



## O desempenho de alunos do 6º ano em questões que envolvem a decomposição de um número em fatores primos e seu uso para simplificar cálculos

Gabriela dos Santos **Barbosa**

Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Brasil

[gabrielasb80@hotmail.com](mailto:gabrielasb80@hotmail.com)

Sandra Maria Pinto **Magina**

Universidade Estadual de Santa Cruz

Brasil

[sandramagina@gmail.com](mailto:sandramagina@gmail.com)

### Resumo

Este artigo objetiva analisar o desempenho de alunos de 6º Ano do Ensino Fundamental de uma escola particular da zona norte do Rio de Janeiro, Brasil, em situações-problema que envolvem o uso da decomposição em fatores primos para simplificar cálculos. Para tanto, aplicamos um diagnóstico (pré e pós-testes) antes e após uma intervenção de ensino baseada em atividades lúdicas e jogos. Neste artigo, analisaremos quatro situações do teste, o qual enfocou conceitos associados ao Teorema Fundamental da Aritmética. Os resultados apontam que houve crescimento significativo nos rendimentos dos alunos nas quatro situações. Com base nas ideias de Vergnaud (2009), Campbell (2002), Barbosa (2002), Piaget (1994) e Macedo, Petty e Passos (2000) analisamos as representações, estratégias e equívocos encontrados nas soluções e em que medidas eles foram superados. Concluímos que, para o grupo pesquisado, as atividades lúdicas e os jogos contribuíram fortemente para o avanço na compreensão dos conceitos em questão.

*Palavras chave:* Teorema Fundamental da Aritmética, números primos, decomposição em fatores primos, Teoria dos Campos Conceituais.

### Introdução

No presente artigo temos o objetivo de analisar o desempenho de alunos de 6º Ano do Ensino Fundamental de uma escola particular da zona norte do Rio de Janeiro, Brasil, em situações-problema que envolvem o uso da decomposição em fatores primos para simplificar cálculos.. Trata-se de um recorte de uma pesquisa mais ampla que teve por objetivo descrever e analisar o processo de construção dos principais conceitos associados ao Teorema Fundamental da Aritmética (TFA) pelo mesmo grupo. Cabe mencionar que, entre estes conceitos, estão os conceitos de múltiplo e fator, de divisibilidade, de distinção entre números primos e compostos, de decomposição em fatores primos e da utilização da decomposição como estratégia de cálculo. A pesquisa de campo, que forneceu dados para tal investigação, foi constituída por três etapas: a primeira correspondeu à aplicação de um teste diagnóstico com nove questões; a segunda à realização, durante dois meses, de uma intervenção de ensino composta por jogos e outras atividades lúdicas; e a terceira envolveu a reaplicação do teste diagnóstico utilizado na primeira etapa, para investigar as contribuições efetivas da intervenção de ensino. Cabe mencionar que para cada uma das etapas de aplicação dos testes, os alunos trabalharam individualmente durante dois encontros de 100 minutos, sem consultar a professora, que apenas fazia uma leitura prévia do material. Para efeito deste artigo, compararemos o desempenho dos alunos nas questões 6, 7, 8(a, b, c) e 8d, que abordam a decomposição de números em fatores primos e seu uso na simplificação de cálculos. Doravante chamaremos essas questões de q6, q7, q8abc e q8d. Para que o leitor tenha mais informações sobre as etapas do estudo (desenho do experimento), a Tabela 1 a seguir apresenta uma síntese da pesquisa.

Tabela 1

*Síntese das atividades*

<b>Atividade</b>	<b>Duração</b>	<b>Conceito (s) envolvidos (s)</b>
Aplicação do teste diagnóstico – 100 min		
1) jogo de restos	150 min	Divisão euclidiana
2) construção de retângulos	150 min	Reconhecimento dos fatores de um número
3) tábua de Pitágoras	100 min	Propriedades dos fatores e dos múltiplos de um número
4) jogo de mensagem	150 min	Representações para o produto de mais de dois números
5) jogo do telegrama	150 min	Decomposição de um número em fatores
6) construção da árvore de decomposição	150 min	Decomposição em fatores primos de um número
7) jogo da árvore	150 min	Relações entre os fatores primos de um número e os fatores primos dos fatores deste número
Reaplicação do teste diagnóstico – 100 min		

Fonte: Pesquisa privada. 2009.

A teoria que deu sustentação para a realização do estudo foi a Teoria dos Campos Conceituais, a qual apresentaremos sucintamente a seguir.

