Praxeologías y Empiremas
Recursos extremos para la construcción de conocimiento

Alberto **Camacho** Ríos
Instituto Tecnológico de Chihuahua II
México
camachoalberto@hotmail.com
Bertha Ivonne **Sánchez** Luján
Instituto Tecnológico de Ciudad Jiménez
México
ivonnesanchez10@yahoo.com

Resumen

El objetivo es elaborar un análisis praxeológico en la determinación de la ecuación diferencial: $k\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t}$, que desarrollan Zill y Cullen (2008, p. 533, vol. 1). En la determinación de la ecuación destaca la transposición de técnicas empíricas que se corresponden con la fenomenología física, que no se pueden justificar con los elementos tecnológicos supuestos en el modelo de organización matemática de Chevallard (1999). Como objetivo colateral del trabajo se deja ver cómo esa carencia de justificación hace necesarios otros argumentos tecnológicos ausentes en la TAD para su propia justificación.

Palabras clave: técnica práctica, tecnología teórica, empirema, Institución.

Abstract

The purpose is to develop a praxeological analysis in determining the differential equation: $k\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t}$, which develop Zill and Cullen (2008, p 533, vol. 1). In determining the equation stands transposing empirical techniques, which correspond to the physical phenomenology, which cannot be, justified with the assumptions technological elements in the mathematical model organization Chevallard (1999). As a side objective of the work is left to see how this lack of justification makes necessary absent other arguments in the TAD technology for its own justification

Keywords: Technical practice, theoretical technology, empirema, Institution.

Introducción

El objetivo es elaborar un análisis praxeológico en la determinación de la ecuación diferencial parcial de difusión de calor que desarrollan Zill y Cullen (2008, p. 533, vol. 1). En la determinación de la ecuación destaca la transposición de técnicas empíricas que se corresponden con la fenomenología física, que no se pueden justificar con los elementos tecnológicos supuestos en el modelo de organización matemática (OM) de Chevallard (1999). Como objetivo colateral del trabajo se deja ver cómo esa carencia de justificación hace necesarios otros argumentos tecnológicos ausentes en la TAD para su propia justificación. Se plantea así un proceso de transposición y circulación de praxeologías entre diferentes instituciones, tanto de utilización como de producción de saberes.

En la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) las OM, también reconocidas como praxeologías canónicas, son integradas por objetos y técnicas que se consagran en la práctica matemática hacia la resolución de tareas T a partir de una teoría matemática. Las OM son así concebidas como la Institución de producción de saberes matemáticos, los cuales son validados según las normas de demostración matemática. Las OM se contemplan en la cuádrupla de análisis $[T, \tau, \theta, \Theta]$, la cual muestra que T es un tipo de problema por resolver, τ es la técnica con la cual se puede abordar el problema, θ la tecnología de la que se desprende la técnica: teoremas, axiomas, definiciones, etc., y Θ el marco axiomático que soporta la organización.

Desde este enfoque, las actividades de la matemática escolar pueden estructurarse por OM cuyos objetos dejan fuera concepciones que dieron origen a la construcción social de los saberes sobre los que descansa actualmente la enseñanza de la matemática. Es así que la TAD no acepta la modelación de conceptos fundamentales cuya definición se advierte empírica, por ejemplo: aquellos de *variable* y *función* mirados a través del estado del *movimiento*, percibido éste último como *variabilidad*. La razón es que movimiento y variabilidad no son conceptos que pertenezcan a la teoría matemática y son más bien admitidos en la fenomenología física y los modelos estocásticos.

El uso de recursos de la física y otras disciplinas en la enseñanza de la matemática, ha servido para *motivar* los tópicos y objetos matemáticos de modo que a través de ellos se puedan interpretar algunos resultados de los problemas *prácticos* que con esos recursos y otros conceptos se puedan resolver y cuya resolución se exige en los planes y programas de estudio, principalmente en aquellos de las carreras de ingeniería. Es así que la introducción de conceptos externos a la práctica matemática, involucra otro tipo de técnicas *prácticas* intermediarias, que se unen con las *técnicas matemáticas* que se despliegan de los teoremas y definiciones, cuya asociación sirve de puente para la resolución de tareas.

Al menos para la enseñanza, el uso de ese tipo de ostensivos para la adquisición del conocimiento ha sido convenido tanto por los autores de textos, los profesores y quienes han diseñado los planes de estudio, sin un cuestionamiento al centro de la teoría matemática que valide su uso. Esa actividad es común en la matemática escolar, principalmente en el nivel superior de ingeniería, y es marcado por una tradición en la resolución de problemas de *aplicación* para cada tema específico, que supuestamente tienen que ver con las especialidades de las carreras.

