidad que puede ser percibida de forma súbita, o aproximada, e incluso de la serie numérica en la cual, si bien, se sigue la secuencia de palabras-número como recitación, ella aún no tiene contenido que le dote de significado. (durante los primeros años de la infancia).

Proponemos que hay precisiones concatenadas que se van conformando en el IPS mediante hechos de marcación, estos son puntualizaciones que los niños realizan, cuando efectúan tareas elementales con colecciones, estos hechos de marcación pueden ser: señalar el objeto contado, o llevar el registro con los dedos, o con ritmos indicados por el golpeteo con el pie o movimientos de la cabeza. Dichos hechos de marcación, son mencionados por Fuson como actos de indicación, por su parte Gelman y Gallistel los distinguen como elemento del principio de correspondencia uno a uno y finalmente los otros autores citados reconocen esta reiteración durante los primeros pasos del aprendizaje numérico. La descripción que cabe enfatizar, para el análisis aquí efectuado, es la presentada por Bermejo. Allí destaca, el seguimiento únicamente

con la mirada, en un periodo posterior al efectuado durante los hechos de marcación. Aunado a ello, Fuson reconoce este siguiente paso como, "tocar con la mirada".

Uno de los aspectos básicos del número es el valor discreto, en este artículo este es el objeto de análisis. Diferimos del planteamiento de Vergnoud en relación a aludir a un concepto primitivo del número. La discrepancia reside en que el concepto implica necesariamente las áreas del lenguaje, en donde se hace explícita la idea que se tiene de un determinado objeto. Así por ejemplo, se puede decir que alguien tiene el concepto de número como cantidad. Este es un concepto —estamos de acuerdo— pero no sostiene completamente aquello que es un número.

La propuesta de explicación de cómo se conforma el entramado neuronal que da soporte al valor discreto del número dilucida y permite evidenciar que estamos ante tratamientos distintos; uno muy particular para el concepto y otro para contener la operatividad asociada al número; en un principio como aditividad, misma que está completamente imbricada en la particular elaboración de precisiones concatenadas que darán soporte al valor discreto del número.

Así, el valor discreto del número depende de las ejercitaciones en tareas específicas que involucran el conteo, pero a diferencia de otras aproximaciones en las cuales le dan un peso mayor a la palabra-número, o la serie numérica, aquí destacamos el efecto de hacer marcaciones precisas, en muchas ocasiones mediante el señalamiento con la mano, o el registro con los dedos. Este efecto se observa después, cuando se puede prescindir de estas marcaciones para seguir cada precisión con la mirada solamente. La propuesta es; que el seguimiento hecho únicamente con la mirada, es un dato que nos informa sobre esa impronta de precisión en el IPS, es decir, en esa región neuronal asociada al sistema numérico aproximado.

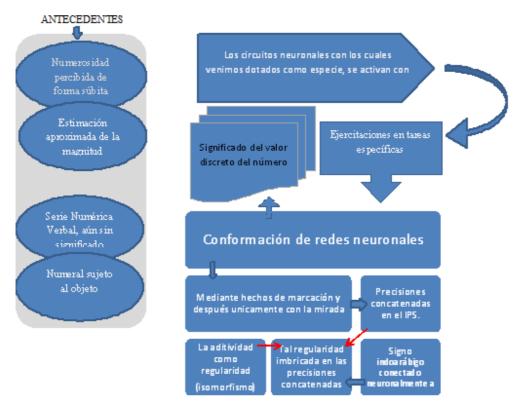


Figura1.

Esquema del significado del número discreto.

En muchas ocasiones se explica el hecho de contar a partir del sumando mayor como una estrategia más económica que involucra un mejor desempeño. La explicación que nosotros sugerimos — desde el orden de ideas que hemos presentado— es que ese mejor desempeño es consecuencia del entramado neuronal elaborado en el IPS, mediante los hechos de marcación, entonces el niño cuenta con el recurso neuronal que le permite desplazar el comienzo del conteo a cualquier valor discreto, es decir, a la precisión que contiene el valor absoluto sustentado por un entramado neuronal.

