



Vinculación de la matemática con administración mediante problemas contextualizados

Verónica **Neira** Fernández
Pontificia Universidad Católica del Perú-PUCP
Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas
Perú
vneira@pucp.pe
Jesús V. **Flores** Salazar¹
Pontificia Universidad Católica del Perú/IREM-PUCP
Perú
jvflores@pucp.pe
Patricia **Camarena** Gallardo
Instituto Politécnico Nacional
México
pcamarena@ipn.mx

Resumen

El objetivo de esta comunicación es identificar algunas deficiencias que presentan los estudiantes al modelar problemas contextualizados de la matemática en el contexto de la administración, mediante sistemas de ecuaciones lineales con dos variables. Nuestro marco teórico es la Matemática en el Contexto de las Ciencias (MCC) centrándonos en la Fase Didáctica de la teoría y como metodología recurriremos a la metodología propia de la Fase Didáctica. Nuestra investigación se realizó con nueve estudiantes del primer año de Ciencias Administrativas de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas de Lima-Perú. Se elaboraron tres paquetes con problemas contextualizados, los cuales están estructurados según la categorización de problemas que se explica en la teoría. Como uno de los resultados señalamos la importancia de la etapa de la traducción del lenguaje natural al lenguaje matemático para la modelación de problemas que vinculan la matemática con la administración mediante sistemas de ecuaciones lineales con dos variables.

Palabras clave: matemática contextualizada, modelación, categorización, problemas contextualizados, administración.

¹ Pos-doctorado en el Programa de Estudios Pos-graduados en Educación Matemática de la Pontificia Universidad Católica de Sao Paulo. PDJ-CNPq/Brasil.

Introducción

A partir de nuestra experiencia observamos que los estudiantes del curso de Matemáticas Básicas del primer año de Ciencias Administrativas de una Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas de Lima, Perú, muestran dificultades en la modelación de sistemas de ecuaciones lineales no homogéneos con dos variables, es decir, cuando se les presenta un problema matemático contextualizado en la administración para que elaboren el sistema de ecuaciones lineales no homogéneo asociado al problema.

En vista de esta problemática, se investigaron algunos problemas que se encontraban en su libro texto “Nivelación Matemática para Administradores” que se utiliza en la Universidad Peruana de Ciencias y Aplicadas, estos problemas fueron clasificados según la categorización de problemas contextualizados de la teoría Matemática en el Contexto de las Ciencias.

Marco teórico

Para llevar a cabo esta investigación tomamos aspectos de la Teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias (MCC) desarrollada por Camarena (1984) y para analizar algunos conflictos cognitivos de los estudiantes utilizaremos la Teoría de Registros de Representaciones Semióticas de Duval (1999). Además de la teoría presentamos la metodología didáctica propia de la MCC.

La Teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias es una línea de investigación establecida desde hace treinta años en México. La filosofía educativa de esta teoría es que el estudiante esté capacitado para hacer la transferencia del conocimiento de la matemática a las áreas que la requieren y con ello las competencias profesionales y laborales se vean favorecidas. Esta teoría contempla cinco fases:

1. Fase curricular iniciada desde 1982.
2. Fase epistemológica que se aborda desde 1988.
3. Fase docente definida desde 1990.
4. Fase cognitiva desarrollada desde 1992.
5. Fase didáctica que se establece desde 1987.

En este trabajo nos enfocaremos en la fase didáctica, ya que nos interesa elaborar una propuesta didáctica para mejorar el aprendizaje en el modelamiento de problemas de matemáticas contextualizados en la administración mediante sistemas de ecuaciones lineales con dos variables. Este trabajo fue aplicado a estudiantes que culminaron el primer año de estudios en la carrera de Administración y por ello sólo utilizaremos la primera etapa de esta Fase.

Fase didáctica

Esta fase contempla un modelo didáctico para el desarrollo de las competencias profesionales referidas a la resolución de problemas contextualizados, con ello pretende fomentar el desarrollo de las habilidades para la transferencia del conocimiento, éste incluye tres etapas (Camarena, 2000):

1. Usar la estrategia didáctica de la Matemática en Contexto en el ambiente de aprendizaje.
2. Implantar cursos extracurriculares en donde se llevan a cabo actividades para el desarrollo de habilidades del pensamiento, habilidades meta cognitivas y habilidades para aplicar heurísticas al resolver problemas, así como actividades para bloquear creencias negativas.

3. Implantar un taller integral e interdisciplinario en los últimos semestres de los estudios del alumno, en donde se resuelvan eventos reales de la industria.