¿Cómo modelar la actividad de enseñanza aprendizaje bajo esas condiciones?

A partir de la fenomenología física de los sistemas de fluidos, se muestra en el escrito la ley empírica del *gasto*, la cual cuenta con técnicas empíricas que determinan la ecuación diferencial parcial de difusión del calor. La práctica que involucra el gasto Q en la determinación de las ecuaciones diferenciales, arroja rupturas epistemológicas al centro de la teoría matemática. Es así que para una modelación praxeológica de la transposición de este concepto en la definición del objeto:

$$k\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t} \ldots (1)$$

se hace necesario definir otro tipo de organizaciones.

Se consideran dos tipos de praxeologías que se ubican en un nivel más bajo de racionalismo respecto a las OM: las primeras se conocen como *praxeologías matemáticas,* y designan las funciones a que da lugar la utilidad de las OM determinadas por los procesos de transposición del saber, admitiendo argumentaciones arbitrarias que surgen de la práctica matemática, en las instituciones usuarias de la matemática misma. Las segundas se conciben como *praxeologías no-canónicas*, las cuales admiten conocimientos empíricos de otras ciencias no-matemáticas. En ambos casos, se presenta un fenómeno de co-determinación entre los elementos de las OM y aquellos de las actividades prácticas, que llevan a la construcción de praxeologías no-canónicas.

Para la justificación de los elementos tecnológicos que integran ambos tipos de praxeologías, el modelo chevallardiano [T, τ, θ, Θ] deja de funcionar. Es así que para su utilidad en la incorporación de conocimientos externos a la matemática, se asumirá el *modelo extendido* de Castela y Romo-Vázquez (2011): Un modelo de praxeología no-canónica en proceso de construcción, que admite tanto las tecnologías teóricas θ^{th} como tecnologías prácticas θ^{p}.

$$\begin{bmatrix} T, & \tau, \begin{matrix}\theta^{th} \\ \theta^{p}\end{matrix}, & \Theta \end{bmatrix} \begin{matrix} \longleftarrow P(M) \\ \longleftarrow I_u \end{matrix}$$

Esquema 1. Modelo praxeológico extendido propuesto por Castela y Romo-Vázquez (2011), en el que se incluye a la unidad básica de análisis [T, τ, θ, Θ] una tecnología práctica θ^{p}.

En el Esquema 1, I_u representa la institución usuaria de la matemática, en este caso los sistemas de fluidos, de los que se desprenden tecnologías prácticas θ^{p}, en tanto $P(M)$ son aquellos investigadores que producen matemáticas y justifican a θ^{th}.

Experimentación y empiremas

El uso del gasto en la demostración de la ecuación diferencial parcial citada, muestra la transposición de saberes entre instituciones no necesariamente matemáticas y da pie para aceptar la existencia de argumentos externos conocidos como *empiremas*, en la forma en que los define De Gortari (2000, p. 166).

Los empiremas se reconocen por el contenido de proposiciones obtenidas como resultado de actividades prácticas o experimentales, los cuales son susceptibles de ser sometidos a verificación para probar su validez. Vidal y Rogalsky (2007) enuncian proposiciones de este tipo llamándolos *conceptos pragmáticos*, es decir, *entidades* que no son parámetros directamente observables o medibles vía instrumentos, ni tampoco, en l**o** inmediato, conceptos técnicos de carácter científico:

(…) representaciones esquemáticas y operativas elaboradas por y para la acción, que son producto de un proceso histórico y colectivo, y que son transmitidas esencialmente por experiencia y por compañerismo (p. 51)[1].

De manera semejante a los teoremas, los empiremas se determinan primero en calidad de hipótesis, como consecuencia de una serie de razonamientos, para posteriormente ser sometidos a pruebas experimentales. La característica de las proposiciones y fórmulas contenidas en los empiremas, es que estas pueden ser "(…) *el preludio de conceptos científicos* (…)", toda vez que son "(…) *provistos de cualidades teóricas"* (op. cit., p. 52), sin necesariamente ser considerados objetos pre-construidos como aquellos que forman parte de las OM, en el sentido de Schneider (2007).

Este punto de vista se apega a la aceptación del concepto de empirismo como sustento de la construcción de conocimiento, semejante a la postura que adopta Priest (2007, p. 6):

Considero que el conocimiento se "fundamenta sobre" la experiencia si y sólo si la experiencia es necesaria para el conocimiento[2].

