



O uso da história da trigonometria no ensino

Eline das Flores **Victor**

Programa de Pós Graduação em Ensino das Ciências na Educação Básica, Unigranrio

elineflores@hotmail.com

Brasil

Jurema Rosa **Lopes**

Programa de Pós Graduação em Ensino das Ciências na Educação Básica, Unigranrio

juremarosa@ig.com.br

Brasil

Carlos Antonio de **Souza**

Instituto Federal do Rio de Janeiro, IFRJ

carlosdesouzamatematica@hotmail.com

Brasil

Resumo

A questão básica do presente estudo é: como o uso da História da Matemática no processo do ensino de trigonometria nas funções seno e cosseno, pode levar o aluno a ter uma aprendizagem significativa? O objetivo é investigar como a História da Trigonometria pode se constituir como elemento facilitador da aprendizagem das funções seno e cosseno, por parte de estudantes do ensino médio. Essa experiência pedagógica envolveu a produção de um ensaio sobre a história da trigonometria e 21 alunos, do primeiro ano do ensino médio, de uma escola pública federal, localizada no município de Nilópolis/RJ. A conclusão do estudo evidencia, qualitativamente, que a História da Matemática é um elemento facilitador ao ensino das funções seno e cosseno na medida em que possibilita o diálogo, trazendo situações que possibilitam a problematização e compreensão dos conceitos.

Palavras chave: ensino, matemática, história da matemática, função seno e cosseno, aprendizagem significativa.

Introdução

Anos de experiência nos autorizam a dizer que muitas vezes o professor na sua prática em sala de aula não tem se mostrado um incentivador dos seus alunos. Sabemos que muitos alunos, pela própria natureza da disciplina matemática, têm dificuldade em entender os conteúdos e se

apropriar dos conceitos. Nos parece que eles não conseguem articular o que aprendem, ao seu cotidiano. Também às perguntas feitas frequentemente pelos alunos com relação aos “por quês?”, isto é, como surgiu isto, como surgiu aquilo, o que evidencia um conhecimento prévio, nem sempre se oferecem respostas, o que contribui, a nosso ver, para que os mesmos tenham pouca ou nenhuma motivação para a aprender matemática.

Pensamos que a pouca motivação aumenta a dificuldade dos alunos e já que ninguém gosta de colecionar insucessos, acreditamos que daí vem a aversão e o estigma da matemática como o "bicho papão" dos currículos escolares. Vale ressaltar, novamente, que em nossas práticas docentes temos vivenciado, intensa e ciclicamente, situações marcadas pelo viés aversivo a esse importante campo de conhecimento. Assim, não poderíamos escapar ao estudo propositivo, na perspectiva de dirimir preocupações ou incômodos com os quais se insere nesse cenário.

A relevância da história da matemática

O objetivo do presente estudo é investigar como a História da Trigonometria pode se constituir como elemento facilitador da aprendizagem das funções seno e cosseno, por parte de estudantes do ensino médio. Isso porque acreditamos que podemos usar a História da Matemática, que é um outro tipo de abordagem, com o objetivo de colocar o aluno em contato com a história da criação do conhecimento da matemática, pois este recurso, além de esclarecer ideias matemáticas que estão sendo construídas, torna a aprendizagem mais significativa.

Entendemos que a História da Matemática pode ser um instrumento muito eficaz no processo de ensino-aprendizagem de matemática, uma vez que permite, aos alunos, entender conceitos a partir de sua origem, ao considerar todas as modificações ao longo da história. Assim, há possibilidades de despertar, a curiosidade dos alunos para pesquisas futuras e dessa forma, acreditamos que a compreensão do aluno seja facilitada.

O importante é que a História da Matemática ajude o aluno a perceber que a matemática não é uma ciência isolada dos demais saberes e, além do mais, o conhecimento da História da Matemática possibilita perceber que as teorias que hoje aparecem acabadas e elegantes resultaram de desafios que os matemáticos enfrentaram e que foram desenvolvidas com grande esforço, quase sempre, numa ordem bem diferente daquela em que são apresentadas após o processo de formalização.