### **A Teoria dos Campos Conceituais e o papel dos jogos no processo de ensino-aprendizagem**

Desde a elaboração do teste até sua aplicação e correção estivemos fundamentados na Teoria dos Campos Conceituais (TCC). Esta é uma teoria cognitivista que tem fornecido subsídios para o estudo dos processos de construção de conceitos presentes nas ciências exatas, com destaque para os conceitos matemáticos e físicos. Segundo Vergnaud (2009), seu criador, um conceito não pode ser construído isoladamente. Um conceito está associado a muitos outros formando um campo conceitual. Para a formação de conceito, por sua vez, é necessário que o indivíduo interaja com uma diversidade de situações. As situações que escolhemos para trabalhar os conceitos relacionados ao Teorema Fundamental da Aritmética, envolveram jogos atividades lúdicas.

Nossa opção por utilizar jogos vem da importância que autores consagrados como Piaget e Macedo dão a tal ferramenta. De fato, Piaget (1994) explica que por meio dos jogos a criança pode vivenciar os processos de assimilação e de acomodação. Tais processos consistem em acrescentar novos eventos aos esquemas já existentes e em modificar esses esquemas. Trazendo a situação de jogo para a sala de aula, encontramos em Macedo, Petty e Passos (2000) que os jogos favorecem a produção de experiências significativas para os estudantes, seja em termos dos conteúdos disciplinares, seja por meio do desenvolvimento de competências e de habilidades.

Retornando à TCC, entendemos que, junto com as situações, as ideias de representação e esquemas formam os pilares desta teoria. Esquema é um conceito introduzido por Piaget, para considerar as formas de organização das habilidades sensório-motoras e das habilidades intelectuais. Um esquema gera ações e deve conter regras, é eficiente para toda uma série de situações e pode gerar diferentes seqüências de ação, de coleta de informações e de controle, dependendo das características de cada situação particular. Existe, ainda, presente nos esquemas, uma série de conhecimentos, os chamados invariantes operatórios. Analisando os registros e representações que os alunos fizeram nos testes, procuramos identificar os esquemas que mobilizaram e os consequentes conceitos matemáticos (teoremas-em-ação e conceito-em-ação) subjacentes a cada um.

### **Estudos correlatos**

As pesquisas de Campbell (2002) e Barbosa (2002) apontam para a necessidade de mudanças no ensino da Aritmética, respectivamente, nos cursos de formação de professores e na educação básica. É um aspecto consensual entre os pesquisadores a relevância do estudo da Teoria Elementar dos Números desde a educação básica, porque, aplicando seus conhecimentos da estrutura multiplicativa nesse contexto, o sujeito terá oportunidades valiosas para enriquecer sua compreensão das propriedades de multiplicação e divisão. Para fazer uso das possibilidades oferecidas pelos conceitos da estrutura multiplicativa, o indivíduo deve ter experiência com a representação de números naturais como produto (s) de primos. Isto inclui decompor em fatores primos, executar aritmética sobre as decomposições e usar a estrutura embutida nas fatorações para reconhecer e justificar relações de divisibilidade. Com base nestes estudos, procuramos inferir sobre os procedimentos empregados por nossos alunos.

### **Desempenho nas questões de identificação de números primos e de decomposição em fatores primos (q6 e q7)**

Iniciando por uma análise quantitativa, como mostra a tabela, o teste de Mc Nemar apontou como significativo ao nível de 5% (p-valor menor ou igual a 0,05) o crescimento do número de acertos nas questões que enfatizamos aqui.

Tabela 2

Síntese dos desempenhos dos alunos nas questões q6, q7, q8abc e q8d.

Questões	Teste Inicial (% de acerto)	Teste final (% de acerto)	Ganho (%)	p-valor
q6	55,0	95,0	72,7	0,008
q7	0,0	60,0	**	0,000
q8abc	45,5	86,4	90,0	0,004
q8d	40,9	72,7	77,8	0,016

Fonte: Pesquisa privada. 2009.

Como vimos anteriormente, os conceitos de números primos e de decomposição de um número em fatores primos subjazem o Teorema Fundamental da Aritmética. A fim de investigar os conhecimentos dos alunos sobre estes conceitos, em q6, solicitamos que listassem três números primos e, em q7, pedimos que fizessem a decomposição do 36 em fatores primos.

Segundo o Teste de McNemar, os crescimentos das taxas de acerto destas questões do teste inicial para o teste final foram considerados significativos. Podemos facilmente verificá-los. A questão q7, por exemplo, não teve nenhum acerto no teste inicial e atingiu 60% de acerto no teste final. Em todos os acertos, o procedimento foi o mesmo: os alunos construíam a árvore do 36 para obter sua decomposição em fatores primos (Figura 1):

