



Desarrollo de habilidades metacognitivas a través de la solución de problemas matemáticos

Grace Judith **Vesga** Bravo
Facultad de Educación, Universidad Antonio Nariño
Colombia

gvesga@uan.edu.co

Cielo Jazmín **Roa** Poveda
Facultad de Educación, Universidad Antonio Nariño
Colombia

ciroa@uan.edu.co

Julys Jheany **Pinilla** Alvarado
Facultad de Educación, Universidad Antonio Nariño
Colombia

julpinilla@uan.edu.co

Resumen

Se presenta el resultado de un proceso investigativo cuyo objetivo fue fomentar el desarrollo de habilidades metacognitivas en estudiantes de secundaria, a través del trabajo en solución de problemas matemáticos utilizando el modelo propuesto por Yimer y Ellerton (2006). Se realizó un diseño pre experimental con preprueba y posprueba con un sólo grupo conformado por 35 estudiantes de un colegio público en Colombia. Las estudiantes antes y después de la implementación respondieron el Inventario de Habilidades Metacognitivas (MAI) desarrollado por Schraw y Dennison (1994). Los resultados muestran que hubo diferencias significativas luego de la intervención, por lo cual se puede afirmar que se logró el objetivo propuesto.

Palabras clave: metacognición, MAI, solución de problemas, funciones

Introducción

El término metacognición es un concepto relativamente joven, en general diferentes investigadores coinciden en afirmar que fue introducido a principios de los años 70 por Flavell,

psicólogo americano, cuando desarrollaba investigaciones sobre los procesos de memoria. La metacognición hace referencia a los procesos reflexivos de las personas sobre su propio conocimiento, al conocimiento que tienen acerca de propia actividad cognitiva (Flavell, 1979, 1999). Cuando las personas ejecutan una actividad cognitiva y al mismo tiempo la vuelven un objeto de reflexión esto se convierte en una actividad metacognitiva. El conocimiento que tiene una persona sobre su propio quehacer cognitivo le permite, cuando realiza alguna tarea, por una parte monitorear lo que hace, esto es ejercer una supervisión mientras avanza en su actividad, y por otra, dirigir el curso de sus cogniciones, es decir, ejercer control.

Flavell (1979) plantea un modelo de control cognitivo, en el cual considera que el control de una variedad de aspectos cognitivos se producen a través de acciones e interacciones entre: el conocimiento metacognitivo, las experiencias metacognitivas y las metas cognitivas. El conocimiento metacognitivo hace referencia al conocimiento que se tiene sobre las personas (los procesos cognitivos propios y los de los demás, cómo se aprende y cómo lo hacen los demás), la tarea (conocimiento de actividades cognitivas que deben usarse al enfrentar con éxito una actividad determinada) y las estrategias (conocimiento que se tiene sobre la eficacia de diferentes procedimientos para la realización de una tarea concreta). Esto implica que el conocimiento metacognitivo es un elemento esencial porque incluye conocimiento sobre sí mismo, sobre la tarea y sobre las estrategias. Las experiencias metacognitivas son los sentimientos, pensamientos y sensaciones que acompañan la actividad cognitiva. Finalmente las metas cognitivas son los fines que la persona se propone ante una situación particular.

Ann Brown, de manera paralela a Flavell también hizo significativos aportes al concepto metacognición, quien lo define como el control deliberado y consciente de la propia actividad humana y distingue como fenómenos metacognitivos el conocimiento sobre la cognición, referido al aspecto declarativo del conocimiento (saber qué) y señala que son relativamente estables, en el sentido de que lo que una persona sabe sobre la cognición no varía mucho de una situación a otra; y por otra parte la regulación de la cognición, que por el contrario considera que es relativamente inestables y dependientes del tipo de tarea (Brown, 1987).

Shoenfeld (1992) retoma los trabajos de Flavell y afirma que la metacognición implica tener en cuenta al menos tres subcategorías: el conocimiento declarativo de los individuos sobre su conocimiento cognitivo, los procedimientos de autorregulación, y las creencias y sus efectos en el rendimiento. Por otra parte señala la importancia de la metacognición para resolver problemas matemáticos, establece que las huerísticas propuestas por Polya no son suficientes para tener éxito al enfrentarse a un problema y afirma que hay cinco elementos fundamentales que deben ser considerados: conocimiento base, estrategias para la resolución de problemas, monitoreo y control o autorregulación, el sistema de creencias y la práctica. En la investigación realizada por Artzt y Armour-Thomas (1997) señalan que la principal dificultad que tienen los estudiantes en la resolución de problemas puede atribuirse a su fracaso para iniciar una vigilancia activa y una posterior regulación de sus procesos cognitivos, es decir, ejercer acciones de monitoreo y control sobre el aprendizaje.