Segundo Viana e Silva:

“A História da Matemática no ensino pode ser usada como uma ferramenta motivadora nas aulas de matemática, objetivando proporcionar uma aprendizagem significativa daquilo que se almeja. O maior ganho dessa forma de utilizar a História da Matemática na Educação Matemática é a possibilidade de discutir-se crença, emoções e afetos envolvidos na prática em que tal criação ocorreu” (Viana e Silva, 2007, p.7).

Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1998) os conceitos abordados vinculados com sua história tornam-se instrumentos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo. Nesse sentido, a História da Matemática é um instrumento de resgate da própria identidade cultural.

Uma outra maneira de participar da história apresentada na proposta dos PCN (Brasil, 1998), para o ensino da matemática, refere-se ao uso de problemas históricos, pois consideram que os conceitos matemáticos precisam ser tratados mediante a exploração de problemas, ou seja, situações nas quais os alunos necessitem desenvolver algum tipo de estratégias para resolvê-las.

Partindo da noção reafirmada por Malba Tahan (2010) de que “a matemática é um método geral de pensamento aplicável a todas as disciplinas e desempenha um papel dominante na ciência moderna” (p. 249), parece inconcebível pensar neste campo de saber sem se preocupar com a aprendizagem de seu conteúdo. Consideramos a História da Matemática como elemento orientador na elaboração de atividades, na criação das situações-problema, na fonte de busca, na compreensão e como elemento esclarecedor de conceitos matemáticos, possibilita o levantamento e a discussão das razões para a aceitação de certos fatos, raciocínios e procedimentos por parte do estudante.

Segundo D’Ambrosio:

“Uma percepção da História da Matemática é essencial em qualquer discussão sobre a matemática e o seu ensino. (...) Não é sem razão que a história vem aparecendo como um elemento motivador de grande importância” (D’Ambrósio, 2006, p.29, apud Souza, 2009, p.8).

Souza (2008) destaca nos estudos de D’Ambrósio que a História da Matemática é um elemento fundamental para se perceber como teorias ou práticas matemáticas foram criadas, desenvolvidas e utilizadas no contexto específico de sua época. A utilização da História da Matemática no ensino de matemática é um poder motivador que promove o despertar do interesse do aluno, podendo ser uma fonte de busca de compreensão e de significados para o ensino aprendizagem da matemática atual. (D’Ambrósio, 2006, p.29, apud Souza, 2009, p.8)

Recorremos à história com finalidades diretamente relacionadas com as práticas em sala de aula. Uma das práticas é criar problemas que possam ser debatidos entre professor e aluno. Tais problemas não são os encontrados na História da Matemática, mas nos possibilitam debater alguns aspectos epistemológicos presentes na construção histórica do conhecimento trigonométrico e criar oportunidades de investigação para a Educação Matemática.

Mediante Silveira (2010), é ingênuo considerar a História da Matemática como um simples instrumento metodológico, pois ela é uma área de conhecimento matemático, isto é, um campo de investigação científica.

“Ao desenvolvermos estudos relativos às contribuições da História da Matemática para a Educação Matemática, percebemos que é necessário muita cautela, pois pode-se incorrer no erro de simplesmente assumir a História da Matemática como elemento motivador ao desenvolvimento do conteúdo. Sua amplitude extrapola o campo da motivação e engloba elementos cujas naturezas estão voltadas a uma investigação entre o conteúdo e sua atividade educacional. Essa interligação se fortalece a partir do momento que o professor de matemática tem o domínio da história do conteúdo que ele trabalha em sala de aula” (Baroni e Nobre, 1999, p.132, apud Silveira, 2010).

