



La toma de decisiones en una situación de riesgo

José Antonio **Orta** Amaro
Escuela Nacional para Maestras de Jardines de Niños
México

jortaa@gmail.com

Ernesto Alonso **Sánchez** Sánchez
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN
México

esanchez0155@gmail.com

Resumen

En este informe de investigación, se presentan las justificaciones de alumnos de tercer año de educación secundaria a un problema de comparación de conjuntos de datos, enmarcado en una situación de tratamientos médicos. Los argumentos de los estudiantes permiten conocer algunas de sus ideas sobre la toma de decisiones en un escenario que implica riesgo, asociado a la variabilidad de los datos. Para el análisis de las respuestas se utilizó la taxonomía SOLO, la cual permite jerarquizar las respuestas de los alumnos en diferentes niveles de complejidad estructural. Los resultados indican que la mayoría de los estudiantes no hacen comparaciones combinando ideas de centro y dispersión. No obstante, algunos asocian adecuadamente la variabilidad con el riesgo; esto sugiere que se puede lograr que los estudiantes de este nivel consigan una mejor comprensión de la variabilidad en situaciones de riesgo realizando más actividades, en el aula, como la presentada aquí.

Palabras clave: Riesgo, variabilidad, estudiantes de secundaria, toma de decisiones, comparaciones de conjuntos de datos, SOLO.

Introducción

Muchos autores han destacado la importancia de la variabilidad estadística (Moore, 1990; Watson, Kelly, Callingham y Shaughnessy, 2003; Wild y Pfannkuch, 1999). La variabilidad está relacionada con varias ideas estadísticas fundamentales: representación, centros, distribución, inferencia. Garfield y Ben-Zvi (2008) observan que “la comprensión de las ideas

de dispersión o variación en los datos es una componente clave en la comprensión del concepto de distribución y es esencial para hacer inferencias estadísticas” (p. 203). Aunque la variabilidad es una característica fundamental de un conjunto de datos, su uso para hacer inferencias o tomar decisiones (esto es su interpretación) no es del todo claro. El objetivo principal de este trabajo es mostrar los argumentos de los estudiantes de educación secundaria (14 a 15 años), cuando resuelven y analizan datos en situaciones de riesgo, y aproximarse, a la manera en que interpretan la variabilidad, cuando esta se enmarca en una situación como la mencionada. Las situaciones de riesgo, en una de sus vertientes se basan, entre otros análisis, en probabilidades, frecuencias o estadísticos que permiten cuantificarlo. En el nivel escolar en el que se llevó a cabo esta investigación, los estudiantes han estudiado medidas de centro y dispersión, en particular, la media aritmética, el rango y la desviación media (SEP, 2011). Con base en lo anterior se planificaron y adaptaron problemas, que pudieran ser resueltos por los alumnos y así conocer la manera en que asocian la variabilidad a una situación de toma de decisiones (de riesgo). En los párrafos siguientes se presentará esta investigación.