Schraw & Moshman (1995) hacen una recopilación de teorías metacognitivas y señalan que, en general, se identifican dos componentes de la metacognición el conocimiento de la cognición y la regulación de la cognición. El primero está relacionado con el conocimiento que tienen las personas sobre su propio conocimiento o sobre la cognición en general y tiene tres subprocesos relacionados respectivamente con “saber sobre”, “saber cómo” y “saber por qué y cuándo” y que se denominan conocimiento declarativo, el conocimiento procedimental y el

conocimiento condicional. El segundo componente hace referencia a las actividades metacognitivas que ayudan a controlar el pensamiento o el aprendizaje y tiene cinco subprocesos: planeación, organización, monitoreo, depuración y evaluación. En la planeación el sujeto asigna tiempos de estudio, metas de aprendizaje y selecciona recursos; en la organización, como su nombre lo indica, se ejercen acciones de organización de las actividades en torno al aprendizaje; en el monitoreo se tiene conciencia de la comprensión y ejecución de tareas mientras se están desarrollando; durante la depuración el sujeto identifica debilidades y toma medidas; y, en la evaluación se hace una valoración o juicio de los aprendizajes logrados y la pertinencia de las estrategias implementadas.

En el trabajo realizado por Wilson y Clarke (2004) señalan que la metacognición tiene un papel importante tanto en el aprendizaje de la matemática en general, como en el trabajo en solución de problemas en particular y la definen como la conciencia que tienen los individuos de su propio pensamiento, la evaluación de su pensamiento y la regulación de su pensamiento. El conocimiento metacognitivo está relacionado con la conciencia del individuo de dónde se encuentran en el proceso de aprendizaje o en el proceso de solución de problemas o en conocimiento de contenido específico y de su conocimiento sobre su forma de aprender o resolver problemas. La evaluación metacognitiva está relacionada con los juicios que hace el individuo sobre sus procesos de pensamiento, capacidades y limitaciones como éstas se emplean en una situación en particular o como autoatributos, esta función permite anticipar una posible regulación de estos aspectos. Finalmente señalan que la regulación metacognitiva se da cuando los individuos usan sus habilidades metacognitivas para dirigir su conocimiento y pensamiento, con base en el conocimiento que tienen sobre su conocimiento y estrategias, cómo, cuándo y por qué las utilizan, utilizan habilidades como planificación, autocorrección y fijación de metas para mejorar el uso de sus recursos cognitivos.

Por otra parte, Pennequin, Sorel, Nanty y Fontaine (2010) señalan que la metacognición es fundamental para tener éxito en la solución de problemas matemáticos ya que permite a las personas manejar de mejor forma sus habilidades matemáticas e identificar las debilidades que tienen y que pueden ser superadas mediante el desarrollo de nuevas habilidades. Por otra parte, Stillman y Mevarech (2010) afirman que la metacognición es un terreno fértil para la investigación en la educación y que es poco lo que se ha hecho sobre metacognición y solución de problemas en la educación matemática.

Lo presentado muestra, como también lo afirma Clements (1999), que es importante que los estudiantes tengan la habilidad de revisar los procesos de pensamiento que realizan para aprender matemáticas, especialmente en la resolución de problemas, y esto los conduce a hacerse preguntas sobre lo que ocurre en la mente de los estudiantes cuando están realizando estas actividades, es decir, que desarrollar habilidades metacognitivas es fundamental para mejorar el aprendizaje de las matemáticas. En ese sentido el objetivo de este estudio fue desarrollar habilidades metacognitivas en estudiantes de secundaria a través del trabajo en solución de problemas relacionados específicamente con funciones.