Cabe indicar; antes de que el niño inicie a mostrar comportamientos evidentes de hechos de marcación, hay un recorrido anterior, en el cual un adulto ante la vista del pequeño hace señalamientos a los objetos acompañados de una palabra-número cada que puntúa sobre ellos. Posteriormente, los hechos de marcación efectuados por el niño, no necesariamente requieren estar expuestos a la vista, sin embargo, lo está uno de los más descollantes, el de señalar.

El conteo que emplea nada más que la mirada para dar consecución a la siguiente precisión concatenada, es indicador de la activación del IPS que ya está en capacidad de dar consecución exacta, sin tener que acudir a señalar. El soporte de esta propuesta lo encontramos en el dato proporcionado por Hubbard y otros, en relación a que las interacciones numérico-espaciales comparten circuitos parietales comunes para atender el espacio externo y la representación interna. Ahora las precisiones concatenadas expuestas a la vista, necesariamente siempre exhiben regularidad aditiva desplegada en una estructura sea esta acumulación en un punto o como aumento lineal.

Para generar el entramado neuronal que dará soporte al signo como cifra numérica, se necesita presentar a la vista una cantidad y el signo indo-arábigo simultáneamente, es decir, indicar directamente la cifra y la colección. Esta tarea, activará una de las precisiones concatenadas, es decir, una de las entidades discretas (dependiendo de la cantidad en la colección), para ello empleará el recurso neuronal ya elaborado por las tareas antes expuestas. Y activará una región más el GA, región que se activa cuando se lee un digito.

Una vez establecido el vínculo entre signo y la precisión distintiva de un cierto valor aditivo, es decir, una red neuronal entramada entre el GA y el IPS el niño está en condición de dar significado a la cantidad signada. Así la cifra tiene esta característica, que ya entramada tal red neuronal se activará el IPS de manera automática y expedita, al sencillamente, ver un signo, este ya no es numeral (cuyo valor se encuentra sujeto a un objeto en particular), ya que porta significado específico de una determinada precisión aditiva, de una determinada entidad discreta. Todo ello da pauta para distinguir: entre numerosidad, numeral, número discreto. Este último con pleno significado de expresar un número entero, no obstante, un número aún elemental.

Proponemos que las precisiones concatenadas conllevan iteración aditiva unitaria, cada una de las adiciones unitarias son isomorfas entre ellas, con lo cual conforman operatividad estructurada, ya que la concatenación refiere linearidad o acumulación en un punto. La operatividad estructurada se erige conforme se despliega regularidad. La regularidad de la adición unitaria, isomorfas entre cada una de las adiciones, es el rasgo fundamental y singular que se manifiesta en las precisiones concatenadas. Con ello vinculado al signo, obtenemos un número discreto.

Conclusión

El análisis desde la perspectiva presentada, permitió focalizar el problema de investigación en la regularidad aditiva del número durante los primeros pasos en la escolaridad, esta se devela como una preparación indispensable para dar significado al número discreto. Las tareas que forman precisiones concatenadas en el IPS, darán soporte neuronal al valor discreto del número. Esta última es la hipótesis propuesta.

Tal hipótesis tiene dos componentes imprescindibles: por un lado, se requiere de los hechos de marcación, coordinados con la vista, ya que, estos propician un impacto de precisiones concatenadas en el IPS. Uno de los datos comportamentales relevantes para hacer tal afirmación, es que los hechos de marcación preceden necesariamente al seguimiento únicamente con la mirada durante tareas de conteo, como lo registra Bermejo. Entonces, la conducta de los alumnos durante el conteo de dar consecución solamente con la mirada es indicador de la impronta neuronal en el IPS. El otro componente es; esas precisiones concatenadas no son arbitrarias, esas concatenaciones se encuentran reguladas por el aumento, N+1, en donde cada uno de los aumentos son isomorfos entre ellos, y generan estructura, sea como linearidad o como acumulación en un punto.

La consecuencia es que esas precisiones distintivas conforman el fundamento de la entidad discreta del número sustentadas en activaciones neuronales específicas, en tanto tales precisiones son el aspecto manifiesto de la regularidad de adiciones iteradas, isomorfas entre cada una de ellas, esto es, una preparación que precede al aprendizaje signado de la cifra. Una vez conformada esta red neuronal; mediante tareas posteriores, durante el aprendizaje del signo, se articulará el significado exacto, así entramado, a un cifra específica.