Enfoque teórico

La interpretación de la dispersión depende de la situación de la cual provienen los datos. Una de ellas es en términos de riesgo: Cuando la incertidumbre presente en el resultado de un proceso implica alguna amenaza en la bondad de un resultado, entonces se llama riesgo. La idea de riesgo puede definirse como algo que puede pasar o no, además de presentarse en escenarios en los que la gente valora ciertas cosas y condiciones antes de tomar una decisión en presencia de incertidumbre. Aven y Renn (2010) se refieren a esta idea como valor esperado, una distribución de probabilidad, como incertidumbre y como un evento. Para Fischhoff y Kadvany (2011), el riesgo supone amenazas a resultados en situaciones que valoramos. Por ello, proponen que definir riesgo significa especificar esos resultados de tal manera que sea posible hacer elecciones sobre ellos, además de integrar situaciones de valor a diferentes niveles. Las definiciones anteriores, pueden dividirse en dos categorías: 1) el riesgo se expresa por medio de probabilidades y valores esperados y 2) el riesgo se expresa a través de eventos/consecuencias e incertidumbre (Aven y Renn, 2010). Kahneman y Tversky (2000) señalan que el ejemplo paradigmático de la decisión con riesgo, es la aceptación de un juego con resultados en dinero y probabilidades específicas. Además de las situaciones monetarias, también se han llevado a cabo estudios en otros escenarios. Eraker y Sox (1981), caracterizaron las actitudes de pacientes al tomar una decisión sobre resultados terapéuticos inciertos. Estos autores señalan dos actitudes en la toma de decisiones: la propensión y la aversión al riesgo. Una persona es *adversa al riesgo* cuando prefiere una situación sin riesgo, sobre una incierta (o arriesgada) de igual o mayor valor esperado. Una persona propensa el riesgo prefiere una situación incierta sobre una situación cierta de igual o mayor valor esperado. Los problemas de Kahneman y Tversky (2000), así como los de Eraker y Sox (1981) implican los conceptos de probabilidad y valor esperado. En nuestra propuesta consideramos que existe una posible conexión entre los problemas paradigmáticos de decisión bajo riesgo y algunos propuestos para el estudio del razonamiento de los estudiantes sobre el concepto de variabilidad (por ejemplo el de Shaughnessy, 2006). Los problemas paradigmáticos de riesgo son sobre tomar una decisión en la cuál es necesario calcular y comparar las esperanzas matemáticas. Esto sugiere formular problemas en los cuales una lista de datos es proporcionada, de tal manera que la esperanza debe ser calculada a partir de ella, por los estudiantes. Otra característica de estos problemas es que el riesgo es medido con una probabilidad, pero en el caso de conjuntos de datos esta no

corresponde a un modelo probabilístico conocido (como es el caso del propuesto en este artículo), el riesgo debe asociarse a la variabilidad en los datos, a mayor rango de estos, el riesgo se incrementa.

Metodología

Este es un estudio cualitativo de carácter exploratorio sobre la percepción e interpretación espontánea de los estudiantes frente a problemas en situaciones de riesgo. El contexto corresponde con un tratamiento médico. Participaron estudiantes de educación secundaria, un profesor y los autores. Los estudiantes estaban distribuidos en cuatro grupos que cursaban el tercer año de secundaria (14-15 años) en una escuela privada de la Ciudad de México. El profesor tenía 3 años de experiencia y realizó una maestría en educación matemática. Se diseñaron y realizaron dos actividades de enseñanza. Los estudiantes resolvieron un cuestionario de tres problemas que se administraron antes y después de las actividades de enseñanza. En esta comunicación se informa de los resultados de uno de los problemas del cuestionario (Figura 1).

Considera que debes aconsejar a una persona que padece una enfermedad grave, incurable y mortal, pero que es tratable con medicamentos que pueden extender la vida por varios años más. Es posible elegir entre tres tratamientos. Las personas tienen diferentes reacciones a las medicinas, para algunas tienen el resultado previsto, mientras que para otras pueden ser más benéficas o más perjudiciales. En las siguientes listas se muestran los años que han vivido varios pacientes que se han tratado con una de las opciones mencionadas; cada dato de las listas corresponde al tiempo que ha sobrevivido un paciente con el respectivo tratamiento. Después se muestran las gráficas correspondientes a los tratamientos.

Tiempo en años (Tratamiento 1)	Tiempo en años (Tratamiento 2)	Tiempo en años (Tratamiento 3)
5.2	6.8	6.8
5.6	6.9	6.8
6.5	6.9	6.9
6.5	7.0	7.0
7.0	7.0	7.0
7.0	7.0	7.1
7.0	7.1	7.1
7.8	7.1	7.1
8.7	7.2	7.2
9.1	7.4	7.4