Antecedentes

Artzt & Armour-Thomas (1992, 1997) han realizado varios estudios encaminados a examinar las percepciones que tienen los estudiantes sobre sí mismos como solucionadores de problemas, en los resultados señalan que dichas creencias tienen influencia tanto en cada persona como en el grupo acorde con diferentes niveles de habilidad metacognitivo. Señalan la importancia de trabajar en grupos pequeños y que es necesario que se propicie la interacción

continúa tanto aspectos cognitivos como metacognitivos para que los estudiantes tengan mayor participación y más éxito en la solución de problemas.

Desoete (2007) realizó un estudio con niños de tercer y cuarto grado para investigar el aprendizaje de la matemática y las habilidades metacognitivas. Estas últimas fueron evaluadas, entre otros instrumentos, a través de calificaciones de los maestros y protocolos verbales. A partir de estos resultados se pudo concluir que la metacognición puede ser desarrollada por medio de entrenamiento y tiene un valor agregado en la intervención de los niños pequeños para resolver problemas matemáticos; y que las habilidades metacognitivas se deben enseñar explícitamente con el fin de mejorar y no se puede suponer que se desarrollaran libremente a partir de la experiencia.

Pennequin et al. (2010) en su trabajo con niños de tercer grado señalaron que la metacognición es fundamental para tener éxito en la solución de problemas matemáticos ya que permite a las personas manejar de mejor forma sus habilidades matemáticas e identificar las debilidades que tienen y que pueden ser superadas mediante el desarrollo de nuevas habilidades. Adicionalmente, mostraron que luego de un entrenamiento de habilidades metacognitivas en la solución de problemas, los niños con bajo desempeño tuvieron un mejor resultado frente a la mejora en sus habilidades metacognitivas.

Yimmer y Ellerton (2010) utilizaron un modelo propuesto por ellos mismos en un estudio preliminar en el 2006 para determinar si las habilidades metacognitivas de los estudiantes aumentaban con la edad y para ver si existe relación entre habilidad metacognitiva y la capacidad intelectual como predictores de rendimiento en matemáticas también con respecto a la edad. Trabajaron con veintinueve estudiantes de segundo año de educación secundaria con edades entre 13 y 14 años, y con 30 estudiantes de tercer año de 14 a 15 años de edad. Con respecto al primer objetivo pudieron determinar que sí hay un incremento en uso y calidad de diferentes habilidades metacognitivas a medida con respecto a la edad, pero que esto no se uniforme en todas las fases de la solución de problemas del modelo propuesto y que depende en gran medida de las experiencias de los sujetos. Con respecto al segundo, determinaron, entre otros aspectos, que en el grupo más joven, la capacidad intelectual es el predictor más importante de rendimiento en matemáticas, mientras que en el grupo de mayor edad, de la contribución de la calidad de la metacognición es mayor que la de la capacidad intelectual.

Así mismo, Jacobse y Harskamp (2012) señalaron que el monitoreo y la regulación metacognitiva juegan un papel esencial en la solución de problemas matemáticos., en su estudio con estudiantes de quinto grado, propusieron e hicieron una validación de un instrumento llamado VISA, específicamente para analizar las habilidades metacognitivas en la resolución de problemas matemáticos, el cual les mostró resultados semejantes a los protocolos en voz alta.

Las investigaciones anteriores muestran que luego de un trabajo en solución de problemas se mejora el desarrollo de habilidades metacognitivas, en cada uno de ellos medidas a partir de diferentes instrumentos, la mayoría de carácter abierto. Por otra parte, varias investigaciones muestran el uso del inventario de habilidades metacognitivas (MAI, por sus siglas en inglés) desarrollado por Schraw y Dennison (1994) para determinar las habilidades metacognitivas de las personas (Stewart, Cooper y Moulding, 2007; Young y Fry, 2008; Ulas, Kolaç y Sevim, 2011; Alci y Karatas, 2011), el cual también ha sido traducido a otros idiomas (Akin, Abaci y Cetin, 2007) y adaptado para hacer otras versiones específicas como para docentes (Balcikanli, 2011).

Diseño de la investigación y metodología

Para el desarrollo de la investigación se contó con la población de un colegio oficial de la ciudad de Bogotá (Colombia). La muestra correspondió a 35 estudiantes, todas mujeres, con edades entre los 15 y 18 años, de grado undécimo, y la implementación se realizó durante su clase regular de matemáticas, una vez a la semana durante ocho semanas seguidas.