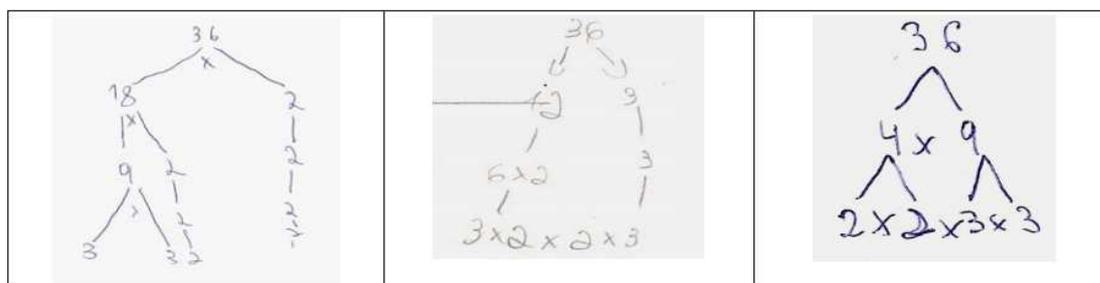


Figura 1. Obtenção dos fatores utilizando a árvore.

Observamos na Figura 1 as árvores construídas por três alunos no teste final. O método de obtenção da decomposição por meio da “árvore” foi apresentado aos alunos durante a atividade de construção da árvore de decomposição (atividade 6 da Tabela 1) e consiste num recurso alternativo ao método tradicional em que se deve dividir sucessivamente o número que se pretende decompor pela sequência de números primos até se chegar ao quociente 1. Como a ordem dos fatores não altera o produto, as três decomposições estão corretas. Este foi um aspecto muito discutido com os alunos ao longo da intervenção e é de suma importância para a compreensão do TFA. A comparação entre as árvores favoreceu, por exemplo, o uso adequado dos símbolos da Matemática para expressar a decomposição em fatores primos. Nas Figuras 2 e 3, apresentamos extratos dos protocolos com as representações feitas por dois alunos (o primeiro, que decompôs construindo a árvore do número e o segundo, que buscava mentalmente os fatores primos):

) Os números que só possuem como fator o 1 e si são chamados números primos. Agora tente escrever o 36 como um produto envolvendo apenas números primos. Mas, atenção: você pode repeti-los quantas vezes precisar!

$$3 \times 3 \times 2 \times 2 = 36, 3 \times 2 \times 3 \times 2 = 36, 3 \times 3 \times 2 \times 2 = 36$$

Figura 2. Teorema Fundamental da Aritmética.

Os números que só possuem como fator o 1 e si são chamados números primos. Agora tente escrever o 36 como um produto envolvendo apenas números primos. Mas, atenção: você pode repeti-los quantas vezes precisar!

$$\cancel{12 \times 2} \quad \cancel{21 \div 2} = \cancel{36} \quad 2 \times 3 = 6 \times 3 = 18 \times 2 = 36$$

Figura 3. Registro próprio para decomposição.

Podemos observar que, o primeiro aluno, que desenhou a árvore, escreveu igualdades matemáticas verdadeiras. Como já mencionamos, a manipulação destas igualdades favorece o uso da decomposição em fatores primos para simplificar cálculos. O segundo aluno, que buscou mentalmente os fatores primos de 36, sabia decompor, entretanto produzia a escrita na medida em que efetuava os cálculos. Isto o conduziu a escrever falsas igualdades matemáticas que, em momentos subsequentes, não lhes favoreceriam avançar na construção dos conceitos.

Já os erros cometidos pelos alunos, inicialmente, sugerem que eles não admitiam a possibilidade da decomposição envolvendo mais de dois fatores. Para resolver q7, listavam os pares que usaram para responder q3 (questão que solicitava a escrita do maior número possível de pares de números naturais cujo produto é 36) ou escreviam somas cujo total é 36. Os protocolos das Figuras 4, 5 e 6 nos oferecem exemplos da recorrência ao raciocínio aditivo:

) Os números que só possuem como fator o 1 e si são chamados números primos. Agora tente escrever o 36 como um produto envolvendo apenas números primos. Mas, atenção: você pode repeti-los quantas vezes precisar!

$$3 \times 3 = 36$$

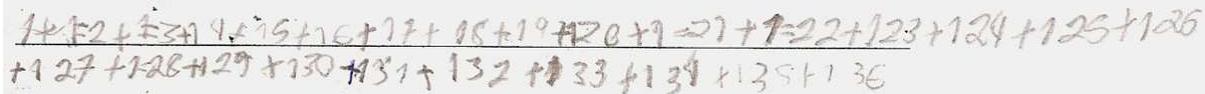
Figura 4. Compreensão da fatoraçaõ como soma de parcelas repetidas.

f) Os números que só possuem como fator o 1 e si são chamados números primos. Agora tente escrever o 36 como um produto envolvendo apenas números primos. Mas, atenção: você pode repeti-los quantas vezes precisar!

$$1 + 2 + 5 + 12 + 6 + 4 + 9 = 36$$

Figura 5. Compreensão da fatoraçaõ como soma.

