



Proporcionalidade e função afim: uma possível conexão através da resolução de problemas

Manoel dos Santos Costa

Universidade Ceuma

Brasil

manoel.costa@ceuma.br

Norma Suely Gomes Allevato

Universidade Cruzeiro do Sul

Brasil

normallev@gmail.com

Resumo

O presente estudo tem como objetivo apresentar uma possível forma de conexão entre os conteúdos matemáticos proporcionalidade e função afim. Para isso, utilizamos a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas. Trata-se de um estudo de natureza qualitativa, e os dados foram coletados através das observações durante encontros de formação em que (futuros) professores vivenciaram a resolução de problemas como metodologia de ensino. A pesquisa revelou que apesar de os licenciandos apresentarem dificuldades, construíram conhecimentos com relação aos conteúdos estudados, principalmente, quanto às possíveis conexões entre esses dois eixos temáticos da Matemática. Além disso, os resultados mostraram que no decorrer das discussões, eles foram percebendo que é possível desenvolver os conteúdos matemáticos de forma integrada, ou seja, com conexão. Eles também puderam discutir não apenas a relação entre os conteúdos, mas também aspectos relacionados a “quando” e “como” deveriam ensinar esses conteúdos a seus (futuros) alunos.

Palavras chave: educação matemática, resolução de problemas, função afim, proporcionalidade.

Reflexões Iniciais

A proporcionalidade é um dos conceitos matemáticos com que mais nos deparamos no cotidiano, pois são frequentes as situações para as quais precisamos mobilizar processos que coloquem em prática as noções relacionadas a esse conceito. Dessa forma, a proporcionalidade se torna fundamental tanto no contexto escolar como no cotidiano das pessoas, em situações que

envolvem desde interpretar dados estatísticos até fazer análises de plantas de imóveis ou mapas, ampliar ou reduzir fotos. Além disso, o raciocínio proporcional é importante na resolução de problemas nos vários ramos da Matemática, como a Geometria e a Álgebra (Tinoco, 1996).

Particularmente para este trabalho, analisamos duas atividades cujo objetivo era verificar como (futuros) professores em formação inicial aplicam o conceito de proporcionalidade (propriedade fundamental das proporções) para resolver problemas envolvendo função afim.

O presente trabalho está organizado em quatro seções principais. Inicia-se pela apresentação da função afim e da proporcionalidade no contexto escolar, seguida da resolução de problemas como metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação. Na terceira seção, apresentamos o contexto e a metodologia de pesquisa. A quarta seção, intitulada “a proporcionalidade e a função afim: uma conexão possível”, apresenta os problemas e as possíveis conexões entre os conteúdos em estudo. Finalmente, apresentamos nossas reflexões finais e as referências, além destas reflexões iniciais.

A Função Afim-linear e a Proporcionalidade no Contexto Escolar

No Brasil, o ensino de proporcionalidade vem sendo abordado no contexto escolar a partir do 7.º ano do Ensino Fundamental, como é proposto pelos PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1998). As estratégias de resolução recomendadas são as não convencionais, que não são citadas pelo documento, e as convencionais, das quais o documento aponta somente a regra de três. O documento também fornece elementos para que o trabalho docente e a aprendizagem considerem o aspecto integrado e integrador dos conteúdos. Partindo de uma determinada situação, deve-se procurar evidenciar as conexões entre os conteúdos. Sabemos que uma compreensão mais profunda da Matemática só é verificada quando os alunos percebem suas conexões, quando percebem que estão falando “da mesma coisa” sob pontos de vista diferentes.

Dessa forma, os PCN recomendam que no desenvolvimento de atividades sobre proporcionalidade, é fundamental considerar as relações com outros eixos temáticos, como por exemplo, a Geometria, a função afim, dentre outros. E complementa: “É importante que essas atividades sejam conduzidas de forma que mantenham ligações estreitas com o estudo de outros conteúdos, em particular com as atividades numéricas, métricas e com a noção de proporcionalidade” (Brasil, 1998, p. 69).