A principal função da História da Matemática, em sala de aula, é identificada pelo auxílio, dado por esta, no desenvolvimento cognitivo dos alunos por meio de resolução de problemas, a

partir de definições próprias dos conceitos, ligando a causalidade dos fatos à criação de novas definições. Ao professor cabe conhecer a história dos conceitos que norteiam os conteúdos a serem ensinados, enfrentando as dificuldades, buscando, assim, transformar as informações históricas em atividades de ensino, tornando, dessa forma, o ensino mais significativo.

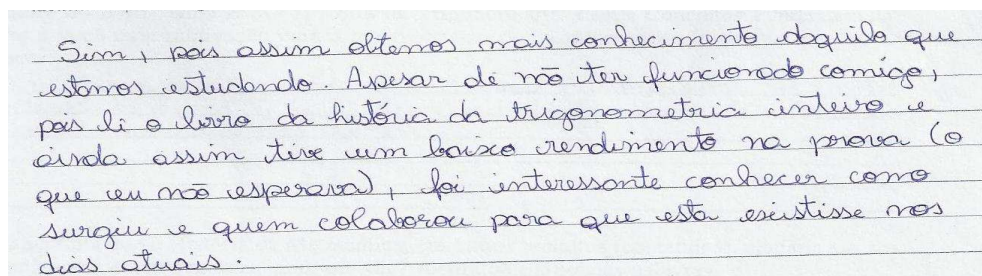
Metodologia

A questão norteadora do presente estudo foi: como o conhecimento da história da matemática, especificamente trigonometria, pode levar o aluno a ter uma aprendizagem significativa das funções seno e cosseno? Objetivamos investigar como a História da Trigonometria pode constituir instrumento facilitador da aprendizagem das funções seno e cosseno. Para tal, reconstituímos a história da trigonometria e seus conceitos fundamentais em um material didático, com informações históricas registradas nas obras de Eves (2004), Boyer (2010) e Kennedy (1992), enfatizando as funções seno e cosseno. Neste trabalho chamaremos essa reconstrução histórica e seus conceitos, de ensaio. O ensaio foi objeto de estudo individual, paralelo, no contraturno das aulas, no espaço da residência de cada estudante.

O campo empírico do estudo foi o Instituto Federal do Rio de Janeiro (IFRJ), município de Nilópolis/RJ. Vinte e um alunos do primeiro ano do ensino médio formam o universo da pesquisa. Na primeira fase do estudo, aplicamos um pré-teste para levantar os conhecimentos anteriores do aluno a respeito de semelhança de triângulos e relações métricas no triângulo retângulo, pré requisitos para a aprendizagem das funções seno e cosseno. A segunda fase trata da leitura do ensaio e das aulas sobre trigonometria. Na terceira fase, aplicamos um pós-teste com o intuito de se obter dados comparativos (pré e pós-teste) a partir dos quais se possa dizer se o ensaio foi de fato um instrumento capaz de ajudar de modo significativo no rendimento estudantil. E por último, cada estudante escreveu uma redação evidenciando a sua compreensão sobre como os conteúdos abordando como a História da Trigonometria ajudou na compreensão e aprendizagem das funções seno e cosseno. A última fase do estudo, ou seja, a compreensão do alunos através da sua redação é o foco que trazemos no presente trabalho.

Uma discussão sobre a História da Trigonometria: a compreensão dos alunos

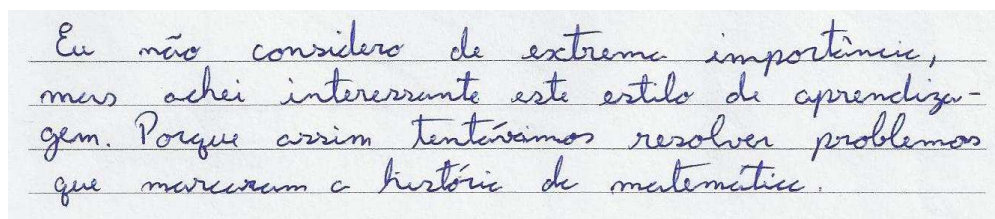
Na presente pesquisa utilizamos o uso da História da Trigonometria e trazemos para reflexão a compreensão dos alunos, sobre como a História da Trigonometria o ajuda na compreensão e aprendizagem das funções seno e cosseno. Assim, diante da pergunta: *"Você considera importante conhecer a história da matemática, paralelamente ao estudo de trigonometria, para facilitar a aprendizagem dos conteúdos de trigonometria? Por que?"*, obtivemos os seguintes resultados:



Sim, pois assim obtenho mais conhecimento daquilo que estamos estudando. Apesar de não ter funcionado comigo, pois li o livro da história da trigonometria inteiro e ainda assim tive um baixo rendimento na prova (o que eu não esperava), foi interessante conhecer como surgiu e quem colaborou para que esta existisse nos dias atuais.

Figura 1. Resposta do aluno A.

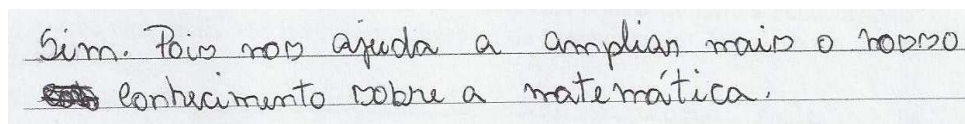
Apesar deste aluno acreditar que não houve uma aprendizagem, pois, segundo ele, "apesar de não ter funcionado comigo, pois li o livro da História da Trigonometria inteiro e, ainda assim, tive um baixo rendimento na prova", nos parece, no comentário seguinte que ele reconhece a apreensão de um conteúdo ligado à História da Matemática, pois achou "interessante conhecer como surgiu e quem colaborou para que esta existisse nos dias atuais", o que se pode evidenciar no que Baroni, Teixeira e Nobre (2005) dizem: por meio da História da Matemática pode-se verificar que a matemática é uma construção humana, que foi sendo desenvolvida ao longo do tempo e, por assim ser, permite compreender a origem das ideias que deram forma à cultura, como também observar os aspectos humanos de seu desenvolvimento, enxergar os homens que criaram essas ideias e as circunstâncias em que se desenvolveram.



Eu não considero de extrema importância, mas achei interessante este estilo de aprendizagem. Porque assim tentávamos resolver problemas que marcaram a história da matemática.

Figura 2. Resposta do aluno B.

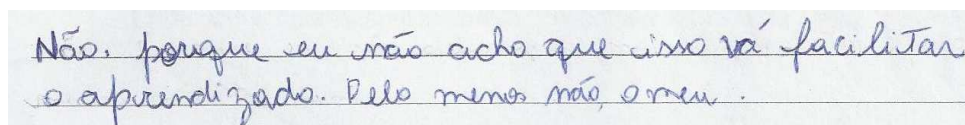
A resposta deste aluno parece indicar um caso de ponderação: embora considere não ser de extrema importância, achou interessante a associação do estudo da história com estudo da trigonometria, justificando que essa dinâmica os instigava a fazer a associação entre os acontecimentos que levaram à produção daquele conhecimento trigonométrico e a retomada concreta de situações similares em que ele se envolve resolvendo problemas correlatos. Talvez precisasse de maior apoio ou a diversificação de outras estratégias de ensino-aprendizagem. A resposta do aluno suscita a fala de Sad (2004) ao destacar que a História da Matemática aumenta a motivação para a aprendizagem e situa a matemática cronologicamente, em relação a sua própria constituição, para poder compreender as condições de sua produção.



Sim. Pois nos ajuda a ampliar mais o nosso conhecimento sobre a matemática.

Figura 3. Resposta do aluno H.

Pela resposta desse aluno, podemos observar que houve uma aprendizagem, pois ele apresentou uma predisposição para conhecer a História da Matemática, quando diz "pois nos ajuda a ampliar mais o nosso conhecimento sobre a matemática". O aluno manifesta uma disposição para relacionar, de maneira não-arbitrária e não-literal, a sua estrutura cognitiva, os significados que capta dos materiais educativos, potencialmente significativos.