4) Os números que só possuem como fator o 1 e si são chamados **números primos**. Agora tente escrever o 36 como um produto envolvendo apenas **números primos**. Mas, atenção: você pode repeti-los quantas vezes precisar!



Handwritten student work showing the number 36 decomposed into a sum of 12 ones:  $1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1=36$ .

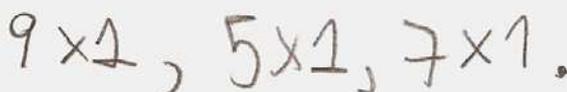
Figura 6. Compreensão da fatoração como soma em que as parcelas são a unidade.

Entrevistas informais realizadas com os alunos, realizadas logo após os testes, em que foi pedido que explicassem seus procedimentos nos permitem inferir que, na Figura 4, o aluno decompôs 36 em 12 parcelas iguais a 3, usando inadequadamente o símbolo da multiplicação. Já na Figura 5, o aluno pensou em números primos cuja soma é 36, porém cometeu erros de cálculo e, nem todos os números que listou são primos. E, na Figura 6, a expressão presente no enunciado “*como fator 1 e si mesmo*” chamou a atenção do aluno para o número 1 e ele entendeu que o 36 deveria ser obtido usando apenas a unidade. A recorrência ao pensamento aditivo, quando vivenciando situações multiplicativas, foi verificada com boa parte dos sujeitos das pesquisas de Campbell (2002). No caso da nossa pesquisa, esta recorrência fez parte das ações de alguns sujeitos até o último teste.

Com relação à questão q6, além do avanço de 55% para 95%, foi possível notar alterações na qualidade das respostas dos alunos, que merecem destaque. A primeira alteração foi referente às presenças dos números 2 e 9 entre os números primos que listavam. No teste inicial, nenhum aluno listou o número 2 e boa parte deles listou o número 9. Isto nos sugeriu que empregavam os falsos teoremas-em-ação “*todo número ímpar é primo*” e “*todo número primo é ímpar*”, o que confirmamos durante a intervenção de ensino. Além disso, os números primos listados no teste inicial foram apenas 3, 5 e 7, enquanto, no teste final, foram citados todos os primos até 31. À luz de Vergnaud (2009), entendemos que, durante a intervenção, os alunos que cometiam estes equívocos tiveram oportunidade de testar e validar ou refutar suas hipóteses por meio de exemplos numéricos, o que os levou a abandonar os falsos teoremas-em-ação e generalizar o conceito de número primo. A atividade de construção no papel quadriculado de retângulos cujas dimensões são números inteiros e a área é um número inteiro dado a priori foi decisiva neste processo. Observando que, com área 2 e dimensões inteiras só existe o retângulo 2 x 1 e que, com área 9, existem o 1 x 9 e o 3 x 3, os alunos reviram seus falsos teoremas e avançaram na construção do conceito de número primo. Um aspecto interessante aí é que efetuar a compreensão do conceito de primo ocorreu de forma integrada à compreensão da decomposição em fatores primos, rompendo com o ensino tradicionalmente linear destes dois conceitos.

É importante mencionar ainda que aqueles alunos que confundiam produto com fatores, que descrevemos no item anterior, quando solicitados a listar os primos, listaram produtos, como mostra a Figura 7:

Além do número 7, você conhece outros números que só possuam como fatores o 1 e si mesmo? Dê, pelo menos, três exemplos.

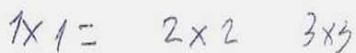


Handwritten student work showing three examples of prime numbers multiplied by 1:  $9 \times 1, 5 \times 1, 7 \times 1$ .

Figura 7. Identificação dos números primos.

Em vez de escrever 9, 5 e 7, o aluno escreveu os produtos  $9 \times 1$ ,  $5 \times 1$  e  $7 \times 1$ . Com exceção do número 9, que não satisfaz às condições do enunciado, estas respostas não estão erradas, pois o produto de qualquer número por 1 é o próprio número, entretanto a confusão entre produto e fator associada à ênfase dada no enunciado à expressão “*si mesmo*”, favoreceu a produção da seguinte escrita por alguns alunos:

Além do número 7, você conhece outros números que só possuam como fatores o 1 e si mesmo? Dê, pelo menos, três exemplos.



Handwritten student responses for prime numbers:  $1 \times 1$ ,  $2 \times 2$ ,  $3 \times 3$ .

Figura 8. Registro incorreto dos números primos.