A continuación se presentará en la tabla 1, las características de la primera etapa (Camarena, 2000):

Tabla 1

Primera etapa de la Fase didáctica

Primera etapa	Características
Uso de la estrategia didáctica de la Matemática en Contexto.	<ul style="list-style-type: none"> • Planteamiento del problema de las disciplinas el contexto o vida cotidiana (problemas reales). • Determinación de las variables y de las constantes del problema. • Inclusión de los temas y conceptos matemáticos necesarios para el desarrollo del modelo matemático y la solución del mismo. • Determinación del modelo matemático. • Solución matemática del problema. • Determinación de la solución requerida por el problema en el ámbito de las disciplinas del contexto. • Interpretación de la solución en términos del problema y área de las disciplinas del contexto. • Presentación de una matemática descontextualizada.

Fuente: Tesis Neira (2012)

En la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias se concibe a la modelación matemática como *el proceso cognitivo que se tiene que llevar a cabo para llegar a la construcción del modelo matemático de un problema u objeto del área del contexto* (Camarena, 2009).

Este proceso cognitivo consta de tres momentos, los que constituyen los indicadores de la modelación matemática:

1. Identificar variables y constantes del problema, se incluye la identificación de lo que varía y lo que permanece constante, tanto implícito como explícito.

2. Establecer relaciones entre éstas a través de los conceptos involucrados en el problema, implícita o explícitamente, ya sean del área de la matemática o del contexto.

3. Validar la “relación matemática” que modela al problema, lo cual se hace a través de regresarse y verificar que involucre a todos los datos, variables y conceptos del problema. Dependiendo del problema, algunas veces se puede validar el modelo matemático a través de ver si la expresión matemática predice la información otorgada o la información experimental. En otros casos, para validar el modelo, es necesario dar la solución matemática para ver que se predicen los elementos involucrados.

La teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias incluye una clasificación para los modelos matemáticos, establecida a través de cuatro generaciones (Camarena, 2009), de tal forma que cuando los modelos matemáticos describen problemas de la ingeniería, éstos se

pueden clasificar en modelos de primera generación, los cuales se obtienen de datos experimentales de la ingeniería, como por ejemplo determinar la ley de Ohm; también se incluyen en este tipo de modelos los fenómenos de la ingeniería como la carga de un condensador, la caída libre de un cuerpo, el movimiento de un péndulo, etc. En general son relaciones matemáticas que dan origen a leyes o teoremas de la física, la cual es el cimiento de la ingeniería, ya que para el caso de estas ingenierías se pueden considerar que son física aplicada.

Se denominan modelos de segunda generación, cuando requieren hacer uso de expresiones matemáticas ya elaboradas, como los modelos de primera generación, además, el área cognitiva que representan son las ciencias básicas de la Ingeniería (en nuestro caso: Administración). Si a partir de estas ecuaciones construimos nuevos modelos, como por ejemplo sistemas de ecuaciones que modelan una red de circuitos eléctricos, entonces tenemos los llamados modelos de tercera generación.

Cuando el ingeniero está en ejercicio de su labor profesional, requiere de modelos que describen problemas complejos, los cuales puede trabajar de forma más eficiente a través de la paquetería de software existente denominada de simulación, a esto modelos se les denomina de cuarta generación. Es decir, los modelos de cuarta generación son aquellos modelos que requieren de varios de tercera generación o que por su complejidad no es suficiente la combinación de modelos de tercera generación, en algunas ocasiones tienen la posibilidad de ser simulados a través de la computadora, con lo cual se construye una familia de modelos matemáticos sobre el mismo elemento.

En relación a los problemas, la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias, se establecen tres categorías (Olazábal, 2005). Problemas con enunciado literal correspondiente a la primera categoría, se refiere a problemas en los que se puede hacer una traducción literal de los significados, del lenguaje común al lenguaje algebraico. La segunda categoría la definen Problemas con enunciado evocador; son problemas cuyo enunciado no es suficiente para establecer el modelo matemático que permite resolverlo a través de las situaciones, objetos y/o fenómenos y las relaciones entre ellos que expresa literalmente, sino que son necesarios otros modelos que evoca el mismo enunciado, nombrándolos, describiéndolos o refiriéndose a ellos en forma indirecta; el problema sirve de puente entre la información del enunciado y la traducción final al modelo representativo del problema. Mientras que la tercera categoría corresponden a Problemas con enunciado complejo, son problemas en los que se puede o no llevar a cabo traducciones literales (1ª categoría) y/o traducciones con evocación de enunciado (2ª categoría) pero lo que los caracteriza es que la expresión matemática necesaria para relacionar los significantes no emana del enunciado, como en las categorías anteriores, sino de la estructura cognoscitiva del individuo.