Assim, a proporcionalidade é um conteúdo que tem lugar de destaque nos PCN, sendo explicitamente citada como conteúdo a ser trabalhado estabelecendo conexões com outros conceitos matemáticos e com outras áreas do conhecimento. Essas recomendações se encontram nas “orientações didáticas” referentes aos eixos Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação (Brasil, 1998).

Concordando com essas ideias, o NCTM (2007) indica que a capacidade que os alunos possuem desde crianças de conceberem a Matemática no seu dia a dia é que faz com que as conexões entre conceitos matemáticos, entre diferentes ramos da Matemática, entre a Matemática e outras áreas do conhecimento, e entre a Matemática e as coisas do cotidiano tenham sentido.

Entretanto, apesar do contato quase diário com situações de proporcionalidade, os alunos apresentam dificuldades em compreender o conceito; ajudá-los a desenvolver o raciocínio proporcional tem sido um grande desafio escolar, sendo essencial ao aprendizado de diversas

disciplinas dos Ensinos Fundamental, Médio e Superior (Tinoco, 1996).

Nesse sentido, Maranhão e Machado (2011) afirmam que:

A proporcionalidade é um tema indubitavelmente importante em Matemática e outras Ciências em âmbito escolar, e em diversas situações da atividade humana. Por isso, o pensamento proporcional tem sido objeto de estudo em Educação Matemática e em suas especialidades, a Psicologia da Educação Matemática, há várias décadas (p. 142).

Desse modo, através de um ensino que enfatize a inter-relação entre diversas ideias matemáticas, os alunos não só aprendem Matemática como também aprendem a reconhecer sua utilidade. A compreensão das conexões dentro e entre os conteúdos matemáticos faz com que as dificuldades encontradas pelos alunos em compreender a Matemática escolar sejam minimizadas. Por isso, “quando os alunos aprendem conceitos matemáticos isolados de um contexto, depressa esquecem o seu significado. Quando aprendem Matemática ligada a situações do mundo real, ficam aptos a reconhecer e aplicar os conceitos em novas situações” (NCTM, 1995, p. 34).

No entanto, alguns estudos (Tinoco, 1996; Schliemann & Carraher, 1997) apontam que a aplicação do conceito de proporcionalidade no contexto escolar se restringe quase que exclusivamente à utilização da regra de três, baseando-se apenas nas propriedades de razões equivalentes, ou seja, dadas duas razões equivalentes $a/b = c/d$, se as igualdades $a/b = c/d$ e

$a.x = b.c$ são verdadeiras, então, $x = b . c/a$.

Segundo os autores, o professor que trabalha com esse conteúdo utilizando apenas esse tipo de estratégia está deixando de explorar as relações existentes entre as grandezas, e com isso, os alunos perdem a oportunidade de desenvolver o raciocínio proporcional. É recomendável identificar as características, isto é, as relações numéricas apresentadas em cada situação e qual é o fator invariante (coeficiente de proporcionalidade) que permite exprimir a relação matematicamente.

Contudo, de acordo com Oliveira e Santos (1999):

"No Brasil, o estudo da proporcionalidade ocorre, muitas vezes, de uma maneira fragmentada, onde cada assunto do capítulo referente ao tema proporcionalidade é visto como objeto de estudo em si mesmo, provocando a transformação de ferramenta de resolução em objeto de estudos, o que ocorre, especificamente com a regra de três" (p. 2).

Assim, podemos dizer que a proporcionalidade não é apenas um conteúdo matemático, mas um ‘formador’ de estruturas cognitivas para a compreensão de outros importantes conceitos matemáticos, tanto nas questões numéricas como naquelas que envolvem medidas, Álgebra e Geometria.

Segundo Costa Junior (2010), resolver problemas associados ao conceito de proporcionalidade é muito mais que aplicar algoritmos, como a regra de três, por exemplo. A compreensão desses problemas requer o estabelecimento de relações existentes entre as grandezas. É nesse sentido que Silvestre e Ponte (2009) afirmam que a proporcionalidade pode ser apresentada aos alunos como sendo uma igualdade entre duas razões, $a/b = c/d$, ou como uma função linear, dada por $y = m . x$, com $m \neq 0$. Segundo os autores, essa segunda abordagem se apoia em resultados de diversas pesquisas, envolve a exploração intuitiva da proporcionalidade

como função linear desde os primeiros anos de escolaridade e adquire precedência sobre a noção de igualdade entre razões.