Pensando em responder 3, 5 e 7, o aluno escreveu  $3 \times 3$ ,  $5 \times 5$  e  $7 \times 7$ . Para nós, estas escritas foram evidências de que nem todos os alunos compreendiam de fato o conceito de primos. Afinal, segundo Vergnaud (2009), as simbologias associadas ao conceito formam um dos conjuntos que o compõem. Julgamos que o uso desta simbologia inadequada certamente ofereceria algum tipo de obstáculo na interpretação e uso que deveriam fazer da decomposição de números em fatores primos. Na intervenção de ensino, tentamos impedir que os alunos permanecessem adotando-a.

### **Desempenho nas questões de uso da decomposição dos números em fatores primos para otimizar cálculos (q8abc e q8d).**

O objetivo central de toda a intervenção de ensino era criar condições para que os alunos operassem com a decomposição dos números em fatores primos e realizassem simplificações e cálculos mentais. Com estas questões, desejávamos investigar se já realizavam tais ações.

Assim, oferecíamos dois números naturais e solicitávamos aos alunos que dividissem o maior pelo menor. Entretanto, pelo menos, um destes números era apresentado decomposto em fatores primos. Para melhor esclarecer, nas questões q8abc, dividendo e divisor eram apresentados decompostos em fatores primos e pedíamos aos alunos que encontrassem o quociente. Na questão q8d, eram apresentados dividendo e quociente, sendo que apenas o primeiro decomposto em fatores primos, e era preciso obter o divisor.

Consideramos q8d mais difícil que q8abc, pois requer, para sua solução, que o aluno reconheça que, quando a divisão é exata, o divisor é o resultado da divisão do dividendo pelo quociente, o que usando a linguagem matemática pode ser expresso: “*se  $a : b = c$ , então  $a : c = b$ , sendo  $a$ ,  $b$  e  $c$  números inteiros*”. Contudo, as dificuldades apresentadas pelos alunos no teste inicial em todos os itens da questão 8 estão associadas sobretudo à interpretação do enunciado. Nas Figuras 9 e 10, fornecemos dois exemplos:

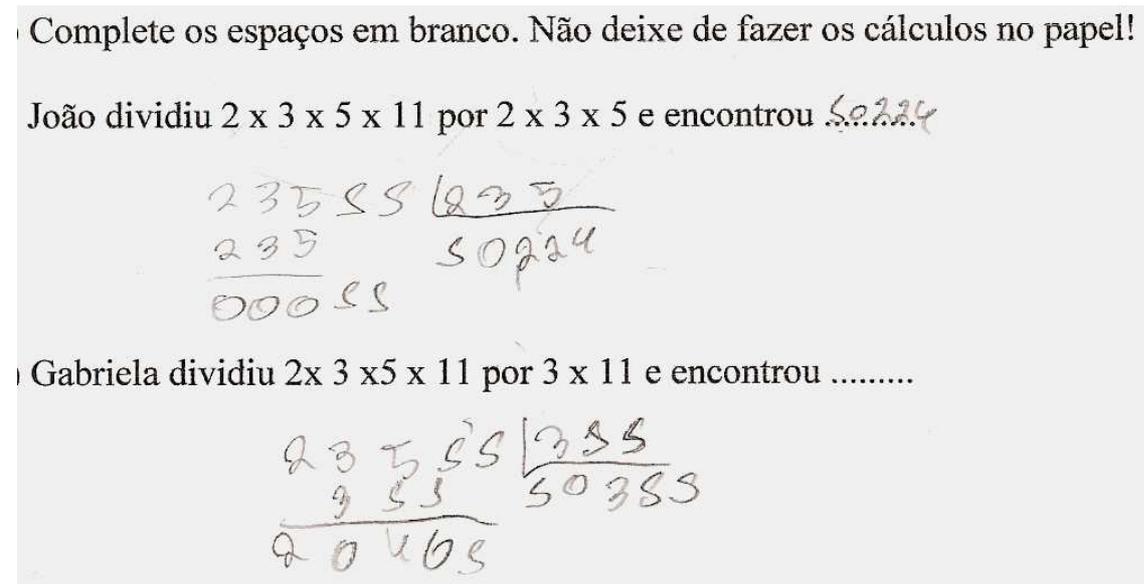


Figura 9. Outra interpretação para decomposição em fatores primos.

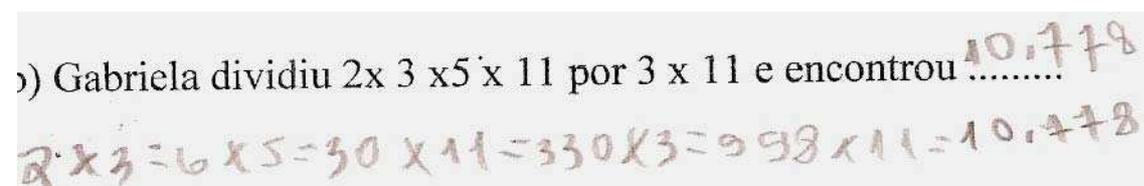


Figura 10. Outra interpretação para a palavra por.