El planteamiento deja ver que el empirismo es *necesario* para la adquisición y formulación de conceptos, más allá de su concepción a priori.

En el Esquema 2 la tecnología práctica θ^p justifica el empleo de las técnicas empíricas externas, toda vez que tiene por límite a las tecnologías teóricas θ^{th} dominantes. En esa estructura, el bloque $[T_p, \tau_p]$ se reconoce como un *saber-hacer* de carácter práctico, mientras que el bloque tecnológico $[\theta^p, \theta^{th}]$ finca un puente epistemológico entre las tecnologías práctica y teórica, que son validadas por la institución usuaria I_u, que además *produce* las actividades prácticas τ_e. Ambas tecnologías establecen un nivel de discurso tecnológico mixto que enriquece la justificación de las técnicas prácticas involucradas.

$$[T, \quad \tau, \theta^p, \quad \Theta] \longleftarrow I_u$$

Esquema 2. Modelo de *empirema* en el que θ^p justifica las técnicas empíricas externas τ_e toda vez que tiene por límite a la tecnología teórica θ^{th}. En este caso, la institución I_u valida su posición.

Para mejorar la explicación anterior se propone el siguiente caso.

De la Pascua (1876, pp. 95-96) propone dos definiciones para el gasto en tanto[3]: *"cantidad de agua que sale en un tiempo dado por una abertura cualquiera"*. La primera de ellas es una *definición teórica* expresada por la fórmula (2) de Torricelli.

$$Q = \frac{2tK\sqrt{ah}}{t'} \quad ...2$$

en la cual Q representa el gasto, K la superficie o área del orificio, t el tiempo en que se produce dicho gasto, h la altura del nivel y a la altura de que caería un cuerpo pesado en el tiempo t'. La fórmula (2) es deducida de las leyes del movimiento uniformemente acelerado y representa lo

1 (…) représentations schématiques et opératives, élaborées par et pour l'action, qui sont le produit d'un processus historique et collectif, et qui sont transmises essentiellement par expérience et par compagnonnage.
2 I suggest knowledge is 'based on' experience if and only if experience is necessary for knowledge.
3 El libro de física de De la Pascua se usó como manual para la enseñanza de esa disciplina en la Escuela Nacional Preparatoria mexicana durante el último tercio del siglo XIX.

que se conocía a finales del siglo XIX como *gasto teórico*. Para determinar el *gasto práctico,* De la Pascua comprobó *por la experiencia,* es decir, a través de una constatación empírica, la expresión (2) usando un depósito en el que la altura del nivel era constante en todo momento, de modo que midió las cantidades de agua a través del orificio para diferentes tiempos. A partir de esto último dedujo que el "(…) *gasto práctico es en proporción menor que el gasto teórico",* ello a partir de que la *velocidad práctica* del flujo *es de dos tercios respecto de la teórica* (p. 95).

De la Pascua atendió el problema geométrico que se suscita y que le llevó a determinar la proporción de dos tercios de diferencia entre la velocidad práctica y la velocidad teórica, concluyendo que el depósito utilizado para la experimentación no era del todo cilíndrico sino que asumía cierta forma cónica, de modo que las proporciones entre gasto práctico y gasto teórico son lo suficientemente aceptables de acuerdo a la experimentación, lo cual valida en ese contexto a la expresión (2).

La ley empírica del gasto en la difusión de calor. El punto de vista en los manuales

Por lo general los textos de matemáticas involucran nociones y conceptos empíricos para validar la definición de conceptos matemáticos que les constituyen, sin justificar la inmersión de dichos argumentos al centro del contenido del discurso matemático que da estructura al texto. Un caso particular se puede ver en el libro de ecuaciones diferenciales de Zill y Cullen (2008, p. 533, vol. 1). Estos autores hacen uso de la ley empírica del gasto:

$$Q = -\gamma m u \ldots \quad (3)$$

expresión que como es sabido fue fincada a través de la experimentación en las corrientes de agua durante el año de 1625 por el italiano B. Castelli, fue además experimentada por Galileo en 1656, hasta lograrse un uso práctico en la determinación del volumen de agua que atraviesa por una sección trapezoidal en los canales, en los trabajos desarrollados por Chézy en 1768 y en los estudios sobre el movimiento de los fluidos de Navier en 1821[4] (Levy, 1989, p. 226)[5]. En la fórmula (2), Q es la velocidad con la que ocurre el flujo por un elemento de sección transversal de un tramo de tubo de masa homogénea, m es la masa del flujo y u la cantidad de flujo que se acumula en la sección por unidad de tiempo t.