A Resolução de Problemas como Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, tal como é apresentada por Allevato e Onuchic (2009), é uma metodologia diferente daquele trabalho em que regras de “como fazer” são privilegiadas. Trata-se de uma metodologia na qual o problema é ponto de partida e orientação para a aprendizagem, e a construção do conhecimento se fará através de sua resolução. Outros pesquisadores (Nunes, 2010; Costa, 2012) também utilizam a resolução de problemas nessa mesma linha, constatando que importantes conceitos e procedimentos podem ser mais bem ensinados se ela for utilizada.

Nessa metodologia, de acordo com Allevatto e Onuchic (2009), a palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação expressa uma concepção em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento de um determinado conteúdo através da resolução de problemas.

É nesse sentido que Cai e Lester (2012) indicam que os problemas criam oportunidades de avaliação, em que o professor pode perceber “o que” e “como” os alunos estão aprendendo e onde estão encontrando dificuldades. Van de Walle (2009) também destaca o potencial avaliativo da resolução de problemas como fonte segura de valiosas informações sobre a presença de concepções errôneas e de lacunas de conhecimento: planejar as próximas aulas, permitindo ajudar os alunos individualmente, identificando necessidades específicas; analisar seu progresso e criar oportunidades de aprender; conduzir o ensino partindo de onde o aluno está, e não de onde está o professor.

Portanto, ensinar Matemática utilizando resolução de problemas não é uma tarefa fácil, pois não basta propor um problema e esperar que alguma mágica aconteça. Allevato e Onuchic (2009) sugerem etapas para colocar em prática e usufruir melhor essa metodologia: **Preparação do problema** – Selecionar um problema visando à construção de um novo conceito ou procedimento; **Leitura individual** – Solicitar que cada aluno faça sua leitura; **Leitura em conjunto** – Solicitar nova leitura do problema, agora em pequenos grupos; **Resolução do problema** – Não restando dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, individualmente ou em grupos, buscam resolvê-lo; **Observar e incentivar** – Enquanto os alunos buscam resolver o problema, o professor observa, analisa seus comportamentos e estimula o trabalho colaborativo. **Registro das resoluções na lousa** – Os alunos são convidados a registrar na lousa suas resoluções; **Plenária** – São convidados a discutir as diferentes resoluções registradas na lousa, defender seus pontos de vista e esclarecer suas dúvidas; **Busca do consenso** – Sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções e soluções apresentadas, o professor tenta, com a turma, chegar a um consenso sobre o resultado correto; **Formalização do conteúdo** – O professor registra na lousa uma apresentação formal do conteúdo, organizada e estruturada em linguagem matemática, padronizando conceitos e procedimentos construídos através da resolução.

Vale ressaltar que nessa metodologia, os problemas são propostos aos alunos antes de lhes ter sido apresentado formalmente o conteúdo matemático mais apropriado à sua resolução. Porém, esse conteúdo deve estar de acordo com o ano escolar em que se encontram os alunos e com os objetivos pretendidos pelo professor para aquela aula. Assim, o ensino-aprendizagem do tópico matemático começa com o problema, que expressa aspectos-chave desse tópico; técnicas

matemáticas serão desenvolvidas e conceitos serão aprendidos na busca de solução do problema; a avaliação é feita continuamente durante sua resolução.

Assim, essa metodologia contempla ações pedagógicas (interação entre aluno e professor) que promovem busca por informação, investigação, experimentação e renovação do interesse e da motivação dos alunos. É o que apresentamos na quarta seção.

Contexto e Metodologia da Pesquisa

A pesquisa foi realizada com (futuros) professores de Matemática, estudantes de uma universidade pública estadual do Maranhão. Trata-se de um estudo de natureza qualitativa, de modo que o pesquisador manteve contato direto com o ambiente da pesquisa, com os sujeitos envolvidos e com os problemas que estavam sendo estudados. Além disso, o pesquisador foi o principal instrumento, responsável pela organização e condução das atividades desenvolvidas. Em todos os momentos, a atenção foi colocada nos processos utilizados pelos participantes e na resolução dos problemas, e não somente nos resultados (Goldenberg, 2007). Nesta pesquisa, utilizamos a observação participante, buscando identificar aspectos relevantes, dificuldades encontradas e atitudes perante a resolução dos problemas apresentados e o conteúdo matemático. As observações foram registradas em um diário de campo.