Además, en nuestra investigación se hacen conversiones del registro verbal al algebraico y del registro algebraico al gráfico, tratadas conforme a la Teoría de Registros de Representaciones Semióticas de Duval (1999), como lo muestra la tabla 2 a seguir.

Tabla 2

Sistema de ecuaciones con dos variable

Registro Verbal	Registro Algebraico	Registro Gráfico

Un fabricante produce modelos I y II de lámparas. Durante la producción se requiere del uso de dos máquinas A y B. El número de horas necesarias para la producción de una lámpara está indicado en la siguiente tabla:

	Máquina A	Máquina B
Modelo I	2	1
Modelo II	2	3

Si cada máquina puede utilizarse 24 horas por día, ¿cuántas lámparas de cada modelo se producen al día?

$$\begin{cases} x + 3y = 24 \\ 2x + 2y = 24 \end{cases}$$

Fuente: Tesis Neira (2012)

Aspectos metodológicos

Esta investigación se llevó a cabo con nueve estudiantes que culminaron el primer año de estudios de la carrera de Administración y por ello sólo se trabajaron los modelos matemáticos de primera y segunda generación en las dos primeras categorías de los problemas.

Como es de nuestro interés enfocarnos en la Fase Didáctica de la MCC identificaremos los problemas de matemáticas contextualizados en la administración relacionados con un sistemas de ecuaciones lineales con dos variables presentes en el libro texto “Nivelación Matemática para Administradores”, para ello se hace un análisis de los contenidos de cada área básica, tanto explícitos como implícitos, en los cursos específicos de la ingeniería (Camarena, 2000). En nuestra investigación, el análisis del contenido Sistemas de ecuaciones lineales con dos variables se hace con base en el libro texto.

El Análisis

Esta prueba se aplicó a un grupo de treinta y dos estudiantes, de ellos se escogieron sólo a nueve estudiantes por tratarse de estudiantes que habían llevado un curso previo de Matemática. Luego se dividió al grupo en tres subgrupos y a cada subgrupo se le entregó un paquete diferente de problemas para evitar que los estudiantes se distraigan entre ellos con preguntas, sin embargo los problemas considerados en los tres paquetes fueron seleccionados del libro texto que utilizan los estudiantes en el primer ciclo de la carrera de Administración. Cada paquete incluye un problema de las dos primeras categorías y además un problema que nos permita identificar si realmente hubo un aprendizaje que les permita hacer uso del cambio de registros, del registro gráfico al registro algebraico. Los tres problemas están relacionados con el tema de sistemas de ecuaciones lineales con dos variables. Estos problemas se le presentan ordenados según las mismas categorías.

Para el presente artículo mostramos sólo los problemas del modelo de segunda generación y la segunda categoría vistos en cada uno de los tres paquetes con sus respectivos análisis, considerando el desarrollo de los estudiantes Tiffany, Geraldo y Claudia en sus paquetes respectivos.

Paquete 1

La empresa TK planea fabricar y vender un nuevo modelo de lapiceros. El costo de producir 300 lapiceros es S/.1 000 y el costo de producir 200 lapiceros es de S/.700. Cada unidad será vendida a S/. 5

- a) Determine la ecuación del Costo total, Ingreso y Utilidad, en términos del número de lapiceros fabricados y vendidos.
 b) Grafique las ecuaciones encontradas en la parte anterior.

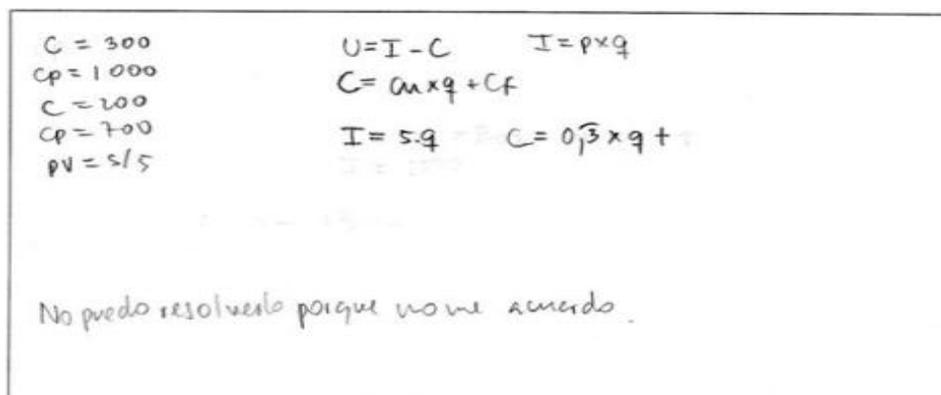


Figura 1. Desarrollo de Tiffany

En este problema, el objetivo era que el estudiante logre comprender el significado de los términos para la traducción con evocación, pues los modelos matemáticos son:

- $C_T = C_f + C_v$
- $I = P_v \times q$
- $U = I - C_T$

Y además esperábamos que hicieran el conversión del registro algebraico al registro gráfico, pero esto se podía lograr sólo si hacían la parte a).