Tijonov y Samarsky (1972, p. 189) usan la ley del gasto en la forma:

$$Q = -k\frac{u_2 - u_1}{I}S = -k\frac{\partial u}{\partial x}S \ldots (4)$$

donde S es una sección de la barra y $\frac{u_2 - u_1}{I}$ el calor que *permanece* en la sección por unidad de tiempo. En todos los casos el uso del gasto Q facilita la práctica matemática importando así las *disquisiciones físicas* (Godunov, 1978, p. 36) que llevan a la determinación de la ecuación diferencial.

La misma idea en la utilidad del gasto Q fue la pieza clave que llevó a Fourier a establecer la ecuación de calor. Fourier describe el equilibrio térmico del flujo de calor a partir de una descomposición geométrica de los cuerpos (sólidos o líquidos), que deviene *método canónico*

[4] Navier (1821). *Sur les lois des mouvements des fluides, en ayant égard à l´adhésion des molécules. Annales de Chimie et Physique, col. 19, 244-260.* De la reproducción parcial de La Houille Blanche, núm. 6 (1967), 673-677

[5] La obra de Castelli, en la cual determina el gasto, es citada por Levi: Castelli, B (1765): *Della misura delle aqcue correnti,* en *Raccolta d´autori…*, vol. 1, Florencia.

(Dalmedico, 1992, pp. 133-134). La cantidad de calor *u* que permanece en una sección entre las superficies de un paralelepípedo elemental, condujo a Fourier a la ecuación de propagación, que se muestra en (5).

$$\frac{du}{dt} = \frac{k}{C_\rho}\left(\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{d^2u}{dy^2} + \frac{d^2u}{dz^2}\right) \ldots (5)$$

donde *C* es el calor específico, ρ la densidad y *k* la constante de conductividad

El calor va de las regiones de calor más altas hacia las regiones más frías a una velocidad proporcional a la variación de la temperatura.

El método canónico es resultado de la definición del gasto fincada originalmente por Castelli, que a su vez utilizó Fourier a partir del conocimiento que tenía de ley de enfriamiento de Newton, cuyas articulaciones pone en evidencia la ya citada Dalmedico (1992):

(…) El calor se difunde por un área elemental que es igual al producto de la superficie de difusión por el coeficiente conductibilidad externa que multiplica a la diferencia de temperaturas[6] (p. 131).

El engranaje que señala fundamental la fórmula del gasto, evidencia una fenomenología física que esconde la génesis del modelo matemático de las ecuaciones diferenciales que organizan el problema de difusión de calor. Dicha fenomenología es estrechamente relacionada con la estabilidad de los sistemas de fluidos incorporado a la obra de Newton: Las *cantidades fluyentes*, las *fluxiones*, así como el método del gasto para determinar la cuadratura de las curvas[7], dejan ver en este último su filiación ante ese sistema, del cual Fourier es partícipe.

Se presentan así dos dominios diferentes en dependencia recíproca: la teoría de calor que se desprende de un modelo del todo experimental y otra que de ella se deduce, la teoría de las ecuaciones diferenciales, que se contempla actualmente en un modelo teórico matemático. No obstante, la explicación a través del método canónico para la definición del modelo matemático de las ecuaciones diferenciales hace inevitable en la práctica matemática el uso del gasto.

Los autores de los libros de texto de ecuaciones diferenciales, formulan estas últimas a partir de los principios de la física para motivar los tópicos y objetos matemáticos, de modo que a través de ello se puedan interpretar los resultados que las ecuaciones arrojan. ¿Pero, de veras esos autores contarán con herramientas matemáticas para formular las ecuaciones diferenciales citadas y así evadir en la práctica matemática las propias herramientas que provee la fenomenología física? Un intento de evadir el gasto es describir la ecuación de difusión a partir de la divergencia como:

$$u_t = \frac{k}{C_\rho} div(\nabla u) \text{ , o bien } u_t = \frac{k}{C_\rho} \nabla u \ldots \ (6)$$

No obstante, la divergencia de un campo vectorial mide la diferencia entre el flujo que entra y el flujo que sale del campo, determinando así al propio gasto. Koepfler (2001, p. 26) desarrolla un planteamiento semejante, con lo cual intenta una demostración más apegada a la teoría matemática, sin poder evitar las referencias a la fenomenología física.