Las estudiantes resolvieron problemas que involucraban el uso de funciones definidas a trozos y la composición de diferentes tipos de funciones. Los problemas fueron diseñados tomando situaciones de la vida real, incluían preguntas relacionadas con las diferentes fases propuestas en el modelo de Yimer y Ellerton (2006), en general, eran abiertas y de respuesta múltiple. Con base en un estudio empírico, estos autores formularon un modelo de cinco fases para ser usado en el trabajo en solución de problemas, el camino entre las diferentes fases no es lineal ni unidireccional. Las cinco fases y sus características se describen a continuación:

Fase 1. Comprensión. Esta es una fase de confrontación inicial con el problema para darle sentido, analizar la información relevante y reflexionar sobre el problema.

Fase 2. Transformación y formulación del problema. Se trata de transformar los datos iniciales para idear un plan para resolverlo. En esta fase el estudiante puede explorar mediante análisis de casos, hacer conjeturas y ver su viabilidad o no, elaborar diferentes estrategias y reflexionar sobre la pertinencia de las acciones.

Fase 3. Implementación: En esta fase se ejecuta el plan propuesto y se ejercen permanentemente acciones de monitoreo sobre la ejecución de los mismos, de manera que se pueda identificar si la información se está organizando correctamente o se pueda identificar en qué se está fallando.

Fase 4. Evaluación. Se realizan juicios de aprobación sobre lo adecuado de los planes, acciones y soluciones dadas al problema. Se trata de ver la coherencia entre los resultados alcanzados y las condiciones establecidas que lleven a tomar una decisión sobre si la solución de acepta o se rechaza.

Fase 5. Internalización. Se trata de reflexionar sobre todo el proceso de solución, la confianza en el manejo del proceso y el grado de satisfacción con los resultados obtenidos. Se espera que en esta fase se identifique si el proceso puede adaptarse para ser usado en otras situaciones y cuáles fueron los aspectos críticos

Se escogió este modelo, porque como lo plantean sus autores, tiene características distintivas con respecto a otros, en primer lugar, la reflexión es una parte integral y explícita de cada fase y de todo el modelo; y en segundo lugar, la fase de internalización en otros modelos está inmersa en otras fase, y esta es importante porque muestra el grado de satisfacción o insatisfacción con la solución propuesta y el estudiante reflexiona sobre su confianza en manejo de problemas similares. Durante el desarrollo de la propuesta se privilegió el trabajo en grupo y se hacían momentos de socializaciones generales que permitiera a los diferentes equipos analizar cómo iba su proceso de solución y tomar las medidas necesarias para lograr el objetivo propuesto en cada taller.

Para medir las habilidades metacognitivas se utilizó el Inventario de Habilidades Metacognitivas (MAI) desarrollado por Schraw and Dennison (1994). Este instrumento tiene 52 preguntas referidas a dos categorías el conocimiento de la cognición y la regulación de la cognición, cada una de las cuales se divide en otras subcategorías. En el conocimiento de la

cognición se encuentra el conocimiento declarativo (5, 10, 12, 16, 17, 20, 32, 46), conocimiento procedimental (3, 14, 27, 33) y el conocimiento condicional (15, 18, 26, 29, 35). La regulación de la cognición tiene como subcategorías la planificación (4, 6, 8, 22, 23, 42, 45), la organización (9, 13, 30, 31, 37, 39, 41, 43, 47, 48), el monitoreo (1, 2, 11, 21, 28, 34, 49), la depuración (25, 40, 44, 51, 52) y la evaluación (7, 19, 24, 36, 38, 50). El MAI es de autorreporte y sus opciones de respuesta se encuentran en una escala likert que se asocia con una escala cuantitativa de la siguiente manera: 1. Completamente en desacuerdo, 2. En desacuerdo, 3. Ni en desacuerdo ni de acuerdo, 4. De acuerdo y 5. Completamente de acuerdo.

Se planteó un diseño de tipo pre experimental, las estudiantes respondieron el MAI antes y después del desarrollo de la propuesta. Las hipótesis planteadas fueron:

Hipótesis experimental: El modelo propuesto por Yimer y Ellerton (2006) para la solución de problemas matemáticos no tiene un efecto en el desarrollo de las habilidades metacognitivas

Hipótesis nula: las estudiantes no desarrollan habilidades metacognitivas a través de la solución de problemas matemáticos utilizando el modelo propuesto por Yimer y Ellerton (2006).