A Proporcionalidade e a Função Afim-linear: uma conexão possível

Já discutimos o fato de que, quando os alunos conseguem estabelecer conexões entre ideias matemáticas, a sua compreensão é mais profunda e duradoura.

Van de Walle (2009) nos apresenta a figura a seguir:

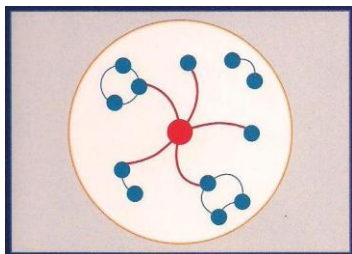


Figura 1. Rede de Conexões (Van de Walle, 2009).

Nela, os pontos azuis representam as ideias que os alunos já têm e que servem para construir uma nova ideia (ponto vermelho). Desenvolve-se, assim, uma rede de conexões entre elas. Portanto, quanto mais ideias forem usadas e mais conexões forem formadas, melhor será a compreensão do conteúdo (Van de Walle, 2009).

Tendo desenvolvido essas reflexões acerca da proporcionalidade e suas conexões e da resolução de problemas, apresentamos a seguir um problema proposto aos (futuros) professores envolvendo situações que representam variação aditiva de grandezas, que, portanto, não são proporcionais.

O custo total da produção de certa máquina consiste em uma sobretaxa (custo fixo) de R\$ 500,00 somada a um custo de R\$ 300,00 por unidade fabricada.
a) Complete a tabela a seguir que mostra o custo total de produção em função do número de máquinas produzidas.

Nº de máquinas produzidas	Custo total de produção
1	
2	
3	
:	
20	
X	

b) Descreva através de uma fórmula a relação entre o custo total (C_T) e a quantidade (x) de máquinas produzidas.

c) Construa o gráfico da situação e descreva-o.

d) Complete:
O número de máquinas varia de ____ em _____. O custo total varia de _____ em _____. Portanto, a variação de uma máquina acarreta a variação de _____ unidades no custo.

e) Nesse exemplo, as grandezas variam de forma aditiva, ou seja, as variações são constantes. Essas grandezas são proporcionais? Por quê?

Fonte: Autoria dos pesquisadores.

Esse problema foi resolvido individualmente, seguindo as etapas sugeridas para o trabalho com resolução de problemas como metodologia de ensino. Após a leitura, os licenciandos não demonstraram dúvidas quanto ao enunciado e logo começaram a resolvê-lo. O pesquisador observava, estimulava e registrava o comportamento dos (futuros) professores.

Ao completarem a tabela, os licenciandos seguiram as instruções do problema e criaram uma fórmula matemática para obter o custo de cada máquina:

Nº de máquinas produzidas	Custo total de produção
1	$500 + 300 \cdot 1 = 800$
2	$500 + 300 \cdot 2 = 1600$
3	$500 + 300 \cdot 3 = 2400$
:	:
20	$500 + 300 \cdot 20 = 16000$
x	$500 + 300 \cdot x = 800x$

Figura 2. Resolução apresentada por ADR4.

Percebemos que esse licenciando apresentou dificuldade em entender que a variação do custo total de produção por unidade fabricada, que foi fornecida no enunciado do problema (R\$ 300,00), não corresponde ao que obteve, e registrou em sua resolução (R\$ 800,00).

Apresentaremos a seguir os cálculos de outro participante para preencher a tabela:

2/ $f(x)$

$$f(x) = 2 \cdot 300 + 500 = 600 + 500 = 1100$$

$$f(x) = 3 \cdot 300 + 500 = 900 + 500 = 1400$$

$$f(x) = 20 \cdot 300 + 500 = 6000 + 500 = 6500$$

$$f(x) = x \cdot 300 + 500 = 300x + 500$$

Figura 3. Resolução apresentada por ADR5.