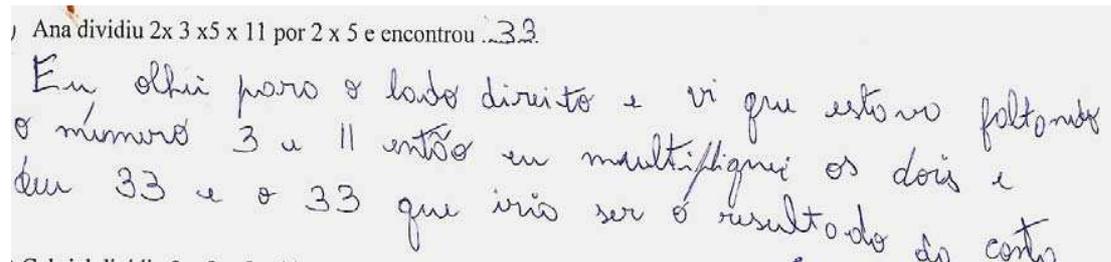
Na Figura 9, o aluno desprezou o símbolo da multiplicação escrito entre os números e interpretou  $2 \times 3 \times 5 \times 11$ , como o número 23511 (vinte e três mil, quinhentos e onze). Na Figura 10, a presença da palavra *por* sugeriu para o aluno a operação de multiplicação e ele não levou em consideração outros termos também presentes no enunciado como “*dividiu*”.

Realizamos, também, o Teste de McNemar para estas questões e os crescimentos das taxas de acerto do teste inicial para o teste final foram considerados significativos.

Devemos destacar que 80% dos alunos que erraram tais questões no teste inicial, passaram a acertá-las no teste final. E mesmo os alunos que as haviam feito corretamente no teste inicial, alteraram os procedimentos adotados de um teste para o outro.

Assim, no teste inicial, realizavam os cálculos para identificar cada número separadamente e, em seguida, efetuar as divisões, o que requeria mais tempo e envolvia cálculos com números maiores. No teste final, realizaram simplificações tendo em vista a decomposição dos números para, então, obter o resultado da divisão de um pelo outro.

Na Figura 11, apresentamos o extrato do teste final de um aluno que mudou seus procedimentos:

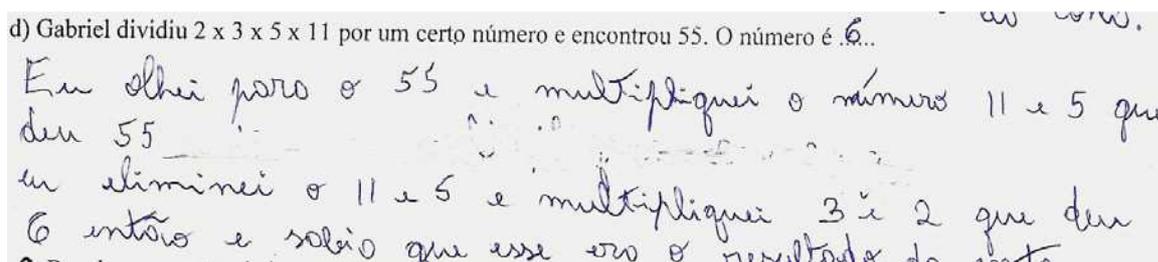


1) Ana dividiu  $2 \times 3 \times 5 \times 11$  por  $2 \times 5$  e encontrou 33.  
Em olhei para o lado direito e vi que estava faltando o número 3 e 11 então eu multipliquei os dois e deu 33 e o 33 que iria ser o resultado do resto

Figura 11. Operando com as fatorações.

No teste inicial, o aluno fez os cálculos e descobriu que  $2 \times 3 \times 5 \times 11$  é igual a 330. Em seguida, fez novos cálculos para obter o resultado de  $2 \times 3 \times 5$ . Somente de posse destes números, calculou o quociente 11. Já, no teste final, o aluno não se preocupou em efetuar quaisquer cálculos. Simplificou primeiro, ou seja, “*eliminou*” os fatores comuns às duas decomposições para encontrar o mesmo resultado do teste inicial, mas, desta vez, mais rapidamente e operando com números menores. Esta mudança nas estratégias de solução é, para Vergnaud (2009) consequência da incorporação pelos alunos de novos esquemas aos esquemas que possuíam inicialmente para lidar com esta situação. A atividade da intervenção que mais contribuiu para isso foi o jogo da árvore. Nele solicitávamos aos alunos que, a partir da observação da árvore de decomposição em fatores primos de um número, produzissem o maior número possível de igualdades matemáticas. É especificamente nesse momento que temos as representações servindo como instrumento de pensamento. Além disso, ainda podemos percebê-la como um elemento constituinte do conceito tal como na terna que define um conceito para Vergnaud (2009).