Y como variables las siguientes. Variable independiente: Talleres de solución de problemas matemáticos utilizando el modelo propuesto por Yimer y Ellerton (2006). Variable dependiente: desarrollo de habilidades metacognitivas.

Resultados

Para determinar las diferencias en el desarrollo de las habilidades metacognitivas antes y después del desarrollo de la propuesta, se realizó un análisis de muestras relacionadas con ayuda del SPSS (Statistical Package for the Social Sciences, versión 20). La variable independiente fue los talleres de solución de problemas con uso del modelo propuesto por Yimer y Ellerton (2006) y la variable dependiente correspondió al desarrollo de las habilidades metacognitivas, las cuales fueron evaluadas por medio de las dos categorías del MAI (conocimiento de la cognición - CC, regulación de la cognición - RC) y sus ocho subcategorías (conocimiento declarativo - CD, conocimiento procedimental - CP, conocimiento condicional - CCd, planificación - RP, organización - RO, monitoreo - RM, depuración - RD, y evaluación - RE).

En la tabla 1 se presenta la prueba t para muestras relacionadas para cada una de las dos categorías del MAI, y en la tabla 2 para cada una de las ocho subcategorías.

Tabla 1
Prueba t para muestras relacionadas categorías MAI

	Diferencias relacionadas				t	gl	Sig. (bilateral)
	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia			
				Inferior Superior			

CC pre CC post	-0,460	0,464	0,078	-0,620	-0,301	-5,870	34	,000
CR pre CRpost	-0,255	0,449	0,076	-0,410	-0,101	-3,369	34	,002

Se observa que las estudiantes presentaron mejores habilidades después de la implementación, las pruebas de significancia muestran que en el conocimiento de la cognición $t=-5,870$ y $p=0,00$; y en la regulación de la cognición, $t=-3,369$ y $p=0,002$. Por lo que se puede afirmar que existen diferencias significativas entre los promedios de las pruebas, en la gráfica 1 se muestra que las diferencias están a favor de los resultados posteriores a la implementación, es decir, hubo un efecto positivo de la intervención basada en el modelo de Yimer y Ellerton (2006). Por otra parte, al revisar en detalle las subcategorías de cada uno de las categorías del MAI se puede ver que hubo diferencias significativas en cinco de las ocho como se muestra en la tabla 2.

Tabla 2
Prueba t para muestras relacionadas subcategorías MAI

	Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
				Inferior	Superior			
CD pre CD post	-0,161	0,473	0,080	-0,323	0,002	-0,161	34	0,052
CP pre CP post	-0,504	0,661	0,112	-0,731	-0,276	-0,504	34	0,000
CCd pre CCd post	-0,717	0,627	0,106	-0,933	-0,502	-0,717	34	0,000
RP pre RP post	0,037	0,615	0,104	-0,174	0,249	0,037	34	0,722
RO pre RO post	-0,446	0,599	0,101	-0,652	-0,241	-0,446	34	0,000
RM pre RM post	-0,435	0,502	0,085	-0,608	-0,263	-0,435	34	0,000
RD pre RD post	-0,488	0,698	0,118	-0,728	-0,248	-0,488	34	0,000
RE pre RE post	0,055	0,644	0,109	-0,166	0,276	0,055	34	0,617

Se observa que se presentaron diferencias significativas en dos subcategorías del conocimiento de la cognición: lo procedimental y condicional. La primera relacionada con el conocimiento que tiene un sujeto sobre el uso que hace de sus estrategias de aprendizaje; la segunda, referida al saber cuándo y por qué utilizar diferentes estrategias de aprendizaje. Las otras tres hacen parte de la categoría de la regulación de la cognición, a saber: la organización proceso realizado por el sujeto y que le permite organizar las actividades en torno al aprendizaje;

monitoreo, supervisión que ejerce el sujeto del proceso de aprendizaje durante el desarrollo de tareas; y, depuración, proceso realizado por el sujeto y que le permite identificar debilidades en el aprendizaje y ajustar las estrategias para mejorar su desempeño. En la siguiente gráfica se ratifica que las diferencias se presentaron luego de la intervención, ya que se aumentaron los promedios luego de la misma.