Nesses cálculos apresentados, notamos que ele utilizou a mesma estratégia de resolução para obter a fórmula matemática que era solicitada no item b e apresentou as soluções. No entanto, ADR4 demonstrou dificuldade em operar com a expressão, demonstrando falta de conhecimento algébrico e numérico. Esse (futuro) professor chegou à expressão $500 + 300x$, mas registrou a igualdade $(500 + 300)x = 800x$. Por essa razão, encontrou os valores errados do custo em relação ao número de máquinas produzidas.

A fórmula matemática obtida pelos licenciandos foi a que apresentamos a seguir (com exceção de ADR4):

$$b) C_t = 300x + 500$$

Figura 4. Resposta apresentada por ADR1.

A maioria dos licenciandos conseguiu obtê-la, expressando corretamente a relação entre a quantidade de máquinas produzidas e o custo total (C_T).

No item (c), era preciso construir um gráfico da situação e descrevê-lo.

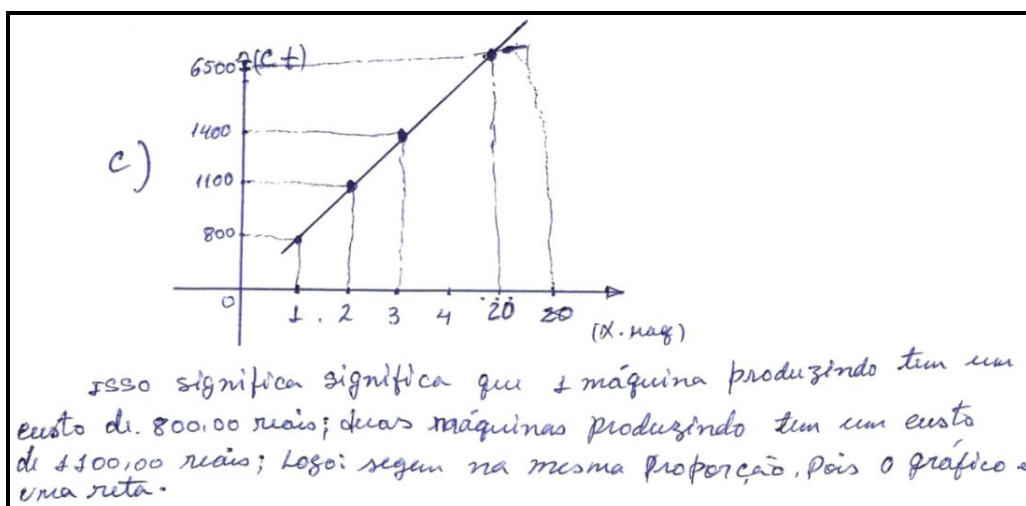


Figura 5. Resolução apresentada por ADR3.

Certamente, o registro gráfico confirma que esse (futuro) professor sabia que a representação $f(x) = a \cdot x + b$, para todo $x \in \mathbb{R}$, é uma reta, ou seja, que se trata de uma função afim. Entretanto, não respeitou a relação de proporcionalidade necessária para a representação correta da escala nos eixos coordenados, e na descrição, empregou de forma inadequada o termo proporção. A expressão $C_T = 300x + 500$ é de uma função afim não linear, de modo que a relação entre C_T e x não é de proporcionalidade.

No item (d), solicitamos completar os espaços em branco na frase:

O número de máquina varia de 1 em 1. O custo total varia de 300 em 300. Portanto, a variação de uma máquina acarreta variação de 300,00 unidades no custo.

Figura 6. Resposta apresentada por ADR2.

O número de máquina varia de 1 em 1. O custo total varia de 800 em 800. Portanto, a variação de uma máquina acarreta variação de 800 unidades no custo.

Figura 7. Resposta apresentada por ADR6.

Os protocolos mostram que nem todos os (futuros) professores perceberam que o custo de produção de uma máquina consiste de um custo fixo de R\$ 500,00 mais um custo adicional de **R\$ 300,00 por unidade fabricada**. A Figura 7 (ADR6) mostra que o licenciando entendeu a relação $C_T = 500 + 300x$, como o ADR4 (Figura 2), ou seja, como sendo equivalente a $C_T = 800x$, pois registrou a variação de R\$ 800,00 no custo por unidade de produção. Além disso, esse erro não contempla o fato de que se não for produzida nenhuma máquina, tem-se o valor fixo de R\$ 500,00 no custo.