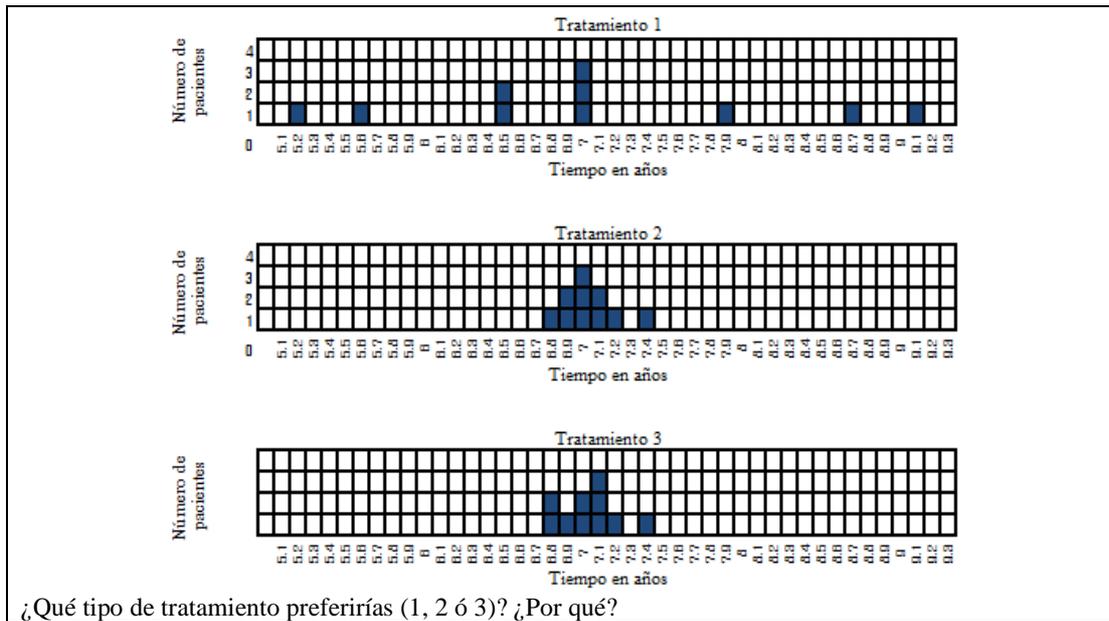


Figura 1. Problema de los tratamientos médicos resuelto por los estudiantes.

El problema es de comparación de conjuntos de datos, y se cuestiona a los estudiantes qué tipo de tratamiento preferirían y porqué. Hay que notar que la media aritmética y el número de elementos es la misma en los tres conjuntos de datos y la dispersión es distinta. Esto con el objetivo de enfocar la atención de los estudiantes en esta última característica. Las actividades de enseñanza tuvieron como eje dos problemas uno en contexto de medición y otro en contexto de juego; el segundo contexto implicaba riesgo. Los problemas también fueron de comparación de conjuntos de datos y se condujo a los estudiantes a considerar el rango y la desviación media. Estas actividades se llevaron a cabo entre las dos aplicaciones del cuestionario (previa y posterior).

Procedimientos de análisis

Para categorizar las respuestas de los estudiantes se utilizó la taxonomía SOLO (Structure of the Observed Learning Outcome) de Biggs y Collis (1991,1982), esta considera cuatro niveles jerárquicos organizados de acuerdo con la estructura de las respuestas que se estén analizando: 1) nivel pre-estructural, la estructura de la respuesta no muestra que se hallan considerado aspectos relevantes del problema en cuestión. 2) Nivel uni-estructural, la estructura de las respuestas muestran que ha sido considerado un aspecto relevante del problema propuesto. 3) Nivel multi-estructural, la estructura de las respuestas muestran que han sido considerados dos o más aspectos relevantes del problema propuesto, pero sin relacionarlos convenientemente. 4) Nivel relacional, la estructura de las respuestas muestran que han sido considerados dos o más aspectos relevantes de la tarea, y estos han sido relacionados de manera conveniente. A continuación se muestra la jerarquía propuesta para analizar las respuestas de los alumnos que participaron en esta investigación (Tabla 1).

Tabla 1

Jerarquía para analizar las respuestas al problema de tratamientos médicos.

Nivel pre-estructural:

Las respuestas en este nivel eligen un tratamiento y su justificación tiene alguna de las siguientes características:

- no lo justifican sino simplemente afirman que con él se vive más
- utilizan una idea ajena a los datos
- opinan que cualquiera de los tres es igual sin argumentar
- se refieren a la dispersión pero sin indicar cómo se relaciona con la bondad del tratamiento.