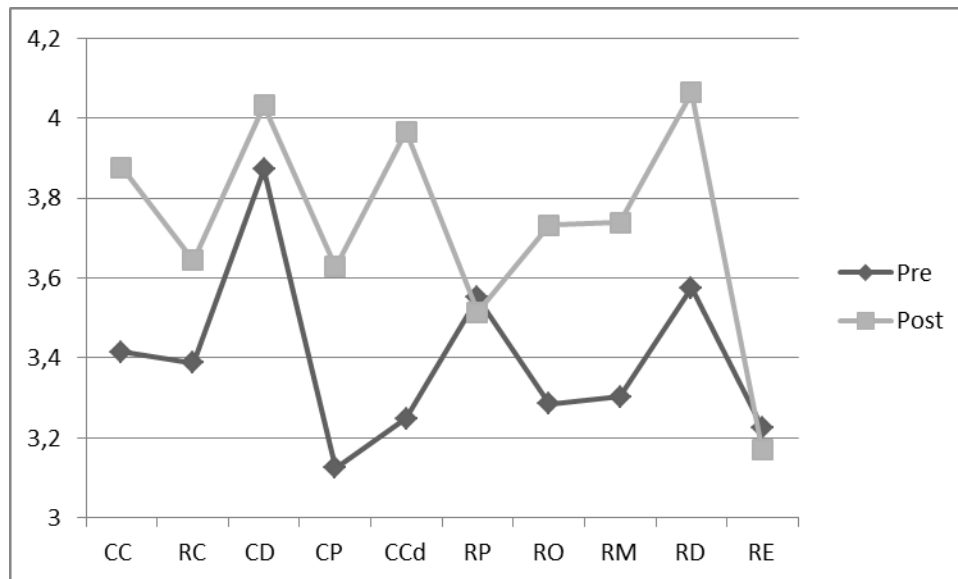


Figura 1. Medias pre y post implementación.

En la gráfica se puede apreciar que también aumentó el promedio en el conocimiento declarativo luego de la intervención, sin embargo, en este caso las pruebas de significancia reflejan que no fue suficiente el aumento.

Discusión y conclusiones

El objetivo central era desarrollar habilidades metacognitivas en estudiantes de secundaria a través del trabajo en solución de problemas matemáticos utilizando el modelo propuesto por Yimer y Ellerton (2006). Los resultados muestran que tanto en el conocimiento de la cognición como en la regulación de la cognición las estudiantes tuvieron diferencias significativas luego de la intervención, es decir, que se pudo comprobar que el trabajo en solución de problemas favorece el desarrollo de habilidades metacognitivas lo cual concuerda con otras investigaciones (Artzt & Armour-Thomas, 1992, 1997; Pennequin ed al., 2010, Yimer y Ellerton, 2010,). también se pudo comprobar que es posible, a través de actividades encaminadas de manera explícita al desarrollo de la metacognición, lograr importantes resultados, es decir, si bien la metacognición también se va desarrollando con la edad (Yimer y Ellerton, 2010), es posible mediante entrenamiento desarrollar estas habilidades (Desoete, 2007; Pennequin ed al. 2010). El entrenamiento tuvo un mayor impacto en las subcategorías referidas a que el sujeto tenga un conocimiento sobre los diferentes procedimientos que puede utilizar y reconozca cuáles son los apropiados para cumplir eficazmente con las diferentes tareas de aprendizaje; también las referidas a que las personas organicen apropiadamente las actividades a desarrollar para cumplir una meta de aprendizaje, a monitorear constantemente el desarrollo de las mismas, esto es estar consciente a lo largo de la ejecución de la tarea y de ese modo poder identificar si se presentan

fallas o dificultades y tomar acciones que permitan superarlas.

La limitación de este estudio está referida a que se trató de una muestra pequeña y por tanto no pueden hacerse generalizaciones a todo tipo de poblaciones, también a que simplemente se está dando cuenta del desarrollo de habilidades metacognitivas, no pueden hacerse inferencias sobre la solución misma de los problemas.

Futuros estudios pueden orientarse a profundizar en el uso del modelo y hacer diseños de orden cualitativo que muestren la manera en que puede ayudar para la solución de problemas, también es posible que se usen otros instrumentos para analizar el tipo de habilidades metacognitivas que utilizan los estudiantes, y que muestren que efecto tiene en la solución de problemas matemáticos.