No item (e), o problema deixa claro que as grandezas variam de forma aditiva, ou seja, que as variações são constantes. Baseando-se nessa afirmação, foi feito o seguinte questionamento: Essas grandezas são proporcionais? Por quê?

As são diretamente proporcionais pois aumentando o número de máquina, também aumenta o valor do custo total da produção.

Figura 8. Resposta apresentada por ADR3.

Este protocolo evidencia, como é bastante frequente, a compreensão de que quando se tem duas grandezas e ambas aumentam ou ambas diminuem, significa que existe situação de proporcionalidade. Outros licenciandos também registraram essa compreensão. Vale salientar: a situação expressa nesse problema não é de proporcionalidade.

Evidenciamos, também nos itens (a) e (c), a importância de deixar os licenciandos resolverem os problemas antes da intervenção do professor, pois, dessa forma, eles mostram suas dificuldades e o professor pode ajudá-los em cada aula, em cada problema, ou seja, continuamente.

No problema a seguir, procuramos analisar se os (futuros) professores conseguiriam constatar, aplicando a propriedade fundamental, se um par de grandezas forma uma proporção, e se compreenderiam a relação entre grandezas diretamente proporcionais e a função afim - linear.

A turma de um curso de licenciatura resolveu fazer uma “vaquinha” para dar um presente ao coordenador. Todos os alunos vão colaborar. Se o presente custar R\$ 2.000,00, cada aluno vai participar com R\$ 80,00. Se a turma escolher um presente de R\$ 3.500,00, quanto deverá dar para cada aluno?

Complete a tabela a seguir:

2.000	80
1.000	
500	
3.500	

Agora responda:

- Que grandezas variam no problema?
- Essas grandezas são proporcionais? Por quê?

- c) Observe a tabela. Que número se mantém constante?
d) O que esse número representa?

Fonte: Tinoco, 1996.

Neste problema, resolvido individualmente, os licenciandos tiveram poucas dúvidas em relação ao enunciado, pois foram feitos poucos questionamentos. As poucas dúvidas manifestadas foram esclarecidas para que pudessem dar prosseguimento à resolução.

Inicialmente, solicitamos que preenchessem a tabela. Apresentamos alguns protocolos:

VALOR DO PRESENTE	COLABORAÇÃO POR ALUNO.
2.000	80
1.000	40
500	20
3.500	140

VALOR DO PRESENTE	ALUNO
2000	80
1000	40
500	20
3.500	140

$$500 - 20$$

$$3500 - x$$

$$x = \frac{70000}{500}$$

$$x = 140$$

Figura 9. Respostas apresentadas por ADR5 e ADR3, respectivamente.

Percebemos que para o preenchimento da tabela, o licenciando ADR5 utilizou uma estratégia diferente da do licenciando ADR3. Acreditamos que através de uma divisão sucessiva por 2, ADR5 tenha encontrado os valores da 2ª e da 3ª parcela. Para obter os valores da 4ª linha da tabela, ele pode ter somado esses valores anteriores (1ª, 2ª e 3ª linhas), ou simplesmente pode ter multiplicado os valores da 3ª linha por 7. De qualquer modo, esse licenciando não fez o registro escrito do processo, ou calculou mentalmente os valores, realizando, assim, o raciocínio proporcional. ADR3 utilizou a estratégia da regra de três, conforme podemos perceber no registro escrito, confirmando que essa ainda é uma estratégia de resolução muito arraigada quando se trata de problemas de proporcionalidade. Nem ADR3 nem ADR5 fizeram menção, em suas resoluções, ao fato de que se tratava de grandezas diretamente proporcionais.

Após o preenchimento da tabela, questionamos quais são as grandezas que variam no problema apresentado. Alguns licenciandos tiveram dificuldades em identificá-las:

a) valor do presente e o valor que cada um vai colaborar

Figura 10. Resposta apresentada por ADR4.

A/A COLABORAÇÃO DOS ALUNOS.

Figura 11. Resposta apresentada por ADR5.