Nivel uni-estructural:

Las respuestas en este nivel eligen un tratamiento y la justificación se basa en la comparación de uno, y sólo uno, de los siguientes parámetros de los conjuntos de datos a) la moda, b) el máximo, c) el mínimo.

Nivel multi-estructural:

Las respuestas en este nivel eligen un tratamiento y en la justificación consideran de una forma u otra el rango de ambos conjuntos o la suma de todos los datos.

Nivel relacional

Las respuestas de este nivel consideran centro, rango y ponderan el riesgo

Resultados

Para conocer las ideas de los estudiantes, se les plantearon las preguntas: ¿qué tipo de tratamiento preferirías (1, 2 ó 3)? ¿Por qué? En la Tabla 2 se expone el conteo de las justificaciones después de ser categorizadas con la jerarquía SOLO propuesta. Es posible observar en la tabla una mejoría en cuanto al desempeño de los alumnos después de las sesiones de enseñanza, ya que hubo un descenso en las respuestas pre-estructurales y uni-estructurales, así como un aumento en las respuestas multi-estructurales y relacionales.

Tabla 2

Conteo de las respuestas por nivel

Nivel	Cuestionario previo	Cuestionario posterior
Pre-estructural	56 (64 %)	47 (61 %)
Uni-estructural	21 (24 %)	12 (15 %)
Multi-estructural	10 (11 %)	16 (21 %)
Relacional		2 (3%)
Total	87 (100%)	77 (100%)

A continuación se muestran ejemplos de las justificaciones dadas por los estudiantes en los diferentes niveles en que fueron agrupadas.

Nivel pre-estructural. En las respuestas clasificadas en este nivel, las justificaciones se basaron en alguna de las características mencionadas en la Tabla 1. Por ejemplo, en la Figura 2, se observa que el tratamiento elegido fue el número 1 y la justificación: “porque hay más probabilidad de vivir más”. Como se mencionó antes, la razón por la cual se propone que se vive más no está descrita en la respuesta. Quizás la atención se dirige al valor máximo de la

distribución (9.1). En otras respuestas, se eligió el tratamiento 3 y la justificación fue la misma, vivir más, pero sin explicar por qué. Es posible que en estos casos los estudiantes enfocaran su atención al valor modal (7.1), sin embargo, los estudiantes no lo aclaraban en su respuesta.

Contesta lo siguiente:

a) ¿Qué tipo de tratamiento preferirías (1, 2 ó 3)? tratamiento 1
 ¿Por qué? porque hay mas probabilidad de vivir mas

Figura 2. Respuesta pre-estructural donde se comenta que se puede vivir más.

En otro tipo de respuestas pre-estructurales se justificó la elección, posiblemente, con base en la cardinalidad de los conjuntos de datos. Cuando las justificaciones quizás se basan en el número de elementos de los conjuntos, la respuesta al tratamiento elegido es cualquiera de los tres, y un ejemplo de estas justificaciones fue: “tienen las mismas posibilidades las tres tienen mismos datos”.

Nivel uni-estructural. Las respuestas clasificadas en este nivel muestran que la justificación de la elección de uno de los tratamientos, se basó en el valor modal de una de los conjuntos de datos o en los valores extremos de estos.

a) ¿Qué tipo de tratamiento preferirías (1, 2 ó 3)? 3
 ¿Por qué? porque 3 pacientes logran vivir 7.1 años mas
 llevando a cabo ese tratamiento

Figura 3. Respuesta uni-estructural enfocada en el valor modal.

En el ejemplo de la Figura 3, se observa que el tratamiento elegido fue el número 3 y la justificación: “porque 3 pacientes logran vivir 7.1 años más llevando a cabo ese tratamiento”. En la explicación, se menciona el valor modal de esa distribución (7.1). En la literatura relacionada con la variabilidad se ha señalado que los valores modales son referencias representativas para los estudiantes, sin embargo, la atención sólo se enfoca en esa columna y se ignoran los otros valores o características como la variación del conjunto de datos (Bakker y Gravemeijer, 2004). En otras respuestas de nivel uni-estructural, se mencionó uno de los valores extremos del conjunto de datos, para justificar la elección. Un ejemplo de estas justificaciones fue: “porque vives años buenos años y hay mucha probabilidad de que te salga 6.8 para arriba”. Es claro que el aspecto que se consideró como referencia para resolver el problema, fue el valor mínimo del conjunto de datos correspondiente con el tratamiento número 2.