---

[6] (…) La chaleur diffusée par une aire élémentaire est égale au produit de la surface de diffusion par le coefficient de conductibilité externe que multiplie la différence de température.

[7] Además de la gran cantidad de problemas de difusión: calor, flujo de partículas, etc., que se atienden en los *Principia.*

La técnica del gasto es determinada y validada por instituciones externas a la matemática sin poder disociarse de los modelos praxeológicos por su estatus en la enseñanza de los modelos de ecuaciones diferenciales.

Modelación praxeológica de la definición de la ecuación de calor a través del gasto

La ley que determina el gasto (1) es transpuesta sin mucho cuestionamiento por Zill y Cullen (2008) al caso de la difusión de calor sobre una barra delgada de longitud *L*, de condiciones análogas al flujo de líquidos. Para ello establecen cuatro supuestos:

- Dentro de la varilla, el flujo de calor tiene lugar sólo en la dirección *x*.
- La superficie lateral está aislada.
- No se está generando calor dentro de la varilla.
- La varilla es homogénea, esto es, su masa por unidad de volumen ρ es constante.
- El valor específico γ y la conductividad térmica *K* del material son constantes.

El problema se puede esquematizar a través de una praxeología no-canónica de la siguiente manera:

T: Determinar la ecuación diferencial

$k\frac{d^2u}{dx^2} = \frac{\partial u}{\partial t} \dots$ (1)

"Para deducir la ecuación diferencial parcial que se satisface mediante la temperatura u(x, y), necesitamos dos leyes empíricas de conducción de calor" (p. 533).

Las leyes empíricas se describen enseguida como θ^P, según el modelo de Castela y Romo-Vázquez (2011).

θ_1^P: En un elemento de masa m, la cantidad de calor Q es

$Q = -\gamma mu \ \dots$ (4)

donde *u* representa la temperatura del elemento.

θ_2^P: La velocidad del flujo de calor Q_1 a través de la sección transversal (…) es proporcional al área A de la sección transversal y a la derivada parcial de la temperatura respecto a x:

$Q_1 = -kAu_x$ …(5)

En el siguiente planteamiento se esbozan técnicas experimentales τ_e: empiremas, que llevan a establecer una expresión para la cantidad de calor *Q* al involucrar elementos como la masa *m* en función de la densidad ρ, y el área de la sección circular de la varilla.

τ_e: "Como el calor fluye en la dirección que desciende la temperatura, el signo menos se utiliza en (5) para asegurar que Q_1 sea positiva para $u_x<0$ (…) y negativa $u_x>0$ (…).

τ_e: Si la sección circular de la varilla (…) entre *x* y $x+\Delta x$ es muy delgada, entonces *u(x, t)* puede considerarse como la temperatura aproximada en cada punto del intervalo.

Ahora la masa de la sección circular es $m = \rho(A\Delta x)$, por ello, a partir de (4). Puede deducirse que la cantidad de calor en tal masa es,

$Q = \gamma\rho A\Delta x u"$ . . . (6)

A partir de las expresiones (5) y (6) los autores combinan actividades empíricas con técnicas matemáticas para establecer el incremento de calor que se acumula en la sección transversal:

"(…) cuando fluye calor en la dirección positiva de x, a partir de (5) observamos que el calor se incrementa en la sección transversal a una velocidad neta de

$-KAu_x(x,t) - [-KAu_x(x+\Delta x), t)] = KA[u_x(x+\Delta x, t) - u_x(x,t)]$ . . . (7)

El resto de las actividades refieren técnicas matemáticas τ para concluir con la determinación de la ecuación diferencial parcial:

τ_1:"Diferenciamos (6) respecto a t y observamos que la velocidad neta está dada también por

$Q = \gamma\rho A\Delta x u_t$ . . .(8)

τ_2: Al igualar (7) y (8) obtenemos

$\frac{K}{\gamma P}\frac{u_x(x+\Delta x,t)-u_x(x,t)}{\Delta x} = u_t$ . . . (9)

τ_3: Calculamos el límite de (9) como Δx→ 0 para finalmente obtener (1) en la forma

$\frac{K}{\gamma P}u_{xx} = u_t$

τ_4: Es muy común establecer $k = \frac{K}{\gamma P}$ y llamar esta constante positiva **difusividad térmica**.