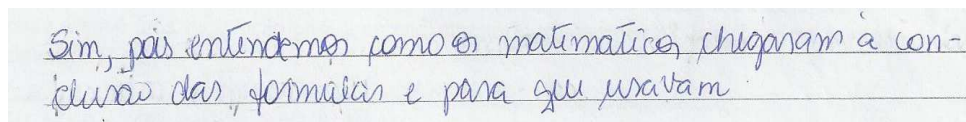
Não, porque eu não acho que isso vai facilitar o aprendizado. Pelo menos não, o meu.

Figura 4. Resposta do aluno Q.

Ao que indica, pela fala do aluno Q, não existiu para ele, predisposição para conhecer a História da Matemática pois, para o mesmo, "isso não vai facilitar a aprendizagem". Não facilitar

a aprendizagem, para esse aluno, nos sugere que a História da Matemática pode não ter tido importância para seu aprendizado; ainda que não tenhamos certeza se o aluno leu ou não o Ensaio. Mesmo com a adoção de uma estratégia de ensino diferente da tradicional, para ele, esta estratégia não facilitou sua aprendizagem. Este resultado nos leva a pensar em outros métodos para que haja uma aprendizagem, tais como seminários, pesquisas, além da participação ativa do aluno.

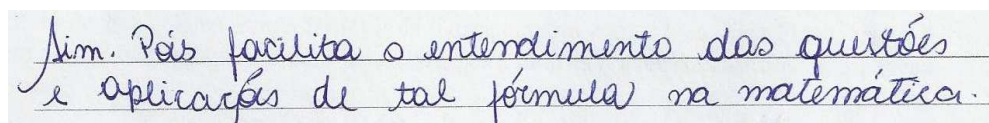
A história da matemática como facilitadora da memorização das fórmulas



Sim, pois entendemos como os matemáticos chegaram à conclusão das fórmulas e para que usavam.

Figura 5. Resposta do aluno J.

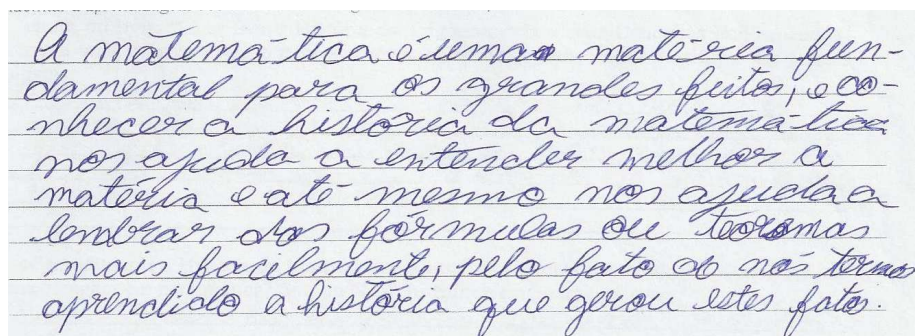
É possível identificar a predisposição em conhecer a História da Matemática, interligado ao estudo da trigonometria, na resposta deste aluno, uma vez que para ele é importante entender "como os matemáticos chegaram à conclusão das fórmulas e para que usavam", que nos leva a concluir que o uso da História da Matemática tem, também, como objetivo colocar o aluno em contato com a história da criação do conhecimento da matemática, pois este recurso, além de esclarecer ideias matemáticas que estão sendo construídas, facilita a aprendizagem. A História da Matemática no ensino pode ser usada como uma ferramenta facilitadora nas aulas de matemática, objetivando proporcionar uma aprendizagem daquilo que se almeja (Viana e Silva, 2007).



Sim. Pois facilita o entendimento das questões e aplicações de tal fórmula na matemática.

Figura 6. Resposta do aluno C.