Ou seja, embora tenham preenchido corretamente a 1ª linha da tabela (Figura 9) indicando essas grandezas, os licenciandos não relacionaram com o que lhes foi solicitado no item (a). Isso sugere que o registro feito na tabela não estava acompanhado da compreensão de quais eram as grandezas envolvidas no problema.

No item (b), foi-lhes perguntado se as grandezas são proporcionais. Percebemos que alguns licenciandos apresentaram dificuldades em identificar uma proporção, ou seja, em compreender

a relação existente entre duas grandezas diretamente proporcionais, que deveria ser expressa por uma função afim - linear:

b) São proporcionais até os alunos

Figura 12. Resposta apresentada por ADR3.

Quando duas grandezas x e y são diretamente proporcionais, a razão $\frac{y}{x}$ entre o valor de y e o valor correspondente de x é constante. Se o valor dessa constante é a , então $\frac{y}{x} = a$, ou seja, $y = a \cdot x$. Assim, dado o valor de x , para obtermos o valor correspondente de y , basta multiplicarmos x pela constante a . Então, dizemos que a expressão $y = a \cdot x$ define y como uma função linear de x . ADR5 conseguiu notar a presença da constante na relação:

b) Sim - porque existe um variação constante da colaboração dos alunos.

Figura 13. Resposta apresentada por ADR5.

O problema trata de grandezas diretamente proporcionais, logo, existe uma constante. Por isso, foi solicitado aos licenciandos que observassem a tabela preenchida e respondessem ao seguinte questionamento: Que número se mantém constante?

Alguns participantes, mesmo depois das discussões sobre o tema, ainda apresentaram dificuldade. ADR1, que respondeu no item (b) que as grandezas são proporcionais, no item (c), respondeu:

c) Não tem esse número constante

Figura 14. Resposta apresentada por ADR1.

Durante nossas discussões ADR3 fez o seguinte questionamento:

— Professor, não tem somente um número constante?

E ainda perguntou:

— Então, como saber o que ele representa?

A dúvida expressa por ele pode ser observada no protocolo a seguir:

c) 20 e 500

Figura 15. Resposta apresentada por ADR3.

Outros responderam que existe, sim, um número constante, no entanto, indicaram:

c) O número que se mantém constante é o 20.

Figura 16. Resposta apresentada por ADR5.

ADR3 mostrou que teve dúvidas em relação a esse item e, mesmo com os esclarecimentos iniciais, não respondeu corretamente. Apenas um licenciando (ADR2) apresentou o número constante de forma correta, 25; para ele, as grandezas são proporcionais, e ainda acrescentou:

— O custo do presente aumenta ou diminui na mesma proporção, de acordo com o valor que cada aluno contribui.

Finalizamos o problema questionando o que representa o número que se mantém constante (item c). As respostas foram bem diversificadas:

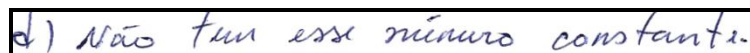


Figura 17. Resposta apresentada por ADR1.

Outros afirmaram que o número constante

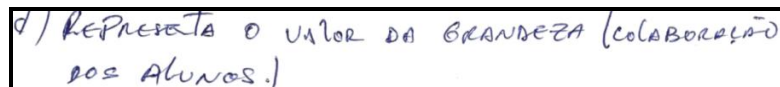


Figura 18. Resposta apresentada por ADR5.

Pelas respostas, os (futuros) professores ainda apresentavam dificuldade em entender a constante de proporcionalidade na relação entre as grandezas. Essa constante é que acaba por constituir tal relação, como uma função linear. Essas dúvidas foram esclarecidas no momento da formalização, quando esses aspectos foram discutidos.

Reflexões finais

Conforme relatamos na Introdução, a presente pesquisa teve como objetivo verificar como (futuros) professores em formação inicial aplicam o conceito de proporcionalidade para resolver problemas, relacionando-o à função linear. Para nos auxiliar no desenvolvimento das atividades, recorreremos à resolução de problemas como metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação.