Apenas em q8d alguns alunos ainda mantiveram o mesmo procedimento empregado no teste inicial. Atribuímos isto ao fato de que um dos números do enunciado, 55, não estava decomposto em fatores primos. Para efetuar as simplificações, o aluno deveria fazer sua decomposição, ou seja, era necessário incorporar mais esta ação ao esquema de resolução da questão que envolve a simplificação. Entretanto, nem todos o fizeram e empregaram o esquema antigo, que já dominavam e que envolvia cálculos com números maiores, como mostramos nos protocolos a seguir (Figuras 12 e 13):



d) Gabriel dividiu  $2 \times 3 \times 5 \times 11$  por um certo número e encontrou 55. O número é 6...  
Em olhei para o 55 e multipliquei o número 11 e 5 que deu 55.  
Eu eliminei o 11 e 5 e multipliquei 3 e 2 que deu 6 então o sobrio que esse era o resultado do resto

Figura 12. Fatorando para efetuar os cálculos.

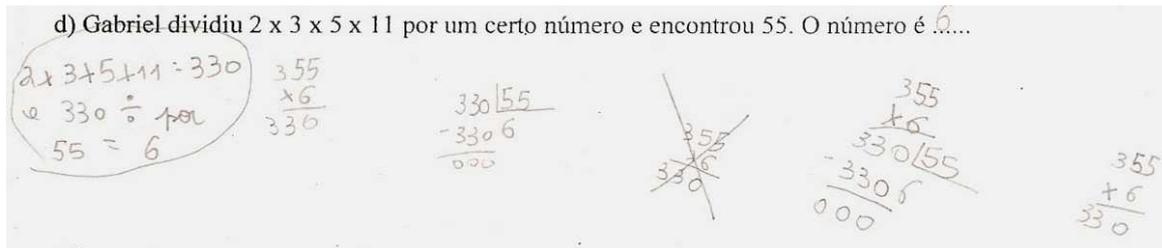


Figura 13. Cálculos e estimativas para resolver q8d.

Ao comparar as duas soluções apresentadas pelos alunos no teste final, percebemos que o primeiro decompôs 55 e efetuou as simplificações possíveis. O segundo não só efetuou cálculos para obter o resultado de  $2 \times 3 \times 5 \times 11$ , como também ficou estimando o número por que deveria dividir 330 para encontrar 55. Neste caso, o aluno não aplicou nem a propriedade da divisão exata (se  $a : b = c$ , então  $a : c = b$ , para quaisquer inteiros  $a, b$  e  $c$ ).

Finalmente, não podemos deixar de comentar a maneira como os alunos registravam seus pensamentos e suas soluções para as questões. Aqueles que empregavam o procedimento mais longo de efetuar os cálculos, simplesmente deixavam os cálculos escritos e não houve variação considerável nestas escritas.

Mas os que optaram pela simplificação e precisaram operar com a decomposição dos números, circulavam ou riscavam os fatores comuns, para que, então, ficassem evidentes os fatores “*incomuns*” que compõem o resultado da divisão a ser feita. Entretanto, quando tinham de organizar suas respostas, apagavam os traços e os círculos que faziam e escreviam uma operação matemática. Os extratos dos protocolos abaixo são exemplos:

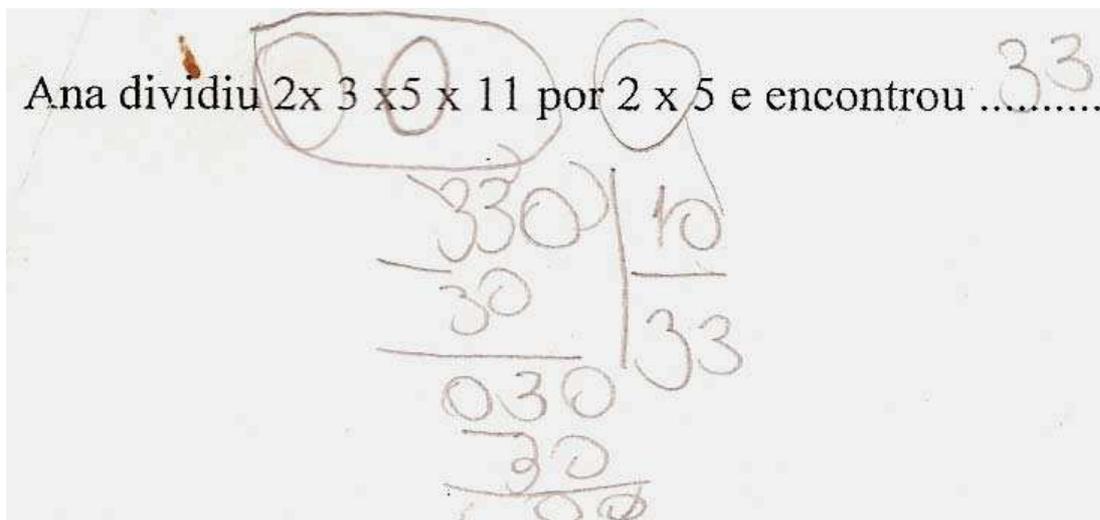


Figura 14. Identificação dos fatores comuns.