A produção deste aluno nos mostra a relevância da História da Matemática, uma vez que "facilita o entendimento das questões e aplicações de tal fórmula na matemática". Isto nos remete à enunciação de autores como Baroni, Teixeira e Nobre (2005) quando dizem que o estudo da História da Matemática favorece uma melhor compreensão sobre conceitos e teorias matemáticas, favorecendo a melhoria deste ensino e facilitando a contextualização histórica.

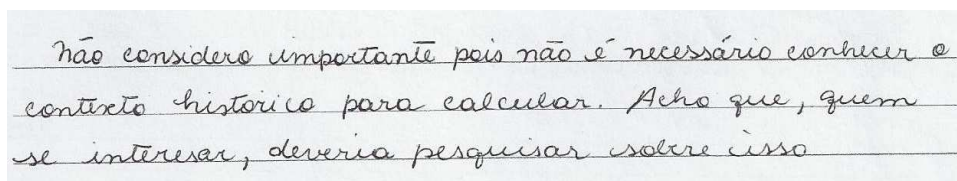


A matemática é uma matéria fundamental para os grandes feitos, e conhecer a história da matemática nos ajuda a entender melhor a matéria e até mesmo nos ajuda a lembrar das fórmulas ou teoremas mais facilmente, pelo fato de nos termos aprendido a história que gerou estes fatos.

Figura 7. Resposta do aluno D.

Na resposta deste aluno, é possível identificar a predisposição para o conhecimento da História da Matemática; uma vez que ele atribui importância desse estudo paralelo para

“entender melhor a matéria/disciplina e até mesmo nos ajuda a lembrar das fórmulas ou teoremas”. Isso ratifica a enunciação de Baroni, Teixeira e Nobre (2005); Mendes (1997); Sampaio (2008) e Sad (2004) de que o estudo da História da Matemática implica as seguintes contribuições: favorece o desenvolvimento de uma nova visão da matemática; a compreensão melhor sobre conceitos e teorias matemáticas; favorece a melhoria do ensino de matemática; facilita a contextualização histórica, a articulação teoria e prática, a adaptação das informações históricas às necessidades individuais com desenvolvimento de saberes e a produção de conhecimento na área de matemática; bem como disponibiliza um rol de atividades diferentes para além das infundáveis sequências de exercícios e memorização de métodos e fórmulas.

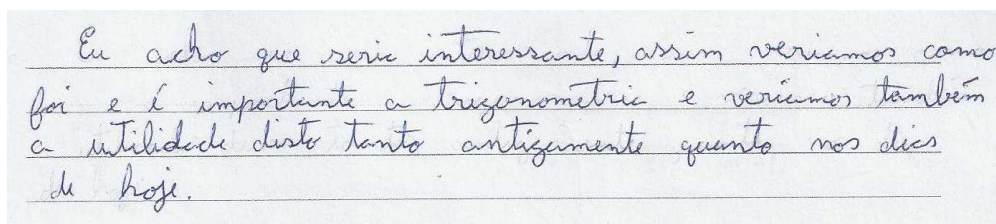


Não considero importante pois não é necessário conhecer o contexto histórico para calcular. Acho que, quem se interessar, deveria pesquisar sobre isso

Figura 8- Resposta do aluno T.

Aqui, o aluno não acredita que a História da Matemática possa facilitar o ensino de trigonometria, isso porque "não é necessário conhecer o conteúdo histórico para calcular", porém vale lembrar que insucessos acumulados podem se tornar obstáculos para novas aprendizagens.

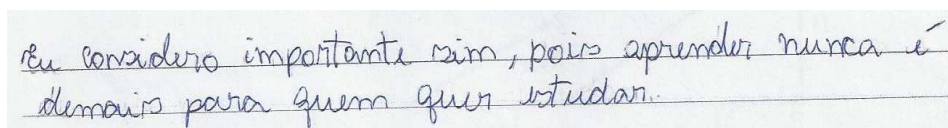
O uso da história da matemática como facilitadora da aprendizagem



Eu acho que seria interessante, assim veríamos como foi e é importante a trigonometria e veríamos também a utilidade disso tanto antigamente quanto nos dias de hoje.