Cabe destacar que el significado exacto que hemos mencionado involucra la regularidad de la adición unitaria, isomorfas entre cada una de las adiciones, este es el rasgo fundamental y singular que manifiestan las precisiones concatenadas, ya que la regularidad estructura. Con la articulación al signo, se consigue lo que hemos llamado número discreto.

Referencias y Bibliografía

- Ansari, D. (2008). Effects of development and enculturation on number representation in the brain. *Nature* 9, 288-291. Recuperado de http://www.nature.com/reviews/neuro
- Bermejo, V. (1990). El niño y la aritmética. Instrucción y construcción de las primeras nociones aritméticas. España: Paidos
- Branoon, E. M., & Merritt, D. (2010). Evolutionary Foundations of the Approximate Number System. En: S. Dehaene, & E. M. Brannon (Eds.) *Space, Time and Number in the Brain. Searching for the Foundations of Mathematical Thought* (pp.207-224). Canada: Elsevier. doi: 10.1016/B978-0-12-385948-8.00014-1.
- Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, Ph., & Cohen, L. (2003). Three parietal circuits for number processing. *Cognitive Neuropsychology*, 20(3/4/5/6), 487-506. doi:10.1080/02643290244000239.
- Dehaene S. (2009a). Origins of mathematical intuitions: the case of arithmetic. *Academy of Sciences*, 1156, 232-259. New York doi: 10.1111/j.1749-6632.2009.04469.x.
- Dehaene, S. (2009b). The case for a notation-independent representation of number. *Behavioral and Brain Sciences*, *32*, 333-335. doi: 10.1017/S0140525X09990033.
- Fuson, K.C. (1988). Children's Counting and Concepts of Number. USA: Springer-Verlag.
- Gelman, R. & Gallistel, C. R. (1986). *The Child's Understanding of Number*. Cambridge, Massachusetts USA and London England, Harvard University Press,

- Gil Ruiz, N. (2005). El papel del conteo en la enseñanza y el aprendizaje del número natural, en el niño de seis años (Tesis de Maestría inédita). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México, D.F.
- Hubbard, E.M., Piazza, M., Pinel, Ph., & Dehaene, S. (2005). Interactions between number and space in parietal cortex. *Nature Reviews Neuroscience*, 6, 435-448. doi: 10.1038/nrn1684.
- Nieder, A., & Dehaene, S. (2009). Representation of Number in the Brain The *Annual Review of Neuroscience*, 32, 185–208. doi:10.1146/annurev.neuro.051508.135550
- Piazza, M., & Izard, V. (2009). How Humans Count: Numerosity and the Parietal Cortex. *The Neuroscientist*, *15*(3), 261–273. doi: 10.1177/1073858409333073.
- Piazza, M. (2010). Neurocognitive Start-Up Tools for Symbolic Number Representations. En S. Dehaene, & E. M. Brannon (Eds.), *Space, Time and Number in the Brain. Searching for the Foundations of Mathematical Thought* (pp. 267- 285). Canada: Elsevier doi: 10.1016/B978-0-12-385948-8.00017-7.
- Siegler, R.S. (2003). *Implications of Cognitive Science Research for Mathematics Education*. En J. Kilpatrick, W. B. Martin, & D. E. Schifter (Eds), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 219 233). Reston, V. A: National Council of Teachers of Mathematics.
- Spelke, E. S. (2010). Natural Number and Natural Geometry. En: S. Dehaene & E. M. Brannon (Eds.), *Space, Time and Number in the Brain. Searching for the Foundations of Mathematical Thought,* (pp. 287-317). Canada: Elsevier. doi: 10.1016/B978-0-12-385948-8.00018-9.
- Vergnaud, G. (1991). L'appropriation du concept de nombre: un processus de longue haleine. En J. Bideaud, CI. Meljac & J. P. Fischer (Eds.), *Les Chemins du Nombre* (pp. 271-282). Francia: Presses Universitaires de Lille.