Referencias y bibliografía

- Akin, A., Abaci, R., & Cetin, B. (2007). The Validity and Reliability of the Turkish Version of the Metacognitive Awareness Inventory. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 7(2), 671-678.
- Alci, B., & Karatas, H. (2011). Teacher candidates' metacognitive awareness according to their domains and sex. *International Journal of Multidisciplinary Thought*, 1(6), 255-263.
- Artzt, A. F., & Armour-Thomas, E. (1992). Development of a cognitive–metacognitive framework for protocol analysis of mathematical problem solving in small groups. *Cognition and Instruction*, 9, 137–175
- Artzt, A. F., & Armour-Thomas, E. (1997). Mathematical problema solving in small groups: Exploring the interplay of students' metacognitive behaviours, perceptions, and ability levels. *Journal of Mathematical Behavior*, 16, 63–74.
- Balcikanli, C. (2011). Metacognitive Awareness Inventory for Teachers (MAIT). *Journal of Research in Educational Psychology*, 9(3), 1309-1332.
- Brown, A. (1987). Metacognition, executive control, self-regulation and other mysterious mechanisms. In W. R. H. Kluwe (Ed.), *Metacognition, motivation and understanding*, 65-116.
- Clements, M. (1999). Planteamiento y resolución de problemas: ¿es relevante Polya para las matemáticas escolares del siglo XXI? *SUMA* 30, 27-36.
- Curotto, M. M. (2010). La metacognición en el aprendizaje de la matemática. *Revista Electrónica Iberoamericana de Educación en Ciencias y Tecnología*, 11-28.
- Desoete, A. (2007). Evaluating and improving the mathematics teaching-learning process through metacognition. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 5 (3), 705-730

- Flavell, J. (1976). *Metacognitive Aspects of Problem Solving: The Nature of Intelligence*. Hillsdale: N.J. Erlbaum.
- Flavell, J. (1979). Metacognition and cognitive monitoring- A new area of cognitive–developmental inquiry. *American Psicology*, 34, 906-911.
- Jacobse, A. E., & Harskamp, E. G. (2012). Toward efficient measurement of metacognition in mathematical problem solving. *Metacognition and Learning*, 7, 133-149.
- Pennequin, V., Sorel, O., Nanty, I., & Fontaine, R. (2010). Metacognition and low achievement in mathematics: The effect of training in the use of metacognitive skills to solve mathematical word problems. *Thinking and Reasoning*, 16(3), 198-220.
- Schraw, G., y Dennison, R. (1994). Assessing metacognitive awareness. *Contemporary Educational Psychology*, 19, 460-475. doi: 10.1006/ceps.1994.1033
- Stillman G. and Mevarech Z. (2010). “Metacognition research in mathematics education: From hot topic to mature field”, *ZDM Mathematics Education*, Vol. 42, pp. 145–148.
- Stewart, P., Cooper, S., & Moulding, L. (2007). Metacognitive Development in Professional Educators. *The Researcher*, 21(1), 32-40.
- Shoenfeld, Alan H;. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. En *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (págs. 334-370). New York: MacMillan.
- Ulas, H., Kolaç, E., & Sevim, O. (2011). Metacognition awareness levels of turkish teacher candidates. *e-Journal of New World Sciences Academy*, 6(1), 121-134
- Veenman, M., Van Hout-Wolters, B., & Afflerbach, P. (2006). Metacognition and learning: conceptual. *Metacognition Learning*, 3-14.
- Wilson, J., & Clarke, D. (2004). Towards the modelling of mathematical metacognition. *Mathematics Education Research Journal*, 16(2), 25-48.
- Yimer, A., & Ellerton, N. F. (2006). Cognitive and metacognitive aspects of mathematical problem solving: An emerging model. In P. Grootenboer, R. Zevenbergen, & M. Chinnappan (Eds.), *Identities, cultures, and learning spaces* (pp. 575–582).
- Yimer, A., & Ellerton, N. (2010). A five-phase model for mathematical problem solving: Identifying synergies in pre-service-teachers’ metacognitive and cognitive actions. *ZDM*, 42, 245-261.
- Young, A., & Fry, J. (2008). Metacognitive awareness and academic achievement in college students. *Journal of the Scholarship of Teaching and Learning*, 8(2), 1-10