Figura 9. Resposta do aluno B.

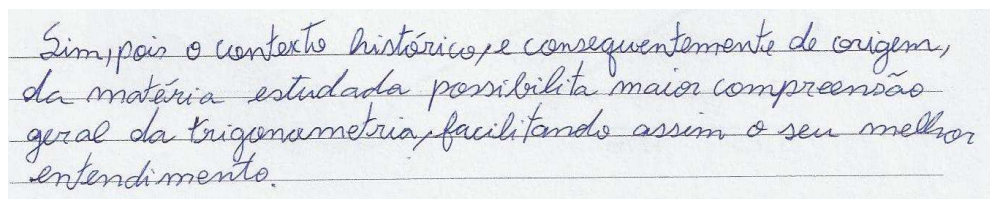
Trata-se de manifestação que configura a expectativa de quem passará por uma experiência que fará uso da História da Matemática, apostando que isso facilitará a aprendizagem. Os valores assinalados pelo aluno são importantes e úteis, evidenciados com entusiasmo. Acreditamos que nesse estágio de desenvolvimento o estudante não se dá conta dos elos entre aprendizagens.



Eu considero importante sim, pois aprender nunca é demais para quem quer estudar.

Figura 10. Resposta do aluno H.

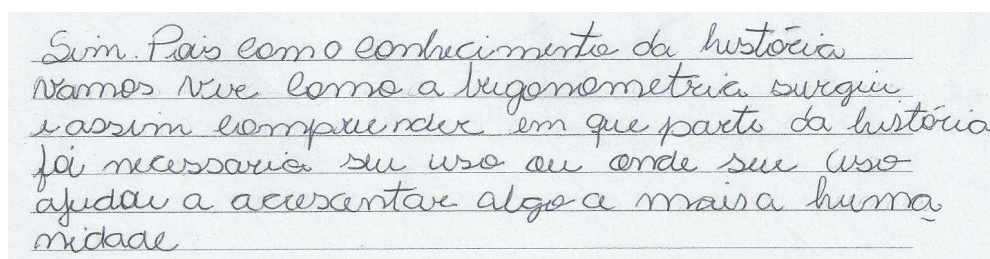
Trata-se de mais um caso de expectativa de contribuição da história para aprender trigonometria, pois o aluno considera importante, ratificando o valor da aprendizagem em si. Tal fala, mais uma vez ratifica o caso de alunos dispostos a aprender, ou seja, alunos que tentam relacionar o conteúdo ou material novo a sua estrutura de conhecimento.



Sim, pois o contexto histórico e consequentemente de origem, da matéria estudada possibilita maior compreensão geral da trigonometria, facilitando assim o seu melhor entendimento.

Figura 11. Resposta do aluno S.

Importante assinalar a referência deste aluno ao “contexto histórico” no qual o conhecimento produzido sirva, como base de sustentação necessária a uma outra aprendizagem ou “o seu melhor entendimento”. Mesmo sem dispor de conhecimentos teóricos sobre aprendizagem, certamente, a vivência dessa experiência concreta já lhe fornece elementos para argumentar sobre a importância de aprender.



Sim. Pois com o conhecimento da história vamos ver como a trigonometria surgiu e assim compreender em que parte da história foi necessário seu uso ou onde seu uso ajudou a acrescentar algo a mais a humanidade.

Figura 12. Resposta do aluno F.

“Com o conhecimento da história vamos ver como a trigonometria surgiu e assim compreender em que parte da história foi necessário seu uso ou onde seu uso ajudou a acrescentar algo mais a humanidade”.