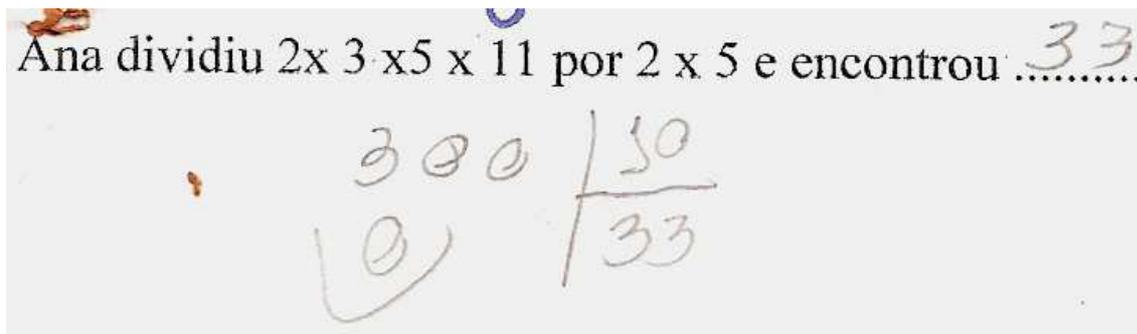


Figura 15. Procedimento padrão.

O primeiro é um dos raros registros que conseguimos impedir que o aluno apagasse. Nele, vemos que ele circulou o 2 e o 5 nas duas decomposições, destacando num retângulo maior os fatores restantes. No segundo, vemos uma conta armada com muita organização, sem pequenos cálculos ao redor, o que é comum quando os alunos operam com números grandes. Foi exatamente este excesso de limpeza e organização que nos levou a desconfiar do procedimento que adotavam.

Em entrevista informal os alunos explicaram-se. Assim, nas palavras de um aluno: “saí cortando tudo e depois armei a conta para dar a resposta certa”. Em outras palavras, o aluno efetuou as simplificações, entretanto entendia que a maneira correta de resolver um problema é armar uma conta. Não admitia outra forma de solução, mesmo depois de uma longa intervenção de ensino em que lhe foi permitido jogar, desenhar árvores, construir retângulos e tabelas, etc. Temos, então, uma evidência das consequências de um ensino tradicional que prioriza alguns raciocínios e representações em detrimento de outros. Entretanto, nossos dados sinalizam também que isto pode mudar. Trata-se de um processo longo, mas possível.

### Considerações Finais

Ao apresentarmos nossos resultados, não temos a pretensão de generalizá-los para além do universo pesquisado, pois temos consciência de que se trata de um estudo com um pequeno número de sujeitos. Não temos, também, a pretensão de apontar o melhor ou único caminho a ser percorrido pelos alunos para a construção dos conceitos ligados ao Teorema Fundamental da Aritmética.

Sabemos que cada sujeito traça o seu caminho e que outros fatores, como as experiências anteriores com o assunto ou com as situações-problema propostas são determinantes para sua caminhada. Acreditamos que nossos resultados poderão trazer contribuições significativas para a discussão científica sobre a construção de conceitos ligados não só ao Teorema Fundamental da Aritmética como à Teoria dos Números, de modo geral.

### Referências

- Barbosa, G. S. (2002). *Construção dos conceitos de múltiplo e divisor à luz da Psicologia de Vygotsky* (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática). Rio de Janeiro: Universidade Santa Úrsula.
- Campbell, S. (2002). *Coming to terms with division: Preservice teachers' understanding*. In S. Campbell, & R. Zaskiz (Orgs.), *Learning and Teaching Number Theory* (pp. 1-14). Westport: AblexPublishing.

Macedo, L. de., Petty, A. L. S., & Passos, N. C. (2000). *Aprender com jogos e situações problemas*. Porto Alegre: Artes Médicas.

Piaget, J. (1994). *A formação do símbolo na criança: imitação, jogo e sonho; imagem e representação* (Tradução de Álvaro Cabral e Cristiano Monteiro Oiticica, 3ª ed.). Rio de Janeiro: LTC.

Vergnaud, G. (2009). *A criança, a Matemática e a Realidade: problemas do ensino da matemática na escolar elementar* (Trad. Maria Lucia Moro). Curitiba: UFPR Press.