Nivel multi-estructural. En este nivel las respuestas a la elección de un tratamiento, generalmente, se basaron en ambos valores extremos de los conjuntos de datos para hacer una elección. En el ejemplo de la Figura 4, la justificación fue: “Porque tal vez no viva 09 años más pero así tengo asegurados de 6.8 a 7.4”. El tratamiento elegido es el 3 y además de que ambos extremos fueron considerados para tomar la decisión, se puede percibir aversión al riesgo, un periodo de vida sin tanta variación.

a) ¿Qué tipo de tratamiento preferirías (1, 2 ó 3)? Tratamiento 03
 ¿Por qué? Porque tal vez no viva 09 años más pero así tengo asegurados de 6.8 a 7.4

Figura 4. Respuesta multi-estructural basada en ambos datos extremos.

En otras respuestas de tipo multi-estructural fueron sumados los datos de cada uno de los tratamientos y se obtuvo el mismo resultado, por lo que parte de las justificación era que cualquier tratamiento era viable, Figura 5.

Tiempo en años (Tratamiento 1)	Tiempo en años (Tratamiento 2)	Tiempo en años (Tratamiento 3)
5.2	6.8	6.8
5.6	6.9	6.8
6.5	6.9	6.9
6.5	7.0	7.0
7.0	7.0	7.0
7.0	7.0	7.1
7.0	7.1	7.1
7.8	7.1	7.1
8.7	7.2	7.2
9.1	7.4	7.4
70.4	70.4	70.4

a) ¿Qué tipo de tratamiento preferirías (1, 2 ó 3)? cualquiera de los 3
 ¿Por qué? porque suma con número de cada tratamiento y me salió 70.4 y entonces todos son mejores

Figura 5. Respuesta multi-estructural basada en la suma de los datos.

Nivel Relacional. Sólo se presentaron dos respuestas de este nivel y en ambas se relacionan ideas de centro, dispersión y quizás aversión al riesgo. En el ejemplo mostrado en la Figura 6, el conjunto de datos elegido es el 3, y la respuesta dice: “Es más seguro que viva 7.1 o menos, pero los resultados no están tan alejados y es más seguro que viva de 6.8 a 7.2 años”

a) ¿Qué tipo de tratamiento preferirías (1, 2 ó 3)? El tratamiento 3
 ¿Por qué? Es más seguro que viva 7.1 o menos pero los resultados no estén tan alejados y es más seguro que viva de 6.8 a 7.2 años

Figura 6. Respuesta de tipo relacional.

Discusión y conclusiones

Después de categorizar las respuestas de los estudiantes, a los cuestionarios previo y posterior, con base en la jerarquía SOLO propuesta observamos los siguientes cambios en los niveles estructurales de las justificaciones: las repuestas pre-estructurales y uni-estructurales disminuyeron de 64 % a 61 %, y de 24 % a 15 % respectivamente, mientras las multi-estructurales aumentaron de 11 % a 21 %. En el cuestionario posterior hubo dos respuestas de nivel relacional. Estos cambios pudieron haberse debido a las sesiones de enseñanza, aunque debe mencionarse que las justificaciones no fueron diferentes entre un cuestionario y otro. Los aspectos en los que los estudiantes basaron su elección fueron los mismos: valores modales,

valores extremos, el rango y la suma de los valores mostrados. En el caso de las respuestas relacionales los estudiantes integraron centro, dispersión y riesgo para justificar su elección.

Una característica importante en la que los estudiantes centran su atención son los valores extremos de los conjuntos de datos. En el nivel pre-estructural haciendo una alusión vaga a estos, por ejemplo cuando comentan que en uno de los tratamientos pueden vivir más y en niveles superiores mencionando específicamente el valor del dato o combinando ambos extremos de la distribución para elegir entre una alternativa y otra. El uso del promedio como un valor representativo de los conjuntos de datos es casi nulo en las respuestas.