A resposta do aluno, ao que nos parece, confirma que a história lhe ajudou em termos de ganho de aprendizagem, ou seja ao que diz D'Ambrósio (2006) que uma percepção da História da Matemática é essencial em qualquer discussão sobre a matemática e o seu ensino, e não é sem razão que a história vem aparecendo como um elemento facilitador de grande importância. Posicionamento também defendido por Sad (2004) que afirma que o uso da história da matemática é importante porque aumenta a predisposição para aprender, além de situar a matemática cronologicamente em relação aos produtos e a sua própria constituição, para compreender as condições ou o contexto de sua produção.

Conclusões

A reconstrução histórica e conceitual sobre as funções seno e cosseno a partir do ensaio produzido, revelou-nos novas questões a partir da compreensão dos alunos. Entre as questões destacamos que a mudança de estratégia nem sempre favorece ou facilita o ensino, isso porque alguns alunos expressaram que não houve relevância para o ensino da trigonometria (funções seno e cosseno); também o Ensaio, conforme os alunos, ajuda na compreensão do conteúdo na medida em que apontam que a História da Trigonometria facilita a memorização de fórmulas, nos parece que eles estão mais preocupados com a resolução das questões e distanciados dos conceitos fundamentais que envolvem as funções seno e cosseno; e, além disso, podemos destacar que o uso da História da Trigonometria, através do Ensaio, facilita a aprendizagem, na medida em que possibilita o diálogo, trazendo situações que possibilitam a problematização e compreensão dos conceitos.

Referências

- Baroni, R. L. S., & Nobre, S. A. (1999). A pesquisa em história da matemática e suas relações com a educação matemática. In M. A. Bicudo (Org.), *Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas* (pp. 129-136). São Paulo: UNESP.
- Baroni, R. L. S., Teixeira, M. V., & Nobre, S. R. (2005). A investigação científica em história da matemática e suas relações com o programa de pós-graduação em educação matemática. In M. A. Bicudo, & M.C. Borba (Orgs.), *Educação Matemática: pesquisa e movimento* (pp. 164-185). São Paulo: Cortez.
- D'ambrósio, U. (2006). *Educação matemática: da teoria à prática* (13ª ed., Coleção Perspectivas em Educação Matemática). Campinas: Papirus.
- Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática*. Brasília: MEC/SEF.
- Freire, P. (1996). *Pedagogia da Autonomia: Saberes Necessários à Prática Educativa* (36ª ed.). São Paulo: Ed. Paz e Terra.
- Mendes, I. A. (1997). *Ensino de Trigonometria através de Atividades Históricas* (Dissertação de Mestrado em Educação). 165 f. UFRN. Rio Grande do Norte.
- Moreira, M. A. (2011). *Teorias de Aprendizagem* (2ªed.). São Paulo: Ed. EPU.
- Moreira, M. A. (2010). Conferência Proferida no III Encontro Internacional Sobre Aprendizagem Significativa. (Lisboa, 11 a 15 de setembro de 2000).
- Sad, L. A. (2004). Educação Matemática: Unidade na História e nos Objetivos Educacionais. In *Anais do VII EPEM* (pp. 1-5). SP, junho de 2004.
- Sampaio, H.R. (2008). *Uma abordagem Histórica-Filosófica na Educação Matemática: contribuição ao processo de aprendizagem de trigonometria no ensino médio* (Dissertação de Mestrado). Universidade Estadual de Londrina, Brasil.
- Souza, J. F. (2009). *Construindo uma aprendizagem significativa com história e contextualização da matemática* (Dissertação de Mestrado). UFRRJ, Brasil.
- Souza, C.A., Victor, E.F., & Lopes, J.R. (2011). *Uma breve história da trigonometria e seus conceitos fundamentais*. Mesquita. Rio de Janeiro: Ed. Entorno.
- Tahan, M. (2010). *O Homem Que Calculava* (79ª ed.). Rio de Janeiro: Ed. Record.
- Viana, M. C. V., & Silva, C. M. (2007). Concepções de Professores de Matemática sobre a Utilização da História da Matemática no Processo de Ensino-Aprendizagem. In *Encontro Nacional De História Da Matemática* (pp. 7). Belo Horizonte. B. H.