La demostración concluye estableciendo un objeto matemático que se puede distinguir como un elemento tecnológico de $[T, \ \ \tau_e, \theta^p, \ \ \theta^{th}] \longleftarrow I_u$, es decir:

θ^{th}: $k\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t}$

Conclusiones

La noción de gasto fue en su origen provisto de cualidades teóricas que sirvieron de ensayo para la determinación de objetos matemáticos fundamentales como la ya vista ley de transferencia de calor de Fourier, así como el concepto de divergencia. Sin embargo, y como se ha puesto en evidencia, el gasto vincula dos niveles de racionalismo que permiten dar cuenta de procesos de construcción de saberes que se determinan a partir de conocimiento empírico, toda vez que permite incorporar en las praxeológicas no-canónicas empiremas donde se presentan esos conocimientos. Sin ser un saber descontextualizado, el gasto cuenta con amplios atributos operatorios, siendo objeto de intercambio y de manipulaciones transpositivas entre las instituciones involucradas.

En este caso, comunidades de escritores de textos para la enseñanza de las ecuaciones diferenciales parciales transmiten saberes prácticos a un nivel local de investigación matemática, donde la justificación que asumen es al centro de una serie de suposiciones de la fenomenología física.

El modelo extendido de Castela y Romo-Vázquez (2011) fue originalmente diseñado para justificar los conocimientos empíricos que surgen al centro de la práctica matemática —principalmente en las actividades escolares— más no para justificar la utilidad del empirismo en la construcción del conocimiento, como es el caso analizado. Sin embargo, Castela (2008) atribuye a la noción de tecnología seis funciones que permiten tomar en cuenta la utilidad de las matemáticas en las disciplinas intermediarias y principalmente en profesiones como la ingeniería, no obstante, la tecnología práctica se corresponde con una modalidad diferente de validación institucional (Romo-Vázquez, p. 54).

Es por esta razón que se propuso el modelo de empirema que se muestra en el Esquema 2, en el que se incorporan actividades prácticas, no obstante este último se ubica en un nivel de racionalismo muy alejado de las praxeologías matemáticas canónicas.

Referencias y bibliografía

Castela, C. (2008). Travailler avec, travailler sur la notion de praxéologie mathématique pour décrire les besoins d'apprentissage ignorés par les institutions d'enseignement. *Recherches en didactique des mathématiques, 28*(2), 135-179.

Castela C., & Romo Vázquez, A. (2011). Des mathématiques a l´Automatique: Étude des effets de transposition sur la transformée de Laplace dans la formation des ingénieurs. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 31*(1), 79-130.

Dalmedico, A.D. (1992). *Mathématisations, Augustin-Louis Cauchy et l´école française*. France: Édition du Choix, Librairie Scientifique de A. Blanchard.

De Gortari, E. (2000). *Diccionario de la lógica*. México: Plaza y Valdés, S. A de C. V, primera reimpresión.

De la Pascua (1876). *Introducción al estudio de la física*. México: Imprenta de la Viuda é Hijos de Murguía.

Chevallard, Y. (1999). *L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique*. Consultado el 20 de abril de 2013, en: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Analyse_des_pratiques_enseignantes.pdf

Godunov, S. K. (1978). *Ecuaciones de la física matemática*. Moscú: Editorial MIR.

Koepfler, G. (2001). *Équations aux dérivés partielles.* UFR de Mathématiques et Informatique, Paris 5, Université René Descartes.

Levy, E. (1989). *El agua según la ciencia*. México: Ediciones Castell Mexicana S.A, Conacyt.

Priest, F. (2007). *The British empiricists.* New York: Taylor & Francis e-Library.

Romo-Vázquez, A. (2009). *La formation mathématique des futurs ingénieurs* (Thèse doctorale inédite). Université de Paris Diderot, (Paris VII).

Schneider, M. (2007). *Entre recherche et développement: quel choix de valeurs pour l'ingénierie curriculaire?* Intervention aux journées mathématiques organisées par l'INRP, 12 juin 2007, http://www.inrp.fr/.

Tijonov, A., & Samarsky, A. (1972). *Ecuaciones de la física matemática.* Moscú: Editorial MIR.

Vidal-Gomel, C., & Rogalsky, J. (2007) La conceptualisation et la place des concepts pragmatiques dans l'activité professionnelle et le développement des compétences. *@ctivités, 4*(1) 49–84. http://www.activités.org/v4n1

Zill, D. & Cullen M. (2008). *Matemáticas avanzadas para ingeniería, Vol. 1. Ecuaciones Diferenciales.* México: McGraw-Hill Interamericana, Tercera edición impresa en China.