Tiffany (figura 1), tuvo dificultad para reconocer los datos que se brindaban en el problema y además reconocer que puntos de paso de la función costo. Vemos que en su desarrollo muestra un tratamiento en el registro algebraico equivocado.

Se esperaba que pudiera hallar dicha función ya que se le enseñó a determinar la ecuación de una recta utilizando dos puntos de paso. Sin embargo, recordó los modelos matemáticos que estaban en juego y logró modelar la función ingreso. Tampoco realizó la gráfica que se le pedía ya que no tenía las funciones para que las graficara.

De acuerdo con nuestra teoría, en la fase didáctica, Tiffany no pudo traducir el problema contextualizado, del lenguaje verbal al algebraico, pues no logró: ni identificar las variables, ni establecer una relación entre las variables.

Ella colocó como un comentario: “*No puedo resolverlo porque no me acuerdo*”, observándose la forma frecuente de proceder de los estudiantes, recurrir al recuerdo en vez del razonamiento.

Paquete 2

Al taller de carpintería “Creaciones Miguelito” le cuesta fabricar cada mesa S/50, los gastos fijos son de S/3 000. Si cada mesa cuesta S/100.

- a) Determinar las ecuaciones del costo total y del ingreso.
 b) Graficar el costo total y el ingreso.

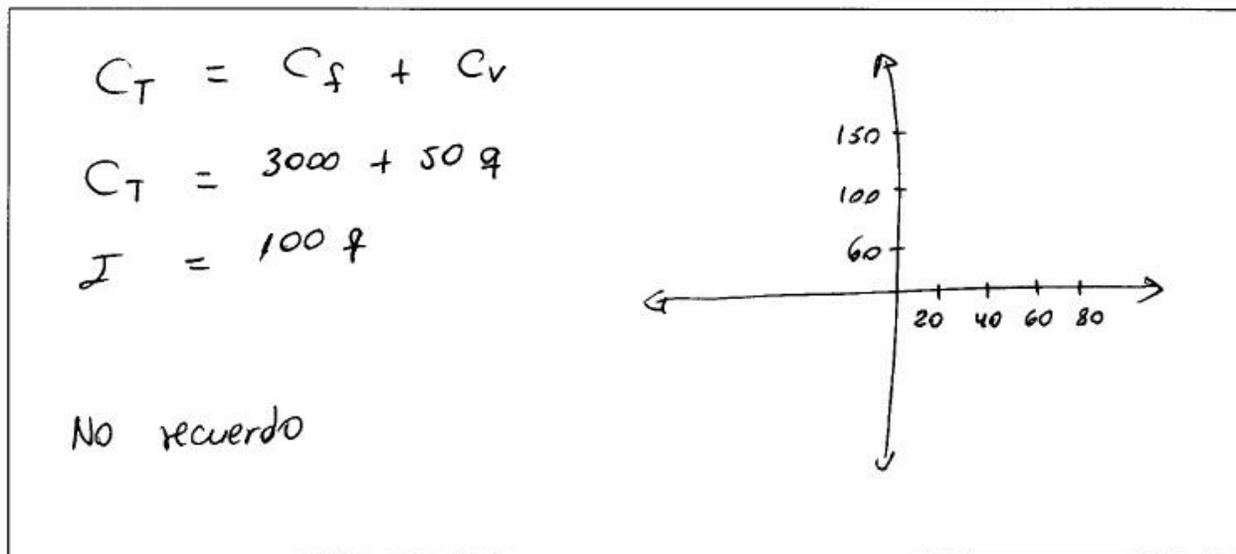


Figura 2. Desarrollo de Geraldo

En este problema, el objetivo era que el estudiante logre comprender el significado de los términos para la traducción con evocación, pues los modelos matemáticos son:

- $C_T = C_f + C_v$
- $I = P_v \times q$

Y además esperábamos que hicieran el cambio del registro algebraico al registro gráfico, pero esto se podía lograr sólo si hacían la parte (a). Describiremos el desarrollo que Geraldo realizó (figura 2):

En la parte (a) se observa que el estudiante identificó lo que debería evocar y se ve reflejado en la función costo e ingreso que modela en su desarrollo, sin embargo, no identifica las constantes ni las variables. Por lo tanto no realizó la traducción correctamente lo que indica que no concluyó con la fase didáctica.