Consideramos que los problemas en escenarios de riesgo, como el mostrado en este informe de investigación, ofrecen varias ventajas en la enseñanza y aprendizaje de la estadística. Una de ellas es que los estudiantes se involucran en el problema, y es posible realizar discusiones con base en el análisis de los conjuntos de datos en las cuales se reflexiones sobre centro, dispersión y gráficas. Las decisiones finales de los estudiantes dependerán de sus actitudes ante el riesgo. En esta propuesta, se observa que las situaciones de riesgo ofrecen una problemática en la cual se interprete la variabilidad de los conjuntos de datos a través del concepto de rango. Para esto es necesario hacer uso de la media aritmética (o mediana) para sintetizar los datos y así contar con un valor representativo para cada conjunto. Después de una primera comparación, la cual mostraría que las medias son iguales, es necesario considerar la variabilidad en términos de mayor o menor riesgo. Como se dijo antes la decisión final depende del individuo.

No es fácil para los estudiantes de educación secundaria asociar el rango con su interpretación en el problema propuesto, sin embargo algunos estudiantes lo hicieron como lo observamos en las respuestas de nivel multi-estructural y relacional. Se sugiere diseñar problemas con esquemas similares pues representan un reto para los estudiantes y pueden llegar a solucionarlos, lo que da testimonio de un buen problema para aprendizaje. El proponer y discutir este tipo de problemas en el aula puede contribuir a una mejor comprensión de la variabilidad y a estudiar con los alumnos la manera de realizar toma de decisiones.

Bibliografía y referencias

- Aven, T. & Renn, O. (2010). *Risk, Governance and Society*. Berlin, Heidelberg: Springer. ISBN: 978-3-642-13925-3
- Bakker, A., & Gravemeijer, K. P. E. (2004). Learning to reason about distribution. In D. Ben-Zvi, & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking* (pp. 147-168). Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic Publishers. ISBN: 1-4020-2277-8
- Biggs, J. B., & Collis, K. (1982). *Evaluating the Quality of Learning: the SOLO taxonomy*. New York: Academic Press. ISBN: 0-12-097550-5
- Biggs, J., & Collis, K. (1991). Multimodal learning and the quality of intelligent behavior. In H. Rowe (Ed.), *Intelligence, Reconceptualization and Measurement* (pp. 57-76). New Jersey: Laurence Erlbaum Assoc. ISBN: 0-8058-0942-2
- Eraker, S. A., & Sox, H. C. (1981). Assessment of patients' preferences for therapeutic outcomes. *Medical Decision Making*, 1, 29-39. doi:10.1177/0272989X8100100105
- Fischhoff, B., & Kadvany, J. (2011). *Risk: A very short introduction*. Oxford: Oxford University Press. ISBN:978-0-19-957620-3
- Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2008). *Developing students' statistical reasoning: Connecting research and*

- teaching practice*. New York: Springer. ISBN: 978-90-481-7862-9
- Kahneman, D., & Tversky, A., (2000). Choices, values, and frames. In D. Kahneman & A. Tversky (Eds.), *Choices, Values, and Frames*. Cambridge: Russell Sage Foundation. ISBN: 0 521 62749 4
- Moore, D. (1990). Uncertainty. In L. A. Steen (Ed.), *On the shoulders of giants: New approaches to numeracy* (pp. 95-137). Washington, DC: National Academy Press. ISBN 0-309-04234-8
- SEP. (2011). *Programas de Estudio. Educación Básica. Secundaria. Matemáticas*. México, DF: Secretaría de Educación Pública. ISBN: 978-607-467-219-0
- Shaughnessy, M. J. (2006). Research on student's understanding of some big concepts in statistics. En G. F. Burrill, & P. C. Elliot (Eds), *Thinking and Reasoning with Data and Chance* (pp. 77-99). United States of America: National Council of Teachers of Mathematics, Inc. ISBN: 978-0-87353-588-5
- Watson, J., Kelly, B., Callingham, R. & Shaughnessy, M. (2003). The measurement of school students' understanding of statistical variation. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 34(1), 1-29. doi:10.1080/0020739021000018791
- Wild, D. J. & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-265. doi: 10.1111/j.1751-5823.1999.tb00442.x