Durante nossas leituras (Tinoco, 1996; Schliemann & Carraher, 1997) acerca da proporcionalidade, observamos que esse conteúdo ainda é marcado por um ensino “mecanicista”, tendo, na maioria das vezes, o algoritmo da regra de três como “única” estratégia de resolução de problemas. Nossa pesquisa revelou que os participantes também empregaram a regra de três como estratégia para solucionar um dos problemas.

Além disso, no decorrer das discussões e da vivência com a resolução de problemas como metodologia, eles foram percebendo as relações entre os conteúdos e, assim, mobilizando novas estratégias de resolução (tabelas, gráficos, expressões numéricas e algébricas), construindo novos conhecimentos. Também conseguiram perceber “quando” e “como” se deve trabalhar com esse conteúdo, e que é possível estabelecer conexões com outros eixos e conteúdos matemáticos.

Apesar das dificuldades apresentadas, nossa experiência foi muito rica; procuramos criar um ambiente de cooperação, de busca, de exploração e de descobertas entre os licenciandos, deixando claro que mais importante que resolver os problemas e obter a solução final era a estratégia utilizada por eles para solucioná-los. Foi possível observar que o trabalho compartilhado possibilitou a mobilização e a produção de novos saberes, tanto relativos aos conhecimentos sobre proporcionalidade, em que tiveram a oportunidade de construir e compreender algumas estratégias, quanto aos conhecimentos metodológicos desse conteúdo e dos eixos de conexão no momento em que essas diferentes estratégias foram surgindo.

Referências

- Allevato, N. S. G., & Onuchic, L. R. (2009). Ensinando Matemática na Sala de Aula através de resolução de Problemas. *Boletim GEPEM*, 55, 1-19. Rio de Janeiro, Disponível em <http://www.ufrj.br/SEER/index.php/gepem/article/view/54/87>. Acesso 11 maio, 2011.

- Ministério da Educação. (1998). *Parâmetros curriculares nacionais: 1º e 2º ciclos matemática*. Brasília: MEC.
- Cai, J., & Lester, F. (2012). Por que o Ensino com Resolução de Problemas é Importante para a Aprendizagem do Aluno? In *Boletim GEPEM*, 60, 241-254 (Tradução A. S. Bastos, A. Monteiro, & N. S. Allevato). Rio de Janeiro.
- Costa Junior, J. R. (2010). *Atribuição do Significado ao Conceito Proporcionalidade: Contribuições da História da Matemática* (Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). 237f. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal.
- Costa, M. S. (2012). *Ensino-aprendizagem-avaliação de proporcionalidade através da resolução de problemas: uma experiência na formação inicial de (futuros) professores de matemática* (Tese de Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática). 292 f. Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo.
- Goldenberg, M. (2007). *A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais*. Rio de Janeiro: Record.
- Maranhão, C., & Machado, S. (2011). Uma meta-análise de pesquisas sobre o pensamento proporcional. *Educar em Revistas*, 1, 141-156, Editora UFPR.
- National Council of Teachers of Mathematics (1995). *Assessment Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- NCTM. (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM.
- Nunes, C. B. (2010). *O Processo Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria através da Resolução de Problemas: perspectivas didático-matemáticas na formação inicial de professores de matemática* (Tese de Doutorado em Educação Matemática). 430f. Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
- Oliveira, I. A. F. G., & Santos, M. C. (1999). Problemas de proporção: uma análise da apropriação do seu significado. *Anais do IV EPEN-Encontro Pernambucano de Educação Matemática*. Recife: Universidade Federal de Pernambuco.
- Schliemann, A. D., & Carraher, D. W. (1997). Razões e Proporções na vida diária e na escola. *Estudos em Psicologia da Educação Matemática* (pp. 13-37). Recife: Editora da universidade Federal de Pernambuco.
- Silvestre, A., & Ponte, J. P. (2009). *Ser ou não ser uma relação proporcional: uma experiência de ensino com alunos do 6º ano*. Actas do XX Seminário de Investigação em Educação Matemática: Associação de Professores de Matemática.
- Tinoco, L. A. A. (1996). *Razões e proporções*. Rio de Janeiro: Projeto Fundão, Instituto de Matemática / UFRJ.
- Van de Walle, J. A. (2009). *Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula* (Trad. Paulo Henrique Colonese, 6a ed.). Porto Alegre: Artmed.