Él no completó la parte (b) porque sólo muestra la intención de graficar el plano pero no graficó las funciones encontradas en la parte (a). Geraldo comentó: “No recuerdo”

Geraldo no pudo hacer la conversión del lenguaje algebraico al gráfico.

Paquete 3

Una compañía de refinamiento de maíz produce gluten de maíz para alimento de ganado, con un costo variable de \$76 la tonelada. Si los costos fijos son de \$11 000 por mes y el precio de venta es de \$126 la tonelada.

- a) Determine la ecuación del Costo total, Ingreso y Utilidad, en términos del número toneladas de gluten de maíz.
- b) Grafique las ecuaciones encontradas en la parte anterior.

Handwritten work by Claudia:

$$C_v = \cancel{8}76$$

$$C_f = \cancel{8}11000$$

$$P = \cancel{8}176$$

$$I = P \cdot q$$

a) $C =$

Figura 3. Desarrollo de Claudia

En este problema, el objetivo era que el estudiante logre comprender el significado de los términos para la traducción con evocación, pues los modelos matemáticos son:

- $C_T = C_f + C_v$
- $I = P_v \times q$
- $U = I - C_T$

Y además esperábamos que hicieran el cambio del registro algebraico al registro gráfico, pero esto se podía lograr sólo si hacían la parte (a).

Claudia (figura 3), en la parte (a) logra identificar cada uno de los datos del problema pero no puede relacionarlos para que luego realice la traducción final al modelo representativo del problema. No pudo concluir la fase didáctica de nuestra teoría.

En la parte (b), no graficó las funciones que se le pedían porque no las encontró en la parte (a).

En los tres problemas que se escogieron para esta categoría, la traducción toma un papel clave en el entendimiento, planteamiento y resolución de los mismos. En los tres paquetes se requería evocar los siguientes modelos:

- $C_T = C_f + C_v$
- $I = P_v \times q$
- $U = I - C_T$

Desde el momento en que se eligieron estos problemas para la puesta a prueba de la categorización se hizo en un campo delimitado de la matemática: Matemática Básica.

En nuestra investigación confirmamos que los problemas de esta categoría requieren de la comprensión de los conceptos: función costo total, función ingreso y función utilidad. Estimamos que su resolución refuerza su conocimiento, ya que cuando el estudiante utiliza las fórmulas entendiendo las leyes a las que representa, les está dando sentido verdadero de modelo matemático y no de “recetas” algebraicas.

Conclusiones

Se pudo observar en este análisis que los estudiantes no validan la relación matemática que modela al problema, ni verifican o interpretan los resultados. Esto se observa en el desarrollo de Katherine, donde todo el desarrollo parece mecánico sin la verificación ni la interpretación de sus resultados.

También observamos que a medida que aumenta la categoría de los problemas contextualizados, el número de estudiantes que entienden y traducen del lenguaje natural al matemático, dichos problemas, disminuye. Esta conclusión es porque se observó que la mayoría de estudiantes hicieron los problemas de la primera categoría pero ya no hicieron los problemas de la segunda categoría.

Además pudimos constatar, como lo establece la MCC, que el conocimiento del contexto juega un papel primordial para el éxito de la resolución de situaciones contextualizadas.

Referencias y bibliografía

- Camarena, G. P. (1984). El currículo de las matemáticas en ingeniería. *Memorias de las Mesas Redondas sobre Definición de Líneas de Investigación en el IPN* (pp. 21-25). México, México: Instituto Politécnico Nacional.
- Camarena, P. (2000) *La Matemática en el Contexto de las Ciencias: Modelo Didáctico*. Documento de trabajo de la Red Internacional de Investigación MaCoCiencias. Capítulo: “Fase Didáctica” del libro: “La Matemática en el Contexto de las Ciencias”, Editorial ESIME-IPN.
- Camarena G. Patricia (2009). Mathematical models in the context of sciences. IMFUFA, Matematik og Fysik. Nr. 461 – 2009, pp. 117-132. *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics. Denmark*.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Bogotá, Colombia: Universidad del Valle.
- Neira, V. (2012). *Sistemas de ecuaciones lineales con dos variables: Traducción de problemas contextualizados del lenguaje verbal al matemático con estudiantes de Ciencias Administrativas*. Tesis del grado de Magíster en Enseñanza de las Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Olazábal, A. (2005). *Categorías en la traducción del lenguaje natural al algebraico de la matemática en contexto*. Tesis de Maestría en Ciencias en el área de Educación Matemática del Instituto Politécnico Nacional, México.